REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA
Mle.7HH1GSFD112218074

Année scolaire : 2024-2025
Classe : 1ère D$_1$,1ère D$_2$, 1ère D$_3$
Durée : 3h Coefficient : 4
Prof : T. N. AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

I) On considère l'équation $(E): 2\cos^2 2x + (1-2\sqrt{3})\cos 2x - \sqrt{3} = 0$.

1. Montre que $(1+2\sqrt{3})^2 = 13+4\sqrt{3}$. **0,5pt**
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (1-2\sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$. **1pt**
3. Déduis-en la résolution dans $[0; 2\pi[$ de l'équation (E). **1pt**

II) A l'aide du cercle trigonométrique, résous dans $]-\pi; \pi[$ l'inéquation $(I): -\frac{1}{2} \leq \cos t < \frac{\sqrt{2}}{2}$. **1pt**

EXERCICE 2 : (3,5 points)

On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 8$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2$.

1. Calcule U_1 et U_2. **0,5pt**
2. On pose $V_n = U_n - 4$. Montre que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **1pt**
3. Exprime V_n en fonction de n et déduis-en que $U_n = 4 + \frac{4}{2^n}$. **1pt**
4. On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. Exprime S_n en fonction de n. **1pt**

EXERCICE 3 : (3,5 points)

$ABCD$ est un carré direct de centre O et tel que $AB = 2cm$. Soit G le barycentre des points pondérés $(A,3);(B,2);(C,3)$ et $(D,7)$. I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[DC]$.

1. **(a)** Montre que G appartient à la droite (BD). **0,75pt**
   (b) Montre que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$, puis construis le point G. **0,5pt**
2. On se propose de déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $3MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 + 2MD^2 = 40$.
   (a) Montre que $3MA^2 + 3MC^2 = 6MO^2 + 12$ et $2MB^2 + 2MD^2 = 4MO^2 + 8$. **1pt**
   (b) Montre que : $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow OM = \sqrt{2}$. **0,5pt**
   (c) Montre que le point A appartient à (Γ) et déduis-en la nature exacte de (Γ). **0,5pt**
   (d) Construis (Γ). **0,25pt**

EXERCICE 4 : (4,5 points)

On considère la fonction numérique f définie pour tout réel $x \neq -1$ par $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**
2. Détermine les réels a,b et c tels que pour tout $x \neq -1, f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$. **0,5pt**
3. Montre que la droite ($\mathscr{D}$) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) puis détermine l'équation de l'autre asymptote. **0,75pt**
4. Montre que le point $\Omega(-1;-2)$ est centre de symétrie de (C_f). **0,5pt**
5. **(a)** Montre que pour tout $x \neq -1$, on a : $f'(x) = \dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$. **0,5pt**

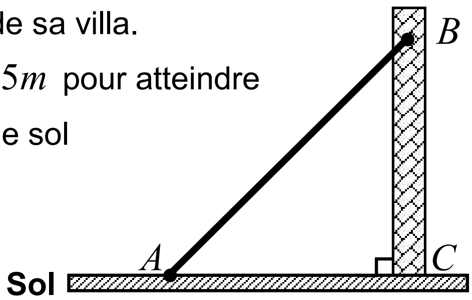
   (b) Déduis-en le sens de variation de f et dresse son tableau de variation. **0,5pt**
6. Trace la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

BOUBA est un agriculteur de mil. Sa production annuelle de mil augmente de 10% par rapport à l'année précédente. A la première année, il a produit 50 sacs. Le prix de vente d'un sac de mil est de 16.000 FCFA. Son fils ALI, élève en classe de 1ère D souhaite déterminer la somme d'argent totale perçue par son père au bout de 10 ans, mais il n'y parvient pas et sollicite ton aide.

Avec ses économies, BOUBA lance un chantier de construction de sa villa. L'ingénieur chargé des travaux utilise une échelle AB de longueur $5m$ pour atteindre le point B du mur comme l'indique le schéma ci-contre. L'échelle, le sol et le mur de la maison forment un triangle rectangle ABC d'aire $\mathscr{A}$ égale à $6m^2$ et $AC > BC$.



Mme BOUBA, en compagnie de ses deux belles-sœurs SAMIRA et FATI se rendent au marché et achètent les mêmes variétés de fruits pour la rupture du jeûne. Mme BOUBA achète 2 ananas, 5 mangues et 4 papayes ; elle paie 620 FCFA. SAMIRA achète 3 ananas, 5 mangues et 1 papaye ; elle paie 530 FCFA. FATI achète 2 ananas, 7 mangues et 8 papayes.

Tâches :

1. Aide ALI à déterminer la somme d'argent perçue par son père au bout de 10 ans. **1,5pt**
2. Quelle est la distance du pied de l'échelle au mur de la maison ? **1,5pt**
3. Combien doit payer FATI ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt

CORRIGÉ DE L'EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DS N°4, 1ère D
Lycée classique d'EDEA, Année Scolaire 2024-2025

MARS 2025

Par M. T. Nathanaël AWONO-MESSI
PLEG Maths.

Partie A: ÉVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1

I) 1. Montrons que $(1+2\sqrt{3})^2 = 13+4\sqrt{3}$.

On a: $(1+2\sqrt{3})^2 = (1)^2 + 2\times1\times2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = 1+4\sqrt{3}+12 = 13+4\sqrt{3}$. 0,5pt

2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2+(1-2\sqrt{3})x-\sqrt{3}=0$

On a: $\Delta = (1-2\sqrt{3})^2 - 4(2)(-\sqrt{3}) = 13-4\sqrt{3}+8\sqrt{3} = 13+4\sqrt{3} = (1+2\sqrt{3})^2$

Comme $\Delta>0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes:

$$x_1 = \frac{-(1-2\sqrt{3})-(1+2\sqrt{3})}{2(2)} = -\frac{1}{2} \quad ; \quad x_2 = \frac{-(1-2\sqrt{3})+(1+2\sqrt{3})}{2(2)} = \sqrt{3}$$

Ainsi, $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2} ; \sqrt{3}\right\}$ 1pt

3. Déduisons-en la résolution dans $[0;2\pi[$ de l'équation (E).

$$(E): 2\cos^2 2x + (1-2\sqrt{3})\cos 2x - \sqrt{3} = 0$$

posons $t=\cos 2x$, alors l'équation (E) devient $2t^2+(1-2\sqrt{3})t-\sqrt{3}=0$

En vertu du résultat de la question précédente, $t=-\frac{1}{2}$; $t=\sqrt{3}$.

- $t=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$.

$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3}+2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x = -\frac{2\pi}{3}+2k\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3}+k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{3}+k\pi \end{cases}, k\in\mathbb{Z}.$

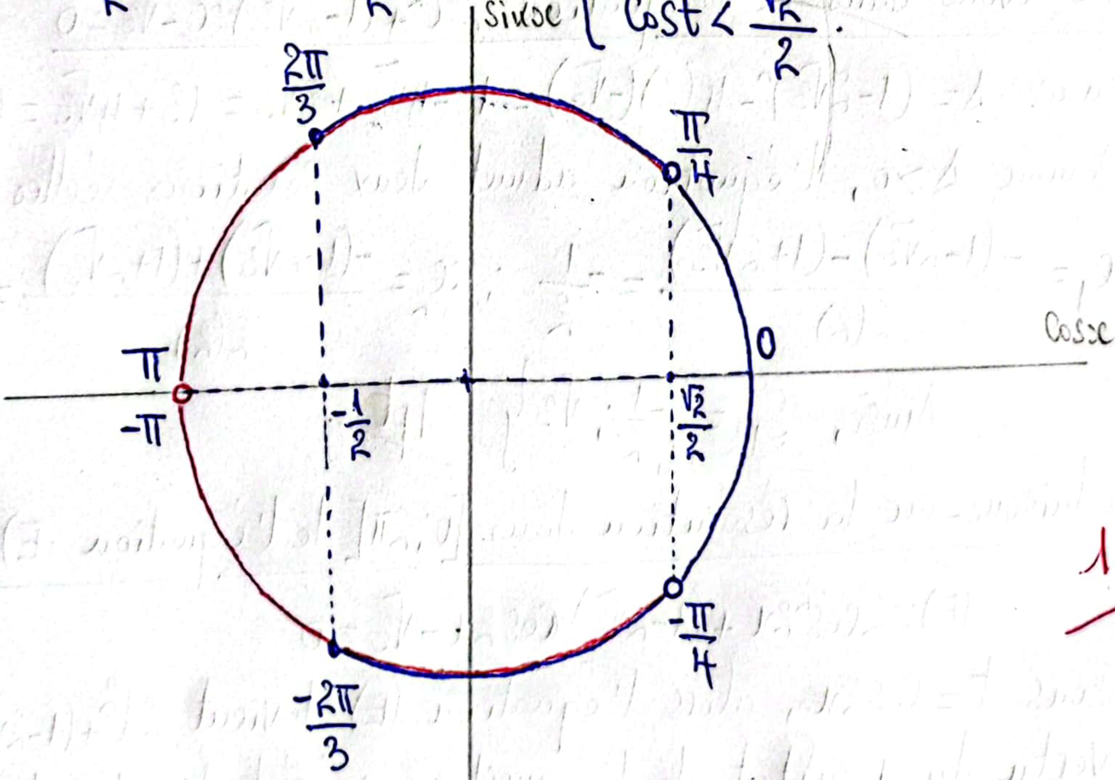
- $t=\sqrt{3} \Leftrightarrow \cos 2x = \sqrt{3}$ ce qui est impossible, car pour tout réel x, $-1\leq\cos 2x\leq 1$.

x \ k	0	1	2	3
$\frac{\pi}{3}+k\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$		
$-\frac{\pi}{3}+k\pi$		$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	

Ainsi, $S_{[0;2\pi[} = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$ 1pt

II) À l'aide du cercle trigonométrique, résolvons dans $]-\pi;\pi[$ l'inéquation $(I): -\frac{1}{2} \leq \cos t < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$(I): -\frac{1}{2} \leq \cos t < \frac{\sqrt{2}}{2} \iff \begin{cases} \cos t \geq -\frac{1}{2} \\ \cos t < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$



1pt

- Dans $]-\pi;\pi[$, $\cos t \geq -\frac{1}{2} \iff t \in \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$ (Arc en bleu).
- Dans $]-\pi;\pi[$, $\cos t < \frac{\sqrt{2}}{2} \iff t \in \left]-\pi; -\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{\pi}{4}; \pi\right[$ (Arc en rouge)

Ainsi $S_{]-\pi;\pi[} = \left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$

Exercice 2.

1. Calculons U_1 et U_2.

On a : $U_1 = \frac{1}{2}U_0 + 2 = \frac{1}{2}\times 8 + 2 = 6$; $U_2 = \frac{1}{2}U_1 + 2 = \frac{1}{2}\times 6 + 2 = 5$

0,25pt x 2

2. Montrons que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Nous avons: $V_{n+1} = U_{n+1} - 4 = \frac{1}{2}U_n + 2 - 4 = \frac{1}{2}U_n - 2 = \frac{1}{2}(U_n - 4) = \frac{1}{2}V_n$

donc (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $V_0 = U_0 - 4 = 8 - 4 = 4$.

1pt

3. Exprimons V_n en fonction de n et déduisons-en que $U_n = 4 + \frac{4}{2^n}$

- (V_n) étant une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $V_0 = 4$, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = V_0 \times q^n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{4}{2^n}$.
- De l'égalité $V_n = U_n - 4$, on a: $U_n = 4 + V_n$.

or $V_n = \frac{4}{2^n}$, donc $U_n = 4 + \frac{4}{2^n}$.

0,5pt×2.

4. Exprimons S_n en fonction de n.

$$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n = (4+V_0) + (4+V_1) + \cdots + (4+V_n)$$
$$= (4+4+\cdots+4) + V_0 + V_1 + \cdots + V_n$$
$$= 4(n+1) + V_0 + V_1 + \cdots + V_n.$$

or $V_0 + V_1 + \cdots + V_n = V_0 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 4 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} = 8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

donc $S_n = 4(n+1) + 8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

1pt

Exercice 3.

1.(a) Montrons que G appartient à la droite (BD)

Nous avons: $G = \text{bar}\{(A;3);(B;2);(C;3);(D;7)\}$

$= \text{bar}\{(A;3),(B;2);(C;3);(D;2);(D;5)\}$

or O est milieu de [AC] et de [BD], donc $O = \text{bar}$

A	C
3	3

et

$O = \text{bar}\begin{array}{|c|c|}\hline B & D \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$, par conséquent $G = \text{bar}\begin{array}{|c|c|c|}\hline O & O & D \\ \hline 6 & 4 & 5 \\ \hline \end{array}$

$= \text{bar}\begin{array}{|c|c|}\hline O & D \\ \hline 10 & 5 \\ \hline \end{array}$

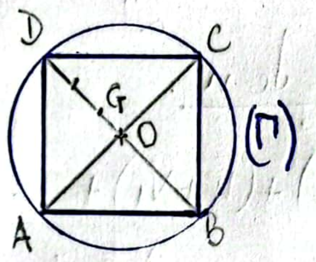
Ainsi, $G \in (OD)$. 0,75pt

Puisque les points B, O et D sont alignés, alors $G \in (BD)$.

(b) Montrons que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$ puis, Construisons le point G

Nous venons d'etablir que $G = \text{bar}\begin{array}{|c|c|}\hline D & O \\ \hline 5 & 10 \\ \hline \end{array}$

donc $\overrightarrow{DG} = \frac{10}{5+10}\overrightarrow{DO} = \frac{10}{15}\overrightarrow{DO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$. 0,25pt



0,25pt x2

2.(a) Montrons que $3MA^2 + 3MC^2 = 6\,OM^2 + 12$ et $2MB^2 + 2MD^2 = 4OM^2 + 8$

Nous avons : $3MA^2 + 3MC^2 = 3(MA^2 + MC^2)$

or $MA^2 + MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2$

$= MO^2 + 2\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{OA} + OA^2 + MO^2 + 2\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{OC} + OC^2$

$= 2MO^2 + 2\overrightarrow{MO}\cdot(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + OA^2 + OC^2$

O étant le milieu de [AC], alors $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ et $OA = OC = \frac{AC}{2}$

Par suite $MA^2 + MC^2 = 2MO^2 + 2\overrightarrow{MO}\cdot\vec{0} + 2OA^2$ 0,5pt

$= 2MO^2 + 2\left(\frac{AC}{2}\right)^2 = 2MO^2 + \frac{AC^2}{2} = 2MO^2 + \frac{2AB^2}{2}$

$= 2MO^2 + AB^2 = 2MO^2 + (2)^2 = 2MO^2 + 4$

Ainsi, $3MA^2+3MC^2=3(2MO^2+4)=6MO^2+12$.

De même, $2MB^2+2MD^2=2(MB^2+MD^2)=2(2MO^2+4)=4MO^2+8$ 0,5pt

(b) Montrons que : $M\in(\Gamma) \Leftrightarrow OM=\sqrt{2}$.

$$M\in(\Gamma) \Leftrightarrow 3MA^2+2MB^2+3MC^2+2MD^2=40$$
$$\Leftrightarrow (3MA^2+3MC^2)+(2MB^2+2MD^2)=40$$
$$\Leftrightarrow 6OM^2+12+4OM^2+8=40$$
$$\Leftrightarrow 10OM^2+20=40$$
$$\Leftrightarrow 10OM^2=20 \Leftrightarrow OM^2=2 \Leftrightarrow OM=\sqrt{2}.$$ 0,5pt

(c) Montrons que le point A appartient à (Γ).

O est milieu de [AC], donc $OA=\frac{AC}{2}$

Dans le triangle rectangle et isocèle en B, la propriété de Pythagore s'écrit : $AC^2=AB^2+BC^2=2AB^2=2\times2^2=8$, donc $AC=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

par suite, $OA=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Pour $M=A$, on a : $OA=\sqrt{2}$, donc $A\in(\Gamma)$.

Déduisons-en la nature exacte de (Γ). 0,25pt×2.

(Γ) est un cercle de centre O et de rayon OA

(d) Construisons (Γ)

(Voir figure)

Exercice 4

1. Calculons les limites de f aux bornes de son ensemble de définition

$x\in D_f \Leftrightarrow x\neq-1$; $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$
$=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$; - $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	

- $\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to -1} x^2 = 1 \\ \lim_{x \to -1} x+1 = 0 \text{ et } x+1<0 \end{array}\right\}$ donc $\lim_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x) = -\infty$.

- $\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to -1} x^2 = 1 \\ \lim_{x \to -1} x+1 = 0 \text{ et } x+1>0 \end{array}\right\}$ donc $\lim_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = +\infty$.

0,25pt x 4

2. Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = ax+b+\frac{c}{x+1}$

pour tout réel $x \neq -1$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1} = \frac{x^2-1+1}{x+1} = \frac{x^2-1}{x+1} + \frac{1}{x+1}$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} = x-1+\frac{1}{x+1}$$

Ainsi, $a=1$; $b=-1$ et $c=1$. 0,5pt

3. Montrons que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y=x-1$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$.

pour tout réel $x \neq -1$, $f(x) = x-1+\frac{1}{x+1}$

donc $f(x)-(x-1) = \frac{1}{x+1}$

0,5pt

Comme $\lim_{x \to -\infty} [f(x)-(x-1)] = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ et $\lim_{x \to +\infty} [f(x)-(x-1)] = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$,

alors la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y=x-1$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$.

Déterminons l'équation de l'autre asymptote.

Comme $\lim_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x) = -\infty$; $\lim_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = +\infty$, alors la droite d'équation $x=-1$ est une asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$. 0,25pt

4. <u>Montrons que le point $\Omega(-1;-2)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.</u>

- Soit $x \in D_f$, alors $x \neq -1$.

$$x \neq -1 \Rightarrow -x \neq 1$$
$$\Rightarrow -2-x \neq -1$$
$$\Rightarrow -2-x \in D_f.$$

- De plus, $f(-2-x)+f(x) = -2-x-1+\frac{1}{-2-x+1}+x-1+\frac{1}{x+1}$

$$= -4+\frac{1}{-x-1}+\frac{1}{x+1} = -4-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}$$
$$= -4 = 2\times(-2)$$

0,5pt

donc le point $\Omega(-1;-2)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

5.(a) <u>Montrons que pour tout $x \neq -1$, on a: $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.</u>

f est dérivable sur D_f en tant que fonction rationnelle et pour tout $x \neq -1$, on a: $f'(x) = \frac{(x^2)'(x+1)-(x+1)'x^2}{(x+1)^2}$

$$= \frac{2x(x+1)-x^2}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x-x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$$
$$= \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}.$$

0,5pt

(b) <u>Déduisons-en le sens de variation de f et dressons son tableau de variation</u>

pour tout $x \in D_f$, $(x+1)^2>0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $x(x+2)$.

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$x(x+2)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Ainsi, f est strictement croissante sur $]-\infty;-2[$ et sur $]0;+\infty[$

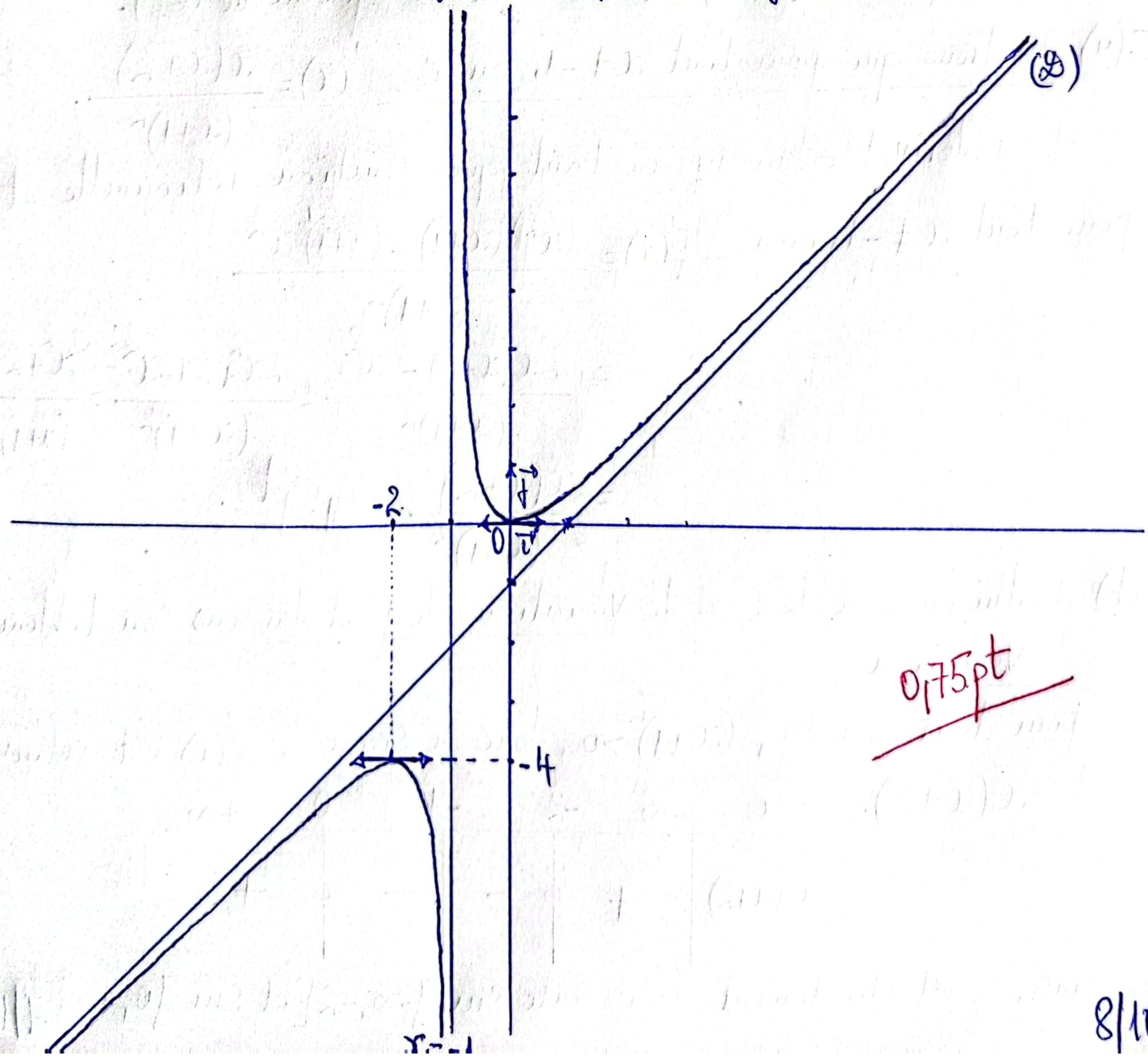
f est strictement décroissante sur $]-2;-1[$ et sur $]-1;0[$.

Tableau de Variation

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0,5pt

6. Traçons la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes



0,75pt

8/10

Partie B ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Tâche 1 Aidons ALI à déterminer la somme d'argent perçue par son père au bout de dix ans.

Designons par U_n la production annuelle de mil à la $n^{ième}$ année.

- On a: $U_1 = 50$.
- La production annuelle de mil augmente de 10% par rapport à l'année précédente signifie que $U_{n+1} = U_n + \frac{10}{100}U_n = \left(1+\frac{10}{100}\right)U_n = 1{,}1U_n$

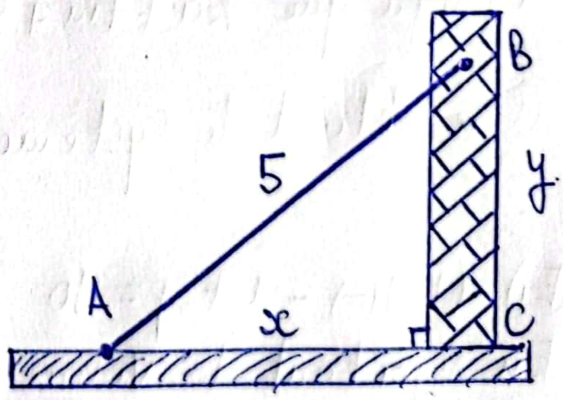
Ainsi, (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 1{,}1$ et de 1^{er} terme $U_1 = 50$

Donc, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_n = U_1 q^{n-1} = 50(1{,}1)^{n-1}$.

C1
C2
C3

- le nombre total de sacs de mil produit au bout de 10 ans est $U_1 + U_2 + \cdots U_{10} = U_1 \times \frac{1-q^{10}}{1-q} = 50 \times \frac{1-(1{,}1)^{10}}{1-1{,}1} \simeq 797$
- Comme le prix de vente d'un sac de mil est de 16.000 FCFA, alors la somme d'argent perçue par M. BOUBA au bout de 10 ans est de 797 x 16.000 FCFA soit 12.752.000 FCFA. 1,5pt

Tâche 2. Distance du pied de l'échelle au mur de la maison.



- la distance du pied de l'échelle au mur de la maison est AC.

posons $AC = x$ et $BC = y$.

les données de l'énoncé imposent que $x > y$. avec $x > 0$ et $y > 0$

- Dans le triangle rectangle ABC, la propriété de Pythagore s'écrit:

$x^2 + y^2 = 5^2$, c'est-à-dire $x^2 + y^2 = 25$

- L'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC est égale à $6m^2$ signifie que $\frac{xy}{2} = 6$

Ce qui donne $xy = 12$. C1

On obtient le système $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ xy=12. \end{cases}$ (*) C2 C3

- $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy = 25+2\times12 = 49$ et comme $x+y>0$, alors $x+y=7$

Ainsi, le système (*) est équivalent au système : $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$

x et y sont solutions de l'équation $t^2-7t+12=0$.

Après résolution et comme $x>y$, alors $x=4$ et $y=3$. 1,5pt

$\boxed{\text{La distance du pied de l'echelle au mur de la maison est de 4 m.}}$

Tâche 3 Somme S à payer par FATI

Soit a le prix d'un ananas, m le prix d'une mangue et p le prix d'une papaye.

- Mme BOUBA achète 2 ananas, 5 mangues et 4 papayes ; elle paie 620 FCFA signifie que $2a+5m+4p=620$.
- SAMIRA achète 3 ananas, 5 mangues et 1 papaye ; elle paie 530 FCFA signifie que $3a+5m+p=530$.
- FATI achète 2 ananas, 7 mangues et 8 papayes ; elle paie S FCFA signifie que $2a+7m+8p=S$.

On obtient le système : $\begin{cases} 2a+5m+4p=620 & (E_1) \\ 3a+5m+p=530 & (E_2) \\ 2a+7m+8p=S & (E_3) \end{cases}$ C1 C2 C3

- $(E_1)-(E_2) \Leftrightarrow -a+3p=90 \Leftrightarrow a=3p-90$.
- En reportant la valeur de a dans (E_2), il s'ensuit que $m=-2p+160$
- Ainsi, $S = 2(3p-90)+7(-2p+160)+8p = 6p-180-14p+1120+8p$
$= 940$. 1,5pt

$\boxed{\text{FATI doit payer la somme de 940 FCFA.}}$

10/10