



**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 15,5 points**

**Exercice 1** 1.5pts

En supposant que  $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

1. Montrer que  $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$  0.5pt
2. Résoudre dans IN l'équation (E) :  $C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$  . (E') :  $C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7}$  1pt

**EXERCICE 2** 4pts

E est plan vectoriel dont une base est :  $(\vec{i}, \vec{j})$ . On donne f l'endomorphisme donc la matrice dans la base B est  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Les applications **g et h** sont aussi des endomorphismes de E, définie par :  **$g = f + Id_E$**  et  **$h = f - 2Id_E$**

- 1- Déterminer la matrice G de g, H de h dans la base B. 1pt
- 2- Déterminer le noyau Kerg et préciser une base  $\vec{u}_1$ . 1pt
- 3- Déterminer l'image de Imh et préciser une base  $\vec{u}_2$  1pt
- a- Montrer que  **$B' = (\vec{u}_1, \vec{u}_2)$  est une base de E** et déterminer la matrice M' de f dans cette base. 1pt

**EXERCICE 3** 5 points

Soit  $x \in \mathbb{R}$ . On définit la suite  $(U_n)$  par :  $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_n = \sin^2 x + 3u_n \cos(2x) \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$

1. a. Montrer que  $u_1 = -2\sin^2 x + \frac{3}{2}$  0.5pt
- b. Résoudre dans  $[0; 2\pi[$  l'équation (E) :  $u_1 = 1$  1pt
- c. Placer les images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique 0.5pt
2. dans la suite on suppose que  $x = \frac{\pi}{6}$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$ , on pose  $V_n = \frac{3}{2}U_n + \frac{3}{4}$ 
  - a. Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on caractérisera. 1pt
  - b. Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de n 0.5pt
  - c. Calculer en fonction de n la somme  $S_n$  définie par  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  0.5pt
  - d. Déduire en fonction de n la somme  $Q_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  0.5pt
  - e. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} Q_n$  0.5pt

**Exercice 3 :** 5.5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité 1cm

On considère la fonction f définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par  $f(x) = \frac{x^2-4}{1-x}$

1. a) Calculer les limites de f en  $+\infty$  ;  $-\infty$ ; à gauche en 1 et à droite en 1 1pt
- b) En déduire que la courbe (C) de f admet une asymptote verticale (L) dont on déterminera une équation 0,5pt
2. a) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout  $x \neq 1$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$  0.75pt
- b) Soit (T) la droite d'équation  $y = -x - 1$ . Montrer que (T) est asymptote à (C) 0,5pt
- c) Déterminer la position relative de (C) et (T). 0.5pt

3. a) Montrer que la dérivée de  $f'$  de  $f$  est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par  $f'(x) = \frac{-(x^2-2x+4)}{(1-x)^2}$  **0,5pt**  
 b) En déduire le sens des variations de  $f$  **0,5pt**  
 4. Construire dans le même repère  $(C)$ ,  $(L)$  et  $(T)$  **1,25pt**

### **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/ 4.5 points**

#### **Situation**

Chaque année au mois d'avril, une entreprise citoyenne à travers ses employés organise des visites de donation dans un orphelinat, un centre de personne handicapés et un centre d'accueil et d'observation des enfants de la rue. Pour la visite du mois d'avril 2025, le responsable des affaires sociales de cette entreprise a reparti tous les employés en trois catégories distinctes selon leurs revenus mensuels. Le tableau suivant donne en FCFA, la contribution de chaque employé par lieu de visite en fonction de la catégorie.

Lieu de visite	Contribution par employé		
	Catégorie 1	Catégorie 2	Catégorie 3
Orphelinat	4500	7500	12000
Centre de personnes handicapées	7000	10000	16000
Centre d'accueil et d'observation	3500	4500	6000

Pour les donations, il faut remettre un don d'une valeur de 546.000FCFA à l'orphelinat, 770.000FCFA au centre de personnes handicapées et 342.000FCFA pour le centre d'accueil et d'observation des enfants de la rue.

Le 1<sup>er</sup> janvier 2018, monsieur Bell et madame Léa sont recrutés dans cette entreprise citoyenne à l'indice respectif  $Y_0$  et  $X_0$  avec  $Y_0 = X_0 = 460$ . Dans le salaire d'un employé, un point d'indice dans cette entreprise vaut 750 FCFA. Chaque année à cause de la spécificité du poste occupé, l'indice de Mr Bell augmente de 90 points tandis que celui de madame Léa augmente de 10% par rapport à l'année précédente.

Grace à ses économies, monsieur Bell voudrait s'acheter un terrain. La parcelle que lui propose un agent immobilier a la forme d'un quadrilatère. Le géomètre affirme que les sommets de ce quadrilatère sont les images des solutions sur un cercle trigonométrique d'unité 3 d'une équation

$$4 \sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \sin x - \sqrt{6} = 0 \text{ sur } [0; 2\pi]. \text{ Le mètre carré est vendu à } 2.500\text{FCFA.}$$

Prendre  $\sqrt{3} = 1,73$ ;  $\sqrt{2} = 1,41$

#### **Taches :**

- Détermine le salaire mensuel brut de monsieur Bell et madame Léa dès la fin du mois de janvier 2025. **1,5pt**
- Détermine le nombre d'employés de cette entreprise. **1,5pt**
- Détermine le montant d'argent que devra déboursier monsieur Bell pour l'achat de ce terrain. **1,5pt**