REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA
Mle.7HH1GSFD112218074

EXAMEN : PROBATOIRE BLANC
Série : D Session : Mai 2025
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 4
Prof : T. N AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

A) 1. Calcule $\Delta = \left(1-\sqrt{3}\right)^2$. **0,25pt**

2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $2t^2 - \left(1+\sqrt{3}\right)t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. **0,75pt**

3. Déduis-en dans $\left]-\pi;\pi\right]$ les solutions de l'équation $(E) : 2\sin^2 x - \left(1+\sqrt{3}\right)\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. **1pt**

4. Soit $\left(U_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison positive q telle que $U_2 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ et $U_4 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(a) Montre que $q = \sqrt{3}$ et $U_0 = \frac{\sqrt{3}}{18}$. **0,5pt**

(b) Ecris le terme général U_n de cette suite en fonction de n. **0,25pt**

B) Le chiffre d'affaires d'une société est de $100.000.000$ FCFA au 1er janvier 2020 et augmente chaque année de 6%. Quel sera son chiffre d'affaires en 2030 ? (arrondis le résultat) **0,75pt**

EXERCICE 2 : (5 points)

1. Résous dans $\mathbb{R}^3$ le système d'équations : $\begin{cases} x+y-z=-2 \\ 2y-z=-2 \\ 4x-z=0 \end{cases}$ **0,75pt**

2. a, b et c sont 3 réels et f la fonction définie pour tout réel $x \neq 2$ par $f(x) = ax+b+\frac{c}{x-2}$. La courbe $\mathscr{C}$ de f passe par les points $A(0;-1)$ et $B(1;-2)$; $\mathscr{C}$ admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses. Détermine les réels a, b et c. **0,75pt**

3. g est la fonction définie sur $D_g = \mathbb{R}-\{2\}$ par $g(x) = \frac{x^2-x+2}{x-2}$; On désigne par $\left(C_g\right)$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

(a) Calcule les limites de g aux bornes de D_g. **1pt**

(b) Montre que pour tout réel $x \neq 2$, on a : $g'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ où g' est la dérivée de g. **0,5pt**

(c) Etudie le sens de variation de g et dresse son tableau de variation. **0,75pt**

(d) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe $\left(C_g\right)$. **0,5pt**

(e) Construis $\left(C_g\right)$ ainsi que ses asymptotes dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (3,5 points)

Une agence de voyage a relevé pour 75 de leurs véhicules, la distance parcourue avant leur mise en circulation.

Distance parcourue en milliers de km	$[50;100[$	$[100;120[$	$[120;140[$	$[140;160[$	$[160;180[$
Effectifs n_i	7		15	20	21
Centres de classes c_i	75	110	130		170
Effectifs cumulés croissants	7	19			75

1. Recopie et complète le tableau ci-dessus. **1pt**

2. **(a)** Construis le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique. **0,75pt**

   (b) Détermine par interpolation linéaire la médiane de cette série. **0,5pt**

3. Détermine la moyenne et l'écart-type de cette série statistique. **0,75pt**

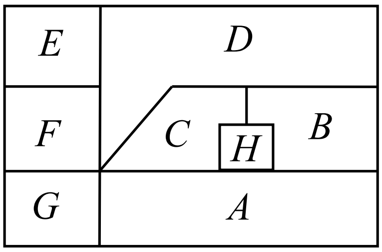
4. Quel est le pourcentage de véhicules dont la distance parcourue est inférieure à $120.000km$? **0,5pt**

EXERCICE 4 : (3 points)

A) Le code confidentiel d'une carte bancaire est un nombre entier de quatre chiffres non nuls.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ? **0,25pt**
2. Combien y a-t-il de codes écrits avec des chiffres distincts ? **0,25pt**
3. Combien y a-t-il de codes contenant une fois et une seule le chiffre 2 ? **0,5pt**

B) 8 pays A, B, C, D, E, F, G et H sont représentés ci-contre avec leurs frontières (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins).



1. Dessine un graphe dont les sommets sont les pays et les arêtes sont les frontières. **0,75pt**
2. Ce graphe est-il complet ? justifie **0,25pt**
3. Quel est le degré de chaque sommet ? Déduis-en le nombre d'arêtes. **1pt**

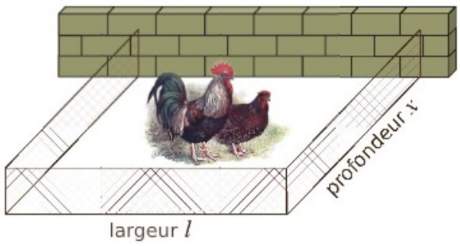
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

__SITUATION :__

NANGA vient d'être licencié dans une entreprise de maintenance électronique en ville. Il décide de rentrer au village cultiver la tomate. Ne connaissant pas les limites, ni la superficie des terres laissées par son défunt père, il fait appel à un géomètre qui lui dit : « La partie cultivable de vos terres est délimitée par l'ensemble des points A et B tels que $MA^2 + MB^2 = 8200$, où A et B sont deux palmiers distants de $80m$ ». Le rendement du sol est de $500kg$ de tomates à l'hectare. Lors de la 1ère vente et à cause de la pénurie, le cageot de $2,5kg$ de tomates est vendu à 9.000 FCFA.

Pour renforcer son petit commerce au village, NANGA souhaite s'acheter un petit congélateur de 185.000 FCFA. Pour cela, il se fait fabriquer un coffre en bois dans lequel il met la somme de 10.000 FCFA le 1er janvier 2025. Par la suite, le 15ème jour de chaque mois, il met 5.000 FCFA dans ce coffre. NANGA procèdera de cette façon jusqu'au 31 décembre 2028 et ne retire aucune somme de ce coffre pendant toute cette période.

NANGA souhaite construire un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de $60m$ de grillage et doit tout utiliser. Il souhaite que cet enclos soit le plus vaste possible.



__Tâches :__

1. NANGA pourra-t-il s'acheter un tricycle de $1.250.000$ FCFA après sa 1ère vente ? **1,5pt**
2. NANGA pourra-t-il acheter ce congélateur avec cette somme au 31 décembre 2028 ? **1,5pt**
3. Quelles sont les dimensions et l'aire de cet enclos? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt

CORRIGÉ ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES DU PROBATOIRE BLANC, SÉRIE D, LYCÉE CLASSIQUE D'EDEA 2025

Par M. T. Nathanaël AWONO MESSI
PLEG Maths

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1

A) 1. Calculons Δ.

$$\Delta = (1-\sqrt{3})^2 = (1)^2 - 2\times1\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$ 0,25pt

2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $2t^2 - (1+\sqrt{3})t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

$$\Delta = \left[-(1+\sqrt{3})\right]^2 - 4(2)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4 + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3} = (1-\sqrt{3})^2.$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = -(1-\sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1.$$

l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$t_1 = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1}{2\times2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ ; \quad t_2 = \frac{1+\sqrt{3}-(\sqrt{3}-1)}{2\times2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Ainsi, $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{2}\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$. 0,75pt

3. Déduisons-en dans $]-\pi;\pi]$ les solutions de l'équation (E).

$$(E) : 2\sin^2 x - (1+\sqrt{3})\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

posons $t = \sin x$, alors l'équation (E) devient $2t^2 - (1+\sqrt{3})t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

D'après le résultat de la question précédente, $t = \frac{1}{2}$; $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- $t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases},\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases},\ k\in\mathbb{Z}$$

- $t = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{3} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3}+2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi-\frac{\pi}{3}+2k\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3}+2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{2\pi}{3}+2k\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$

x \ k	-2	-1	0	1	2
$\frac{\pi}{6}+2k\pi$			$\frac{\pi}{6}$		
$\frac{5\pi}{6}+2k\pi$			$\frac{5\pi}{6}$		
$\frac{\pi}{3}+2k\pi$			$\frac{\pi}{3}$		
$\frac{2\pi}{3}+2k\pi$			$\frac{2\pi}{3}$		

Ainsi, $S_{]-\pi;\pi]} = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right\}$ 1pt

4. (a) Montrons que $q=\sqrt{3}$ et $U_0 = \frac{\sqrt{3}}{18}$.

(U_n) étant une suite géométrique de raison q, alors $U_2 = q^2 U_0$
$U_4 = q^4 U_0$.

$$\frac{U_4}{U_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{6}} \Leftrightarrow \frac{q^4U_0}{q^2U_0} = \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{6}{\sqrt{3}} = 3 \Leftrightarrow q^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow q = -\sqrt{3} \text{ ou } q = \sqrt{3}.$$

0,25pt×2

Comme $q>0$, alors $q=\sqrt{3}$.

$$U_2 = q^2U_0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{U_2}{q^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}\times\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{18}.$$

donc $q=\sqrt{3}$ et $U_0 = \frac{\sqrt{3}}{18}$.

(b) Ecrivons le terme général U_n de cette suite en fonction de n.

(U_n) étant une suite géométrique de raison $q=\sqrt{3}$ et de premier terme $U_0 = \frac{\sqrt{3}}{18}$, alors pour tout $n\in\mathbb{N}$, $U_n = U_0 q^n = \frac{\sqrt{3}}{18}(\sqrt{3})^n$

$$U_n = \frac{(\sqrt{3})^{n+1}}{18}$$ 0,25pt

B) <u>Chiffre d'affaires de cette société en 2030.</u>

Désignons par U_n le chiffre d'affaires de cette société à l'année $2020+n$.

On a : $U_0 = 100.000.000$.

- le chiffre d'affaires augmente chaque année de 6% signifie que $U_{n+1} = U_n + \frac{6}{100}U_n = \left(1+\frac{6}{100}\right)U_n = 1{,}06\,U_n$

donc (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 1{,}06$ et de premier terme $U_0 = 100.000.000$, ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$U_n = U_0 q^n = 100.000.000\,(1{,}06)^n.$$

- Le chiffre d'affaires de cette société en 2030 correspond à U_{10}.

$U_{10} = 100.000.000\,(1{,}06)^{10} \simeq 179.084\,770$. 0,75pt

Le chiffre d'affaires de cette société en 2030 sera de 179.084 770 FCFA.

<u>Exercice 2.</u>

1. <u>Résolvons dans $\mathbb{R}^3$ le système d'équations :</u> $\begin{cases} x+y-z=-2 & (E_1) \\ 2y-z=-2 & (E_2) \\ 4x-z=0 & (E_3) \end{cases}$

- De l'équation (E_3), on a : $z = 4x$.
- En reportant la valeur de z dans (E_2), on obtient : $2y-4x=-2$.

Ce qui donne : $2y = -2+4x$

Soit : $y = \frac{-2+4x}{2} = -1+2x$.

- En remplaçant y et z par leurs valeurs dans (E_1), on obtient :

$x-1+2x-4x=-2$, ce qui donne $-x=-2+1$, donc $x=1$

On en déduit que $y=-1+2\times1=1$ et $z=4\times1=4$

d'où $S_{\mathbb{R}^3} = \{(1;1;4)\}$. 0,75pt

2. Déterminons les réels a, b et c

- $A \in \mathcal{C} \Leftrightarrow f(0)=-1 \Leftrightarrow a(0)+b+\frac{c}{0-2}=-1 \Leftrightarrow b-\frac{c}{2}=-1$
$\Leftrightarrow 2b-c=-2.$

- $B \in \mathcal{C} \Leftrightarrow f(1)=-2 \Leftrightarrow a(1)+b+\frac{c}{1-2}=-2 \Leftrightarrow a+b-c=-2.$

- $\mathcal{C}$ admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses signifie que $f'(0)=0$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}-\{2\}$ et pour tout $x\neq 2$, on a :

$$f'(x)= a-\frac{c}{(x-2)^2}.$$

$$f'(0)=0 \Leftrightarrow a-\frac{c}{(0-2)^2}=0 \Leftrightarrow a-\frac{c}{4}=0 \Leftrightarrow 4a-c=0.$$

On obtient le système d'équations : $\begin{cases} a+b-c=-2 \\ 2b-c=-2 \\ 4a-c=0 \end{cases}$ 0,75pt

En vertu du résultat de la question 1) $a=1$, $b=1$ et $c=4$.

3. (a) Calculons les limites de g aux bornes de D_g.

$D_g=\mathbb{R}-\{2\}=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2} x^2-x+2=4 \\ \lim\limits_{x\to 2} x-2=0 \text{ et } x-2<0 \end{array}\right\}$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} g(x)=-\infty$

De même, $\left.\begin{array}{l} \lim x^2-x+2=4 \\ \lim\limits_{x\to 2} x-2=0 \text{ et } x-2>0 \end{array}\right\}$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} g(x)=+\infty$ 0,25pt x 4

(b) Montrons que pour tout réel $x \neq 2$, on a : $g'(x) = \dfrac{x(x-4)}{(x-2)^2}$.

g est dérivable sur D_g en tant que fonction rationnelle et pour tout $x \neq 2$, on a : $g'(x) = \dfrac{(x^2-x+2)'(x-2) - (x^2-x+2)(x-2)'}{(x-2)^2}$

$$= \frac{(2x-1)(x-2)-(x^2-x+2)}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-4x-x+2-x^2+x-2}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{x^2-4x}{(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}.$$

0,5pt

(c) Etudions le sens de variation de g et dressons son tableau de variations

pour tout $x \neq 2$, $(x-2)^2 > 0$; donc le signe de $g'(x)$ est celui de $x(x-4)$.

$g'(x) = 0 \iff x(x-4) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 4$.

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Ainsi, g est strictement croissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]4 ; +\infty[$.

g est strictement décroissante sur $]0 ; 2[$ et sur $]2 ; 4[$.

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	7	↗	$+\infty$

0,75pt

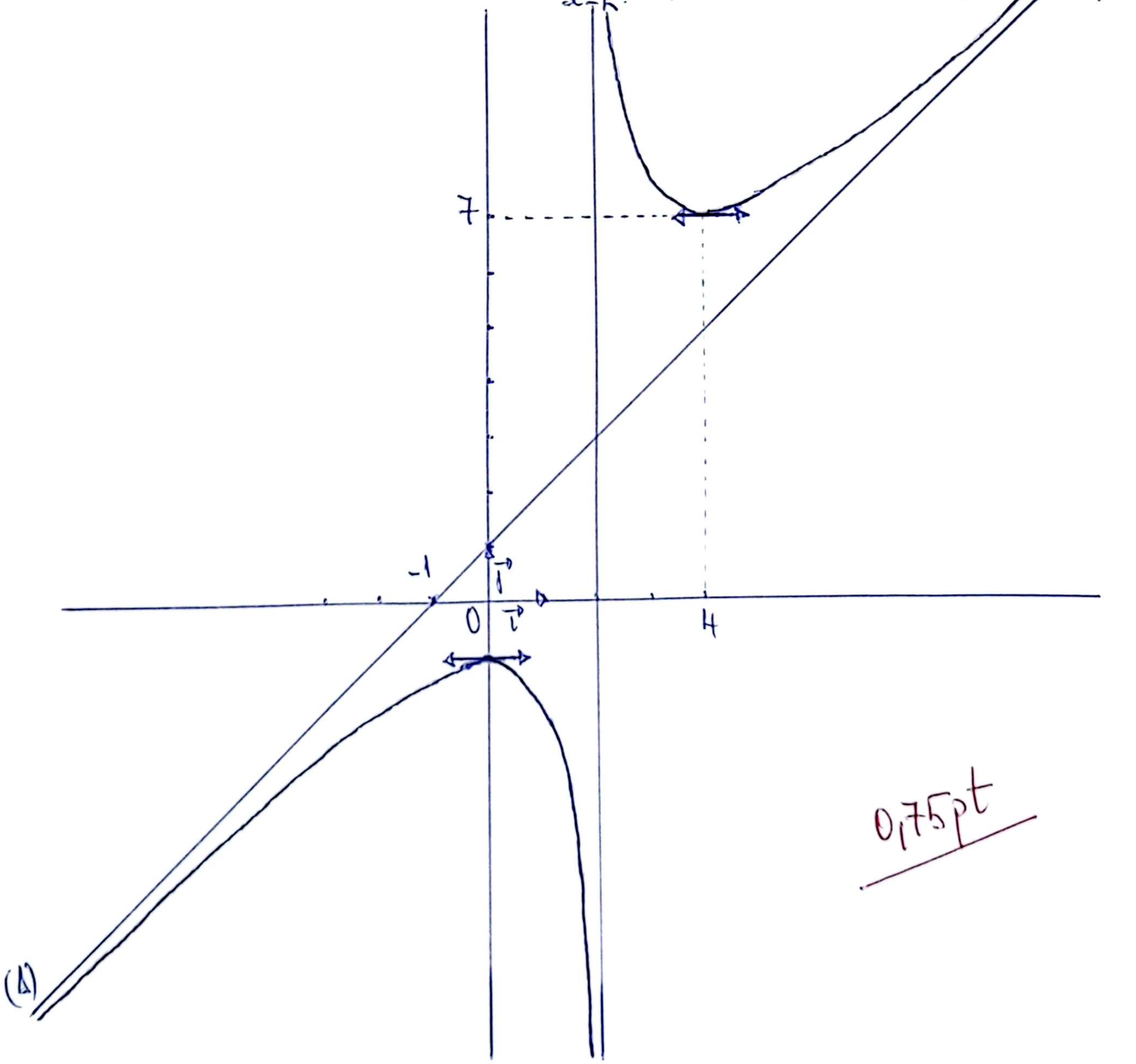
(d) Montrons que la droite (Δ) d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe (C_g)

pour tout réel $x \neq 2$, $g(x) = x+1+\frac{4}{x-2}$, donc $g(x)-(x+1) = \frac{4}{x-2}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}[g(x)-(x+1)] = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4}{x-2} = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-(x+1)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x-2} = 0$ 0,5pt

Ainsi, la droite (Δ) d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_g)$

(e) Construisons $(\mathcal{C}_g)$ ainsi que ses asymptotes dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.



0,75pt

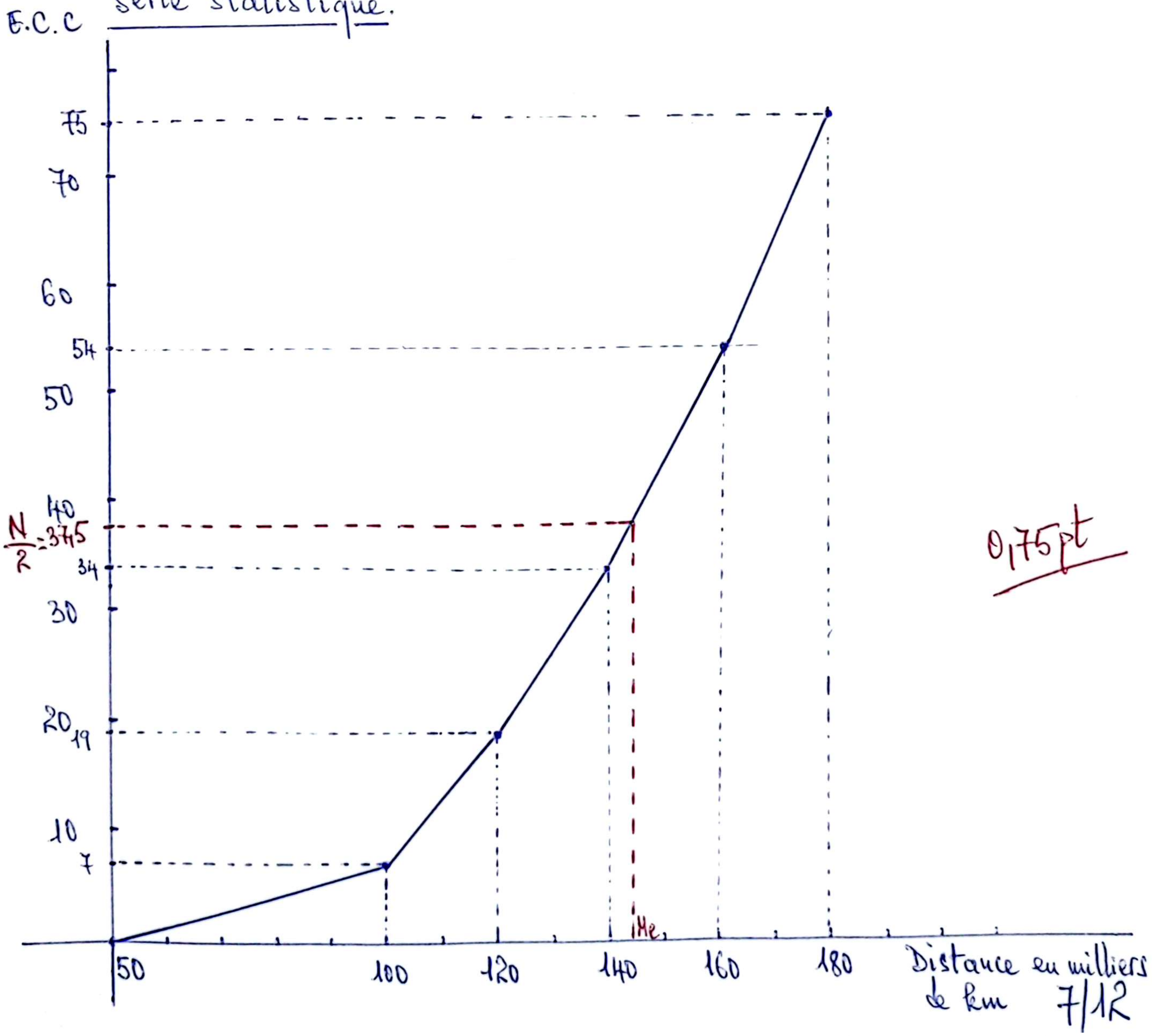
Exercice 3

1. Recopions et complétons le tableau ci-dessus.

Distance parcourue	[50;100[	[100;120[	[120;140[	[140;160[	[160;180[	Totaux
Effectif n_i	7	12	15	20	21	75
Centres de classes C_i	75	110	130	150	170	/
Eff. Cumulés croissants	7	19	34	54	75	/
n_iC_i	525	1320	1950	3000	3570	10365
$n_iC_i^2$	39375	145200	253500	450.000	606900	1.494 975

0,25pt×4

2.(a) Construisons le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.



0,75pt

(b) Déterminons par interpolation linéaire la médiane de cette série.

On a : $34 < 37{,}5 < 54$

$140 < Me < 160$

donc par interpolation linéaire, on a : $\dfrac{54-34}{160-140} = \dfrac{54-37{,}5}{160-Me}$

par suite, $1 = \dfrac{16{,}5}{160-Me}$, c'est-à-dire $160 - Me = 16{,}5$ 0,5pt

d'où $Me = 160 - 16{,}5 = 143{,}5$ (en milliers de km

$$\boxed{\text{La médiane de cette série statistique est } Me = 143.500 \text{ km.}}$$

3. Déterminons la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

$\overline{x} = \dfrac{1}{N}\sum n_i c_i = \dfrac{10365}{75} = 138{,}2$ (en milliers de km)

- la moyenne de cette série statistique est de 138200 km.
- la Variance est $V = \left(\dfrac{1}{N}\sum n_i c_i^2\right) - \overline{x}^2 = \dfrac{1494975}{75} - (138{,}2)^2$

$= 833{,}76$ 0,75pt

- L'écart-type est $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{833{,}76} = 28{,}87$

4. Pourcentage de véhicules dont la distance parcourue est inférieure à 120.000 km.

$P = \dfrac{7+12}{75} \times 100 = 25{,}34\,\%$. 0,5pt

Exercice 4

A) Soit E l'ensemble des chiffres non nuls, alors

$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. $Card(E) = 9$.

1. Nombre de codes possibles.

· Un code est une 4-liste de E ; donc le nombre de codes possible est $9^4 = 6561$. 0,25pt

2. Nombre de codes écrits avec des chiffres distincts.

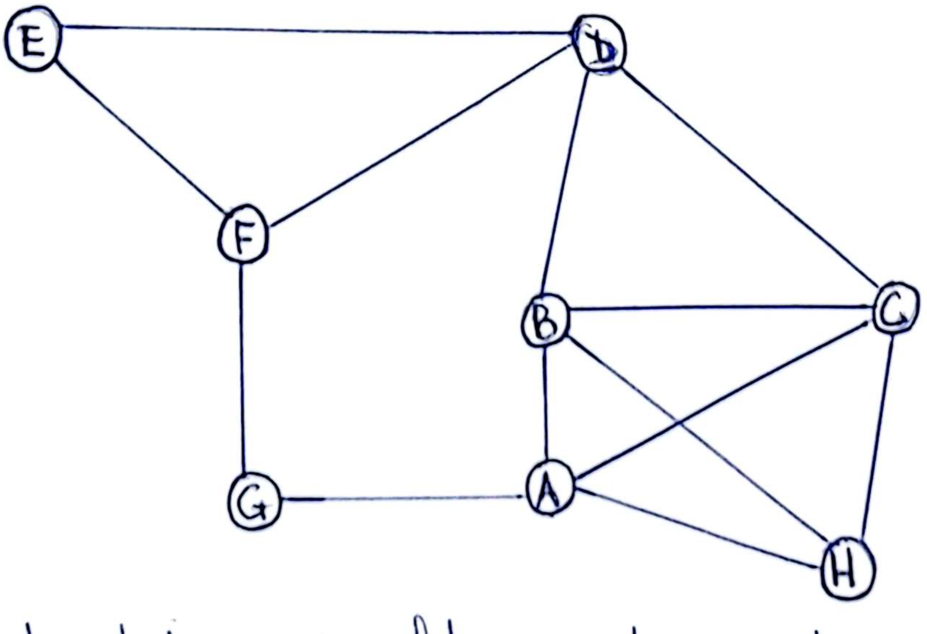
· Un tel code est un arrangement de 4 éléments de E ; donc le nombre de codes écrits avec des chiffres distincts est $A_9^4 = 3024$ 0,25pt

3. Nombre de codes contenant une fois et une seule le chiffre 2.

Un tel code est écrit $2abc$ ou $a2bc$ ou $ab2c$ ou $abc2$ où $a, b, c \in \{1; 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

le nombre de codes contenant une fois et une seule le chiffre 2 est donc $C_4^1 \times 8^3$ soit 2048. 0,5pt

B). 1. Dessinons un graphe dont les sommets sont les pays et les arêtes sont les frontières.



0,75pt

2. Ce graphe n'est pas complet, car les sommets E et G ne sont pas adjacents (par exemple).

3. Degré de chaque sommet

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Degré	4	4	4	4	2	3	2	3

0,5pt

Déduisons-en le nombre d'arêtes.

Soit n le nombre d'arêtes de ce graphe. On a :

$2n = 4+4+4+4+2+3+2+3$

c'est-à-dire $2n = 26$, donc $n = \frac{26}{2} = 13$.

$\boxed{\text{Ce graphe compte 13 arêtes}}$

0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Tâche 1 Voyons si NANGA pourra acheter un tricycle de 1.250.000F après sa 1ère vente.

- Déterminons la forme géométique de la partie cultivable.

Soit I le milieu du segment [AB], alors on a :

$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2} = 2MI^2 + \frac{(80)^2}{2} = 2MI^2 + 3200.$

Ceci étant : $MA^2 + MB^2 = 8200 \iff 2MI^2 + 3200 = 8200$ C1

$\iff 2MI^2 = 5000$ C2

$\iff MI^2 = 2500$ C3

délimitée par $\iff MI = \sqrt{2500} = 50.$

la partie cultivable est un cercle de centre I et de rayon 50

- Aire de la partie cultivable.

$\mathcal{A} = \pi \times (50)^2 = 7850\ m^2 = 0{,}785\ ha.$

• Quantité (en kg) de tomates produite.

$$0{,}785 \times 500 \text{ kg} = 392{,}5 \text{ kg}.$$

Ce qui correspond à $392{,}5 \text{ kg} \div 2{,}5 \text{ kg} = 157$ cageots de tomat

• Somme dont dispose NANGA après la 1ère vente

$$9000 \text{ FCFA} \times 157 = 1.413\,000 \text{ FCFA}.$$

1,5pt

Comme 1.413.000 FCFA > 1.250.000 FCFA, alors NANGA pourra s'acheter un tricycle après sa 1ère vente.

Tâche 2. Voyons si NANGA pourra acheter ce congélateur avec cette somme au 31 décembre 2028.

Désignons par (V_n) la somme contenue dans le coffre à la fin du $n^{ième}$ mois.

C_1

C_2 C_3.

On a : $V_1 = 15000$; $V_2 = V_1 + 5000$; ...

• le 15ème jour de chaque mois, NANGA met 5000 FCFA de plus dans le coffre signifie que $V_{n+1} = V_n + 5000$

donc (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = 5000$ et de 1er terme $V_1 = 15.000$

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_n = V_1 + (n-1)r$
$= 15.000 + 5000(n-1)$

1,5pt

• Du 1er janvier 2025 au 31 décembre 2028, il s'écoule exactement 36 mois. Ainsi, la somme qui sera contenue dans le coffre au 31 décembre 2028 sera de $V_{36} = 15000 + 5000(36-1)$ soit 190.000 FCFA

Comme 190.000 FCFA > 185.000 FCFA, alors NANGA pourra acheter ce congélateur avec cette somme au 31 décembre 2028.

11/1

Tâche 3. Dimensions et Aire de cet enclos.

On cherche à déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale.

Soit l la largeur de l'enclos et x sa profondeur, en mètres.

- NANGA dispose de 60m de grillage et doit tout utiliser signifie que $2x+l=60$, donc $l=60-2x$.

$l \geq 0 \iff 60-2x \geq 0 \iff 60 \geq 2x \iff x \leq 30$

Ainsi, $x \in [0;30]$ (x est positif et au maximum égal à 30)

- L'aire de l'enclos est $\mathcal{A}(x) = lx = (60-2x)x = -2x^2+60x$.
- Considérons la fonction $\mathcal{A}$ définie sur $[0;30]$ par $\mathcal{A}(x)=-2x^2+60x$

On a : $\mathcal{A}(0)=0$; $\mathcal{A}(30) = -2(30)^2+60(30)=0$

$\mathcal{A}$ est continue et dérivable sur $[0;30] \subset \mathbb{R}$ en tant que fonction polynôme et pour tout $x \in [0;30]$, $\mathcal{A}'(x) = -4x+60$.

$\mathcal{A}'(x)=0 \iff -4x+60=0$

$\iff -4x=-60 \iff x=\frac{60}{4}=15.$

C_1
C_2
C_3.

x	0		15		30
$\mathcal{A}'(x)$		+	0	−	

Ainsi, $\mathcal{A}$ est strictement croissante sur $[0;15[$ et strictement décroissante sur $]15;30]$.

x	0		15		30
$\mathcal{A}'(x)$		+	0	−	
$\mathcal{A}$	0	↗	450	↘	0

- L'aire de l'enclos est maximale pour $x=15$ m.
- Les dimensions de l'enclos sont 15m et 30m
- L'aire maximale de l'enclos est de 450 m².

1,5pt

12/12.