



PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 15,5 points

EXERCICE 1 4pts

- I. Pour chacune des questions, trois réponses vous sont proposées. Sur votre feuille, écrire le numéro de la question suivie de la lettre qui correspond à la bonne réponse. **1pt+0,5pt+0,5pt+0,5pt= 2,5pt**

Questions	Réponse a	réponse b	réponse c
1) On a dans le plan complexe les points A, B et C d'affixe respectives $a = -1 - 2i$, $b = 1 + i$ et $c = 4 - i$. s désigne la similitude de centre A transformation B et C. l'expression analytique de s est :	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$
2) La forme algébrique de $(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}})^{1999}$ Est :	$\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$
3) $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors les racines cubiques de 1 sont :	1, J et J^2	1, $-J$ et J^2	1, J et $-J^2$
4) Soit le nombre complexe $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors on a :	$J^2 = \bar{J}$	$1 + J + J^2 = 0$	$J^3 = 1$

- II. 1) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17 **0,5pt**
 2) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4; 2^n \geq n^2$ **0,5pt**
 3) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*; \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ **0,5pt**

EXERCICE 3 11,5pts

Partie A : Etude de la fonction auxiliaire / 3.5pts

On considère la fonction g dérivable \mathbb{R} sur et définie par : $(x) = (1 - x)e^{1-x} - 1$

- 1) a. Justifier que la limite de g en $+\infty$ est -1. **(0.5pt)**
 b. Déterminer la limite de g en $-\infty$. **(0.25pt)**
 2) a. Démontrer que pour tout x élément de \mathbb{R} , $g'(x) = (x - 2)e^{1-x}$. **(0.5pt)**
 b. Etudier les variations de g et dresser son tableau des variations. **(0.75pt)**
 3) a. Montrer que l'équation $(x) = 0$ admet une unique solution α . **(0.75pt)**
 b. Justifier que $0.4 < \alpha < 0.5$. **(0.25pt)**
 4) Déduire le signe de (x) suivant les valeurs de x . **(0.5pt)**

Partie B : Etude de la fonction principale / 8pts

Soit la fonction définie par $(x) = xe^{1-x} - x + 2$ et on désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).

- 1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$. **(1pt)**
 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat obtenu. **(0.5pt)**
 3) Montrer que $f'(x) = g(x)$. En déduire le sens de variation de f . **(1pt)**

- 4) Montrer que $(\alpha) = \frac{a^2 - 2\alpha + 2}{1 - \alpha}$. **(0.5pt)**
- 5) Dresser le tableau de variation de f . **(0.75pt)**
- 6) a. Démontrer que la droite (D) d'équation : $y = -x + 2$ est asymptote à (Cf) en $+\infty$. **(0.5pt)**
 b. étudier la position relative de (Cf) par rapport à (D). **(0.5pt)**
- 7) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 1. **(0.75pt)**
- 8) a. Justifier que pour tout réel x on a : $(-x + 2) = e^{1-x} \times (x)$. **(0.5pt)**
 b. On admet que l'équation $(x) = 0$ admet deux solutions. On appelle β l'une des solutions, justifier que $-\beta + 2$ est l'autre solution. **(0.5pt)**
- 9) Tracer (D), (Cf) et (T) dans le repère (O, I, J). (on prendra $\alpha = 0.4$ et $\beta = 2.5$ et prendre 2cm pour 1 unité sur les axes). **(1.5pts)**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 4.5 points

Situation :

Un camion qui consomme 20 litres de carburant par 100 km n'a dans son réservoir que 30 litres de carburant pour cinq jours. Il doit partir chaque matin d'un centre C, faire le tour des 5 quartiers Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 et Q_5 pour vider les bacs à ordures. Les routes reliant ces quartiers sont mentionnées sur le schéma 1 par des segments pondérés des longueurs en km. Ces ordures sont déversées dans une fosse et ensuite, le camion retourne au centre C.

Cette fosse a la forme d'un pavé droit de hauteur 12m. Le constructeur de ce pavé a établi que l'aire de la base est égale à celle de la partie du plan constituée des point $M(x; y)$ tels que $\{0 \leq f(x) \leq 4 \text{ et } 0 \leq y \leq 4\}$ dans un repère orthonormé de 3 m comme unité sur les axes où f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^x$.

Le dépôt moyen annuel d'ordures dans cette fosse est de 4960 m³. La péremption de cette fosse a lieu à la fin de la quatrième année d'utilisation.

Le chauffeur de ce camion est payé selon son indice qui change tous les deux ans, suivant le tableau 1 ci-dessous. Il a 2 ans de service en janvier 2022 Il voudrait entamer la fondation de sa maison dès que son salaire mensuel aura atteint 240.000F. Il tient à ce que la construction de cette maison soit faite par son fils qui quitte le pays dans 16 ans. Un point d'indice correspond à 187,25 F et tout projet est fait à partir de la méthode Mayer.

Tâches :

1. Cette quantité de carburant permettra-t-elle faire cinq jours de travail ? **1,5pt**
2. Cette fosse pourra-t-elle contenir tous les déchets jusqu'à sa date de péremption ? **1,5pt**
3. Son fils pourra-t-il effectuer ces travaux avant de quitter le pays ? **1,5pt**

Schéma 1

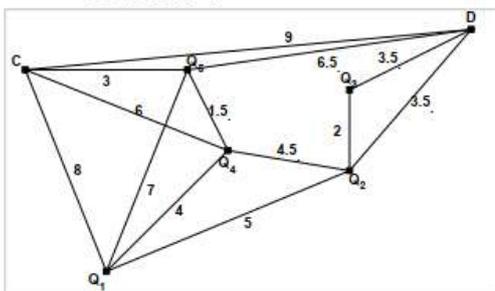


Tableau 1

Année	2012	2014	2016	2018	2020	2022
Numéro d'avancement (x_i)	0	1	2	3	4	5
Nombre de points d'indice (y_i)	465	530	605	665	715	785