	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES **TRIM III – BACCALAUREAT BLANC 2– DURÉE : 4H – COEF : 7** **DATE : 06/05/2025 ANNÉE SCOLAIRE : 2024/2025**	Série: **C**
	COMPÉTENCE : Utilisation des statistiques, théories graphes ; équations différentielles et calculs d'intégral	
Appréciations de la production **- Expert (A⁺) [18-20] - Acquis (A) [15-17] - En cours d'acquisition (EA) [11-14] - Non acquis (NA) [0-10]**		**Notée /20**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES **15,5points**

Exercice 1 : 04,5 points

A/ Dans l'espace orienté et rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont les plans d'équations respectives $x+2y-z+1=0$ et $-x+y+z=0$.

1. Démontrer que les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont perpendiculaires suivant une droite $(\mathcal{D})$ dont on détermine une représentation paramétrique. **0,75 pt**
2. Écris l'expression analytique de $S_{\mathcal{P}}$, la réflexion de plan $(\mathcal{P})$. **0,5 pt**
3. Donne la nature et les caractéristiques de $S_{\mathcal{P}} \circ S_{\mathcal{P}'}$. **0,5 pt**
4. Écris l'expression analytique de $S_{\mathcal{P}} \circ S_{\mathcal{P}'}$. **0,5 pt**

B/ Le plan $(\mathcal{P})$ est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère la transformation f du plan qui à tout point $M(x;y)$ associe le point $M'(x';y')$ tel que $\begin{cases} 5x' = -3x-4y+3 \\ 5y' = -4x+3y+14 \end{cases}$

1. Montre que f est une isométrie du plan. **0,5 pt**
2. Détermine l'ensemble des points invariants par f et déduis-en la nature de f. **0,5 pt**
3. Montre que $f \circ f$ est une translation de vecteur $\vec{u}$ à déterminer. **0,5 pt**
4. Détermine la symétrie $S_\Delta = t_{\frac{1}{2}\vec{u}} \circ f$. **0,5 pt**
5. Déduis-en les caractéristiques de f. **0,5 pt**

Exercice 2 : 03 points

On considère trois urnes U, V et W contenant chacune des boules portant le numéro ① ou le numéro ②. La probabilité de tirer une boule numérotée ① de U est $p_1 = 0{,}4$; celle de tirer ① de V est $p_2 = 0{,}5$ et enfin celle de tirer ① de W est $p_3 = 0{,}7$. On tire une boule de U, une boule de V et une autre de W. On désigne par a, b et c les numéros respectifs des boules tirées.

Soit (Q) le plan d'équation : $ax+by+cz+6=0$, et soit $(\mathcal{C})$ la conique d'équation $\frac{x^2}{a^2}-(-1)^c\frac{y^2}{b^2}=1$.

Calcule la probabilité pour que :

1. (Q) soit parallèle au plan $(P) : x+2y+z-4=0$. **0,75pt**
2. (Q) contienne le point $M(0;-2;-1)$. **0,75pt**

3. $(\mathcal{C})$ soit une ellipse. **0,75pt**

4. $(\mathcal{C})$ soit une hyperbole équilatère. **0,75pt**

Exercice 3 : 03,25 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{e_1},\vec{e_2})$, on considère l'ensemble (H) des points M de coordonnées (x,y) vérifiant la relation $-23x^2+3y^2+26\sqrt{3}xy=36$.

Soit f l'application qui au point $M(x,y)$ associe le point $M'(x';y')$ tel que : $\begin{cases} x'=x+y\sqrt{3} \\ y'=-x\sqrt{3}+y \end{cases}$

1. Donne l'écriture complexe de f puis la nature et les éléments caractéristiques de f. **0,75pt**

2. (a) Détermine une équation cartésienne de (H') image de (H) par f. **0,75pt**

   (b) Donne la nature de (H'), précise ses sommets, les foyers et l'excentricité. **0,75pt**

   (c) Construis (H') puis déduis-en la nature et une construction de (H). **1pt**

Exercice 4 : 04,75 points

A/ On considère les fonctions f, F et H définies sur $[1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x}{e^x-1}$,
$F(x)=\displaystyle\int_1^x f(t)\,dt$ et $H(x)=\int_x^{2x} f(t)\,dt$.

1. (a) Justifie que f et H sont bien définies sur $[1;+\infty[$. **0,5 pt**

   (b) Quelle relation existe-t-il entre F et f ? **0,25 pt**

   (c) Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan. Donne une interprétation graphique du nombre $F(3)$. **0,25 pt**

2. On se propose, dans cette question, de donner un encadrement du nombre $F(3)$.

   (a) Montre que pour tout réel $x>0$, $\dfrac{x}{e^x-1}=\dfrac{xe^{-x}}{1-e^{-x}}$. **0,25 pt**

   (b) Déduis-en que $\displaystyle\int_1^3 f(t)\,dt=3\ln\left(1-\frac{1}{e^3}\right)-\ln\left(1-\frac{1}{e}\right)-\int_1^3 \ln\left(1-e^{-x}\right)\,dx$. **0,75 pt**

   (c) Déduis-en un encadrement de $F(3)$. **0,5 pt**

3. Montre que la fonction H est dérivable sur $[1;+\infty[$, puis détermine sa dérivée. **0,5 pt**

B/ Soit $\theta\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$. Résous sur $\mathbb{R}$ l'équation $(E_0):(1+cos2\theta)y''-2y'sin2\theta+2y=0$. **0,75 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES **04,5points**

La compagnie de transport interurbain **ESSOTO Voyages** utilise pour son trafic huit agences. Entre certaines agences, la compagnie propose les voyages dans les deux sens. Cette situation est représentée par la figure 1 ci-dessous illustrant un graphe dans lequel, les sommets A, B, C, D, E, F, G et H sont les agences, les arêtes sont les routes reliant deux agences par la compagnie **ESSOTO Voyages** et sont pondérées par la distance entre deux agences exprimée en kilomètres.

Le bus de **ESSOTO Voyages** baptisé **Gomba** part de l'agence A pour l'agence G en parcourant la plus petite distance. Le prix pratiqué par la compagnie **ESSOTO Voyages** est de 150 FCFA par kilomètre de route parcouru.

Pour pouvoir pallier à la concurrence et améliorer la qualité de ses services, la compagnie **ESSOTO Voyages** propose à ses clients six options d'abonnements mensuels. Dans le tableau ci-dessous figurent les résultats d'une enquête réalisée pour déterminer le nombre de clients potentiels d'une option d'abonnement en fonction du prix d'abonnement.

Prix de l'abonnement (en milliers de FCFA)	35	40	45	50	55	60
Nombre d'abonnés potentiels	140	120	100	90	80	55

La compagnie **ESSOTO Voyages** désire accroître son réseau en construisant une nouvelle agence dans une localité en achetant un terrain dont le mètre carré est vendu à 10 000 FCFA.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) où l'unité de longueur sur l'axe des abscisses est le double décamètre, et l'unité sur l'axe des ordonnées est le décamètre, ce terrain est un domaine plan délimité par la courbe (C) (courbe d'une fonction solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 4y' + 4y = 12$), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$ tel que représenté sur la figure 2 ci-dessous. On note que (C) passe par les points de coordonnées $(0, 2)$ et $(1.2e^2 + 3)$.

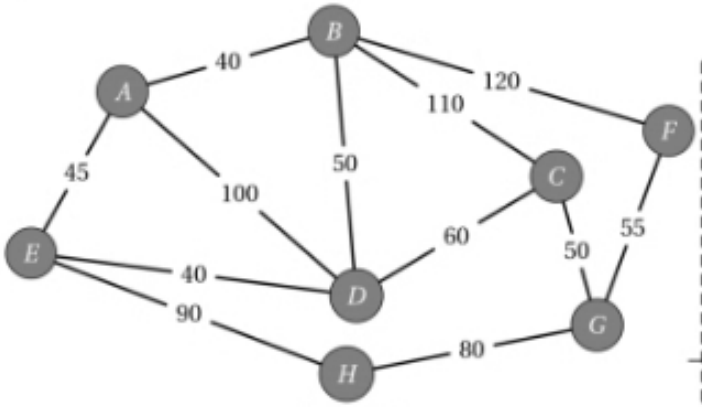

Figure 1

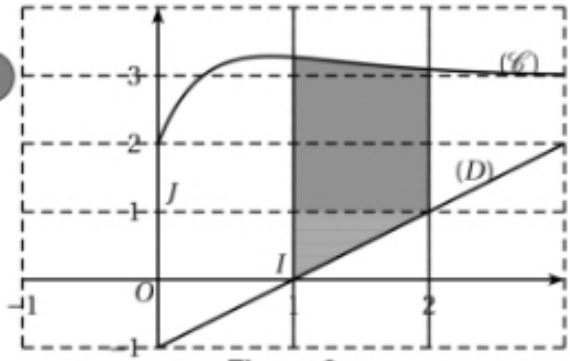

Figure 2

Tâches :

1. Combien doit on payer pour rendre de A à G en empruntant le bus **Gomba** ?. **1,5pt**
2. Quelle est l'estimation du prix d'une option dont le nombre d'abonnés potentiels est de 150 ? **1,5pt**
3. Quel est le prix d'achat du terrain de la nouvelle agence ? **1,5pt**