COLLEGE LA PREVOYANCE
BP : 4500
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2024-2025
DEVOIR SURVEILLE N°4
CLASSE : 1èreA4
EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2H **COEF :2**

PARTIEA : EVALUATION DES RESSOURCES / 15PTS

<u>EXERCICE</u> 1 : 5pts

1) Determiner les solutions dans IR de l'équation $-x^2 + 2x + 15 = \mathbf{0}$ **1pt**
2) Dresser le tableau de signe de $-x^2 + 2x + 15 = 0$ **1pt**
3) En deduire la solution dans IR de l'inéquation $-x^2 + 2x + 15 \geq 0$
   1pt
4) Résoudre dans IR l inéquation $2x - 1 > 5x - 4$ **1pt**
5) On donne card(A) = 1521 ; card(B) = 798 ; card(AUB) = 2200.
   Calculer card(A⍰B) et card (A/B) **1pt**

<u>EXERCICES</u> 2 : 5pts

1) Le personnel d'un lycée est reparti en trois catégories : le personnel enseignant, le personnel administratif, le personnel technique et d'appui. parmi les 200 membres du personnel de ce lycée, 120 sont des hommes te 150 les enseignants. Le nombre d'hommes est le double du nombre de femmes enseignantes.

Recopie et compléter le tableau suivant **3,5pts**

	hommes	femmes	Total
Personnel enseignant	………………..	…………….	150
Personnel administratif	………………..	18	…………..
Personnel technique et d appuie	8	…………..	…………..
Total	120		200

2) Sur 100 clients interroges au sujet de l'utilisation de deux types de bus : « VIP » et « classique » d'une agence de voyage.
   . 50 ont déjà utilisé un bus « VIP »
   . 35 ont déjà utilisé un bus « classique »
   . 10 ont déjà utilisé un bus « VIP » et un bus « classique »

Combien de clients

a) Ont déjà voyagé au moins une fois par l'un de types de bus ? **0,5pt**
b) N ont jamais voyagés avec l'un des deux types de bus ? **0,5pt**
c) N ont voyagés qu'en bus « VIP » **0,5pt**

EXERCICES 3 : 5pts

A- On donne le polynôme p(x)= $x^2 - 3x + 2$

1) Résoudre l'équation p (x) = 0 **1pt**
2) Etudier le signe de p(x) **1pt**
3) Résoudre l inéquation p (x) ≤ 0 **1pt**

B- On considère le système (S) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$

Résoudre par la méthode du déterminant ce système **2pts**

PARTIEB : EVALUATION DES COMPETENCES / 5pts

Pendant les fêtes de fin d'année, un magasin d'informatique organise une tombola. M. ATEBA, un fidèle client est éligible a un prix de la tombola .pour avoir son gain, il invité a tiré au hasard et simultanément 3 boules dans un sac qui contient 5 rouges et 3 blanches indiscernables au toucher. Chaque boule blanche rapporte 10000FCFA et chaque boule rouge rapporte 5000FCFA.

Pendant ces mêmes fêtes de fin d'année, M.ATEBA envisage de construire un hangar. Il a commandé des planches et des lattes pour un total de 70 pièces de bois. Le vendeur lui propose une planche à 3500FCFA et une latte à 1800FCFA pour un cout total de 194000FCFA.

M.ATEBA, parent, a prévu la somme de 6000FCFA à partager équitablement entre ses enfants pour l'argent de poche pendant les périodes de fêtes .mais avant le partage de cet argent, il accueille chez lui deux de ses neveux venus passer ces fêtes avec lui. Faute de moyens supplémentaires, il décide alors de partager équitablement la même somme a tous les enfants, y compris ses neveux ; la part de chacun de ses propres enfants se retrouve alors diminuer de 500FCFA.

TACHE :

1) Determiner tous les gains possibles de M.ATEBA et le nombre de tirage y conduisant **1,5pt**
2) Determiner le nombre de planches et le nombre de lattes commandées par M.ATEBA **1,5pt**
3) Determiner le nombre d'enfants propres de M.ATEBA **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

CORRECTION DEVOIR SURVEILLÉ N°4 - MATHÉMATIQUES 1èreA4

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)

EXERCICE 1 (5 points)

1) Déterminer les solutions dans IR de l'équation –x² + 2x + 15 = 0 (1pt)

Utilisons la formule du discriminant pour résoudre cette équation du second degré. a = -1, b = 2, c = 15

Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times (-1) \times 15 = 4 + 60 = 64$

$\Delta > 0$, donc l'équation admet deux solutions réelles : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-8}{-2} = \frac{10}{2} = 5$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+8}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$

Les solutions sont $x_1 = 5$ et $x_2 = -3$.

2) Dresser le tableau de signe de –x² + 2x + 15 (1pt)

Posons $f(x) = -x + 2x + 15$

Les racines de f sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 5$. Le coefficient de x² est négatif (a = -1), donc la parabole est orientée vers le bas. La fonction est positive entre ses racines et négative à l'extérieur.

Tableau de signe :

x	$-\infty$ $+\infty$		-3		5
$f(x)$	-	0	+	0	-

3) En déduire la solution dans IR de l'inéquation –x² + 2x + 15 0 (1pt)

D'après le tableau de signe, $f(x) \geq 0$ lorsque $x \in [-3, 5]$

4) Résoudre dans IR l'inéquation 2x – 1 ¿ 5x – 4 (1pt)

Réorganisons l'inéquation : $2x – 1 > 5x – 4$ $2x - 5x > 1 - 4$ $-3x > -3$ $x < 1$

La solution est $x \in]-\infty, 1[$

5) On donne card(A) = 1521, card(B) = 798, card(AB) = 2200. Calculer card(AB) et card(A) (1pt)

Utilisons la formule : card(AB) = card(A) + card(B) - card(AB)

Donc : card(AB) = card(A) + card(B) - card(AB) card(AB) = 1521 + 798 - 2200 = 119

Pour card(A), utilisons la formule : card(A) = card(A) - card(AB) card(A) = 1521 - 119 = 1402

EXERCICE 2 (5 points)

1) Compléter le tableau (3,5pts)

Données :

— Total du personnel : 200
— Nombre d'hommes : 120
— Nombre d'enseignants : 150
— Nombre d'hommes = 2 × nombre de femmes enseignantes
— Personnel administratif femmes : 18
— Personnel technique et d'appui hommes : 8

Si on note x le nombre de femmes enseignantes, alors le nombre d'hommes enseignants est 2x. Comme le total des enseignants est 150, on a : 2x + x = 150, donc 3x = 150, d'où x = 50.

Donc :

— Femmes enseignantes = 50
— Hommes enseignants = 100
— Total femmes = 200 - 120 = 80
— Femmes techniques et d'appui = 80 - 50 - 18 = 12
— Personnel administratif hommes = 120 - 100 - 8 = 12
— Total personnel administratif = 12 + 18 = 30
— Total personnel technique et d'appui = 8 + 12 = 20

Tableau complété :

	Hommes	Femmes	Total
Personnel enseignant	100	50	150
Personnel administratif	12	18	30
Personnel technique et d'appui	8	12	20
Total	120	80	200

2) Sur 100 clients interrogés (1,5pt)

Donnons :

— A : clients ayant utilisé un bus "VIP", card(A) = 50
— B : clients ayant utilisé un bus "classique", card(B) = 35
— AB : clients ayant utilisé les deux types de bus, card(AB) = 10

a) Clients ayant voyagé au moins une fois par l'un des types de bus : card(AB) = card(A) + card(B) - card(AB) = 50 + 35 - 10 = 75 clients

b) Clients n'ayant jamais voyagé avec l'un des deux types de bus : 100 - card(AB) = 100 - 75 = 25 clients

c) Clients n'ayant voyagé qu'en bus "VIP" : card(A) - card(AB) = 50 - 10 = 40 clients

EXERCICE 3 (5 points)

A- Pour le polynôme p(x) = x² − 3x + 2

1) Résoudre l'équation p(x) = 0 (1pt)

a = 1, b = -3, c = 2

Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1$

$\Delta > 0$, donc l'équation admet deux solutions réelles : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{2} = 1$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{2} = 2$

Les solutions sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.

2) Étudier le signe de p(x) (1pt)

Le coefficient de x² est positif (a = 1), donc la parabole est orientée vers le haut. La fonction est négative entre ses racines et positive à l'extérieur.

Tableau de signe :

x	$-\infty$ $+\infty$		1		2
$p(x)$	+	0	-	0	+

3) Résoudre l'inéquation p(x) 0 (1pt)

D'après le tableau de signe, $p(x) \leq 0$ lorsque $x \in [1, 2]$

B- Système (S)

Résoudre par la méthode du déterminant le système $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$ **(2pts)**

Écrivons le système sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Calculons le déterminant de la matrice des coefficients : $D = 1 \times 4 - 2 \times 2 = 4 - 4 = 0$

Le déterminant est nul, ce qui signifie que les équations sont soit incompatibles, soit dépendantes.

Vérifions si elles sont dépendantes : La deuxième équation $2x + 4y = 2$ peut s'écrire $2(x + 2y) = 2$ Donc $x + 2y = 1$, ce qui est identique à la première équation.

Les équations sont donc dépendantes, et le système admet une infinité de solutions de la forme : $\{x = 1 - 2y, y \in \mathbb{R}\}$

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 POINTS)

1) Déterminer tous les gains possibles de M. ATEBA et le nombre de tirages y conduisant (1,5pt)

M. ATEBA tire 3 boules parmi 8 (5 rouges et 3 blanches).

- Chaque boule blanche rapporte 10 000 FCFA
- Chaque boule rouge rapporte 5 000 FCFA

Les différentes configurations possibles sont :

- 3 boules blanches : gain = 3 × 10 000 = 30 000 FCFA
- 2 boules blanches et 1 boule rouge : gain = 2 × 10 000 + 1 × 5 000 = 25 000 FCFA
- 1 boule blanche et 2 boules rouges : gain = 1 × 10 000 + 2 × 5 000 = 20 000 FCFA
- 3 boules rouges : gain = 3 × 5 000 = 15 000 FCFA

Calculons le nombre de tirages pour chaque cas :

- 3 boules blanches : $C(3,3) = \binom{3}{3} = 1$ tirage
- 2 boules blanches et 1 boule rouge : $C(3,2)\times C(5,1) = \binom{3}{2}\binom{5}{1} = 3\times 5 = 15$ tirages
- 1 boule blanche et 2 boules rouges : $C(3,1)\times C(5,2) = \binom{3}{1}\binom{5}{2} = 3\times 10 = 30$ tirages
- 3 boules rouges : $C(5,3) = \binom{5}{3} = 10$ tirages

Gains possibles :

- 30 000 FCFA avec 1 tirage
- 25 000 FCFA avec 15 tirages
- 20 000 FCFA avec 30 tirages
- 15 000 FCFA avec 10 tirages

2) Déterminer le nombre de planches et le nombre de lattes commandées par M. ATEBA (1,5pt)

Notons :

- x le nombre de planches
- y le nombre de lattes

Nous avons :

- x + y = 70 (total des pièces)
- 3500x + 1800y = 194000 (coût total)

De la première équation, y = 70 - x Substituons dans la seconde :

$$\begin{aligned} 3500x + 1800(70-x) &= 194000 \\ 3500x + 126000 - 1800x &= 194000 \\ 1700x &= 194000 - 126000 = 68000 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

D'où y = 70 - 40 = 30

M. ATEBA a commandé 40 planches et 30 lattes.

3) Déterminer le nombre d'enfants propres de M. ATEBA (1,5pt)

Notons :

— n le nombre d'enfants propres de M. ATEBA

— 6000 FCFA à partager équitablement

— 2 neveux supplémentaires

Initialement, chaque enfant propre devait recevoir 6000/n FCFA. Après l'arrivée des neveux, chaque enfant (propres + neveux) reçoit 6000/(n+2) FCFA.

D'après l'énoncé, la part de chaque enfant propre diminue de 500 FCFA, donc :

$$
\begin{aligned}
\frac{6000}{n} - \frac{6000}{n+2} &= 500 \\
6000(n+2) - 6000n &= 500 \times n \times (n+2) \\
6000(n+2-n) &= 500 \times n \times (n+2) \\
12000 &= 500 \times n \times (n+2) \\
24 &= n \times (n+2) \\
24 &= n^2 + 2n \\
n^2 + 2n - 24 &= 0
\end{aligned}
$$

Résolvons cette équation : $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 4 + 96 = 100$ $n_1 = \frac{-2+10}{2} = 4$ $n_2 = \frac{-2-10}{2} = -6$ (à rejeter car n doit être positif)

M. ATEBA a donc 4 enfants propres.

Présentation : 0,5pt