



MINI SESSION DE FEVRIER 2025

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15,5 points

Exercice 1 :

5 points

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$ et la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

- 1- Étudier les variations de f . **0,75pt**
- 2- Montrer que f réalise une bijection $]0; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser. **0,5pt**
- 3- Montrer que l'équation $f(x) - x = 0$ admet dans $]0; +\infty[$ une unique solution $\alpha \in]1; \frac{3}{2}[$. **0,75 pt**
- 4- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}, 1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$. **0,75pt**
- 5- Montrer que pour tout $x \in]1; \frac{3}{2}[$, $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$. **0,5pt**
- 6- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4} |u_n - \alpha|$. **0,75 pt**
- 7- En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ et déduire la limite de la suite (u_n) . **1pt**

Exercice 2 :

4 points

A. On considère le polynôme P de la variable complexe défini par :

$$P(z) = z^2 - i2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}z - 4e^{i\frac{\pi}{6}}, z \text{ étant un nombre complexe.}$$

1. Vérifier que $e^{i\frac{5\pi}{12}}(e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4}}) = e^{i\frac{2\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{6}}$ et en déduire que $e^{i\frac{2\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{6}} = i\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$. **0,75pt**
2. Vérifier que $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de l'équation (E) : $P(z) = 0$. **0,5pt**
3. Déterminer l'autre solution z_2 sous forme exponentielle de l'équation (E). **0,75pt**
4. Déterminer la forme algébrique de chaque solution de l'équation (E). **0,5pt**

B. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) ; on prendra 2 cm comme unité graphique. On considère les points A et B d'affixes $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = -\sqrt{3} + i$.

1. Démontrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O. **0,75pt**
2. Placer les points A et B dans ce repère. **0,75pt**

Exercice 3 :

4,75 points

A) On considère le tableau statistique suivant :

où $\text{Cos}(X; Y) = 20$ et $\bar{X} = 75$

Déterminer x_2 et x_4 .

1pt

X_i	60	x_2	70	x_4	90	100
Y_i	8	9	8	6	5	4

B) On considère la fonction numérique d'une variable réelle h définie $h(x) = \cos^4 x$

1. Montrer que pour tout réel x , $h(x) = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{8}$. **0,75pt**
2. Montrer la fonction H définie sur \mathbb{R} par $H(x) = \frac{1}{32} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x + \sqrt{2}$ est une primitive sur \mathbb{R} de la fonction h . **0,5pt**

C) On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -3x^2 + \frac{8x}{(x^2+1)^3} + \frac{1}{x}$

1. Justifier que la fonction f admet des primitives sur $]0; +\infty[$. **0,25pt**
2. Déterminer la primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction f , la fonction F , qui prend la valeur 4 en 1. **0,75pt**

Exercice 4 :

3,25 points

1. On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$, $z_2 = \sqrt{3} - i\sqrt{3}$ et $z = z_1 \times z_2$
2. Mettre sous forme trigonométrique z_1 , z_2 et z .
3. Mettre z sous forme algébrique z .
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

1,5 pt
0,75 pt
1 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

4,5 points

Situation :

Dans sa plantation de café de forme rectangulaire, monsieur FOKA souhaite connecter les 14 postes de ravitaillement en eau par les tuyaux en minimisant les coûts. Le graphe ci-dessous (**Figure 01**) donne le coût de chaque connexion en milliers de FCFA.

Monsieur FOKA veut rendre visite à ses fournisseurs en produits phytosanitaires. Il se rend du site A au site H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son assistant dresse un graphe (**Figure 02**) qui schématise les trajets, en km, entre les six villes de la région, notées B, C, D, E, F, G et les deux sites A et H.

Monsieur FOKA souhaite par ailleurs évaluer une estimation de la production de café de sa plantation à la 6^{ème} année d'exploitation en se référant aux productions des années précédentes notées dans le tableau statistique ci-contre ; Le fils de monsieur FOKA, élève en classe de Terminale D, a eu accès à ses informations et s'est rendu compte dans un repère orthogonal le nuage de points de cette série statistique double semble avoir la forme d'une droite.

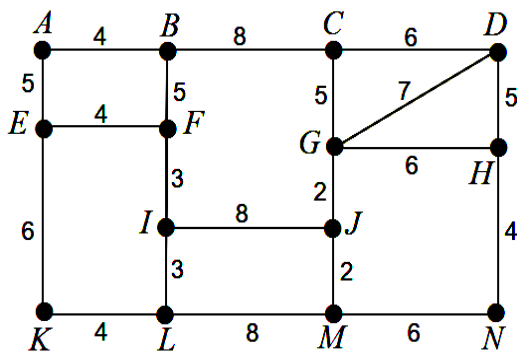


Figure 1

Rang de l'année x	1	2	3	4	5
Masse de café en kg y	25	35	40	40	60

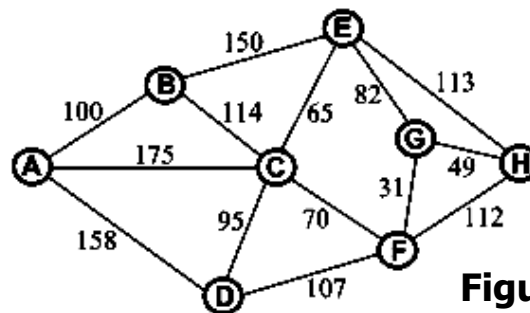


Figure 2

Tâche 1 : Quel est le coût minimal pour connecter les 14 postes de ravitaillement ?

1,5 pt

Tâche 2 : Quel est l'itinéraire le plus court reliant les deux sites A et H ?

1,5 pt

Tâche 3 : Donner une estimation de la production du café à la 6^{ème} année.

1,5 pt