MINESEC — *Délégation Régionale du Nord* — ANNÉE SCOLAIRE **2024-2025**

LYCÉE BILINGUE DE NGONG — $T^{le}C-D$

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES — Durée : 4H

Examinateur : Mr. KAKA DAIROU — EXAMEN BLANC N 1 — Coef : 7(C)-4(D)

La qualité des figures et la clarté de la rédaction sont les éléments qui définissent l'hygiène de la mathématique

PARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 14,5pts

EXERCICE 1 (Uniquement Tle C-E)

1- Pour tout $z \in \mathbb{C}$ Calculer la somme $S(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + \cdots \ldots + z^{2n-1}$ (ou $n \in IN^*$)

2- Résoudre dans l'ensemble des nombre complexe l'équation (E_n): $z^{2n} - 1 = 0$ (ou $n \in IN^*$)

3- Montrer que $\forall n \in IN^* \setminus \{1\}$, $S(z) = \prod_{k=0}^{n-1}\left[z^2 - 2\cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)z + 1\right]$

4- (a) Calculer $S(1)$ par deux méthodes puis déduire que :

$$b)\ \prod_{k=0}^{n-1} Sin\left(k\frac{\pi}{2n}\right) = \frac{\sqrt{2n}}{2^{n-1}} \quad (\forall n \in IN^* \setminus \{1\})$$

5- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[\prod_{k=0}^{n-1} Sin\left(k\frac{\pi}{2n}\right)\right]$

6- (a) Calculer $S(i)$ par deux méthodes puis déduire:

b) $\prod_{k=0}^{n-1} Cos\left(k\frac{\pi}{2n}\right)$ $(\forall n \in IN^* \setminus \{1\})$

EXERCICE 2 (Uniquement Tle D-TI)

Soit l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$, $n \in IN^*$.

1- Vérifier que le discriminant de (E) est : $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

2- Déduire la résolution de l'équation (E)

3- Soient $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$; $a = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2}(1 + i)$

a- Vérifier que : $b\overline{c} = a$ puis en déduire que $ac = 4b$.

b- Déduire les nombres complexes sous la forme trigonométrique.

c- Déduire que $a = 4\left[Cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + iSin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$

4- Dans le plan complexe **P** muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on donne les points A ; B ; C et D d'affixes respectives $a, b; c$ **et d telle que** $d = a^4$. Soient z l'affixe de **M** et z' l'affixe **de M'** l'image de par la rotation $\mathcal{R}$ de centre **O** et d'angle $\frac{\pi}{12}$.

a) Vérifier que $z' = \frac{1}{4}az$

b) Déterminer l'image du point **C** par la rotation $\mathcal{R}$.

c) Déterminer la nature exacte du triangle OBC.

d) Montrer que $a^4 = 128b$ et en déduire que les points O ; $\mathcal{B}$ et $\mathcal{D}$ sont alignés

EXERCICE 3

Soit f une fonction définie sur $I =]-\infty; +\infty[$ par : $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)}{x+1} & si\ x \geq 1 \\ e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)} & si\ x < 1 \end{cases}$ et on note Cf sa courbe representative de f dans le repère orthonormé (O ; I ; J) tel que $\|\vec{i}\|$ =1 cm et $\|\vec{j}\|$ =2 cm. On considère la fonction g définie sur $J = [1; +\infty[$ par : $g(x) = 1 + x - x\ln x$.

I- Etude de la fonction auxiliaire g

1- Déterminer les limites de g aux bornes de J.

2- Etudier le sens de variation de g puis dressé son tableau de variation.

3- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]3,5 ; 4[$ puis déduire le signe de g sur J.

II- Etude de la fonction f.

1- *Déterminer les limites de* f *aux bornes de* I .

2- *Etudier la dérivabilité de* f *en* **1** **puis** *interpréter graphiquement le résultat obtenu.*

3- *Calculer* $f'(x)\ \forall\, x \in IR \setminus \{1\}$ *et vérifier que* $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}\ \forall\, x \in IR \setminus \{1\}$ **puis dresser le** *tableau de variation de la fonction* f.

4- *Montrer que :* $\alpha f(\alpha) = 1$ *puis tracer* **(C),** *ses tangentes et ses asymptotiques.*

PARTIE B. ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES : (5pts)

L'entreprise de MAXWELL fabrique des savons et vend des morceaux de savon. Le service de contrôle de qualité et prix a constaté qu'il y avait certains morceaux qui ne respectaient pas la masse normale de 400g. Pour mesurer l'efficacité de la chaîne de production, l'entreprise installe un système électronique qui donne le carré du pourcentage de savon ne respectant pas la norme en fonction du nombre de mois. Les données du système électronique pendant quelques mois sont consignés dans le tableau suivant :

Nombre de mois (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Carré du pourcentage (y_i)	0	4	16	64	121	196	289	400

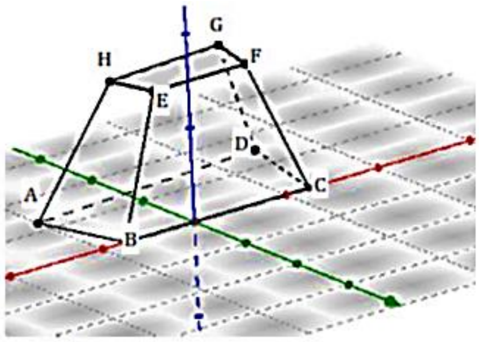
Pour exploiter au mieux ces données, le directeur de la savonnerie fait appel à une équipe d'experts en statistiques et leur demande s'il est possible que le pourcentage des morceaux de savons défectueux après 16 mois puisse dépasser qui est le pourcentage limite prescrit par le service de contrôle. L'équipe affirme qu'avec la série statistique $(x_i ; z_i)$ *où* $z_i = \sqrt{y_i}$ *, il est possible d'estimer que dans 16 mois, le service de contrôle fermera l'entreprise.*

Pour gérer l'exploitation des données, l'équipe d'experts est composée de plus de femmes que d'hommes. Pour leur nutrition, ils ont reçu 100 bons de commandes d'une valeur de 5 000 Frs chacun qu'ils ont utilisés entièrement. Chaque homme a reçu 8 bons et chaque femme a reçu 5 bons. Le comptable de l'équipe affirme que la somme totale d'argent pour la nutrition des femmes est de 70 000 Frs.

Cette entreprise veut construire un entrepôt pour le stockage de sa production, pouvant prendre jusqu'à 150 de savon. L'architecte engagé propose une structure en forme de tronc de pyramide et présente son dessin tel que vue sur la figure ci-contre où l'unité graphique est 2,5m.

$A\begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{5}{2} \\ 0 \end{pmatrix}; B\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; C\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; D\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix};\ E\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; F\begin{pmatrix} -\frac{5}{4} \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$G\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ et $H\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{5}{4} \\ 3 \end{pmatrix}$



Tâches :

1- *L'équipe d'experts a-t-elle raison sur l'estimation de la fermeture de la savonnerie ? Justifier votre réponse*

2- *Le comptable de l'équipe d'experts a-t-il raison ? Justifier votre réponse.* 1,5pt

3- *La conception de l'architecte respecte-t-elle la condition sur la capacité de l'entrepôt ? justifier votre*