Exercice 3 : 4,75 pts

Une urne contient 5 boules distinctes et indiscernables au toucher : 2 boules vertes et 3 boules rouges.

1. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne

(a) Combien de tirages différents peut-on ainsi effectuer ?

Pour déterminer le nombre de tirages différents possibles lorsqu'on tire 2 boules simultanément parmi 5, on utilise la combinaison. Le nombre de combinaisons de 2 boules parmi 5 est donné par :

$$C(5,2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

Réponse : Il y a $\boxed{10}$ tirages différents possibles.

(b) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de couleurs différentes.

Pour que les 2 boules soient de couleurs différentes, une boule doit être verte et l'autre rouge. On a :

— 2 boules vertes et 3 boules rouges.
— Le nombre de façons de choisir 1 boule verte parmi 2 est $C(2,1) = 2$.
— Le nombre de façons de choisir 1 boule rouge parmi 3 est $C(3,1) = 3$.

Le nombre total de tirages avec des couleurs différentes est donc :

$$C(2,1) \times C(3,1) = 2 \times 3 = 6$$

Réponse : Il y a $\boxed{6}$ tirages différents avec des boules de couleurs différentes.

(c) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de même couleur.

Pour que les 2 boules soient de la même couleur, elles doivent être soit toutes les deux vertes, soit toutes les deux rouges.

— **Cas 1 : 2 boules vertes**
  Le nombre de façons de choisir 2 boules vertes parmi 2 est $C(2,2) = 1$.

— **Cas 2 : 2 boules rouges**
Le nombre de façons de choisir 2 boules rouges parmi 3 est $C(3,2) = 3$.

Le nombre total de tirages avec des boules de même couleur est donc :

$$C(2,2) + C(3,2) = 1 + 3 = 4$$

Réponse : Il y a $\boxed{4}$ tirages différents avec des boules de même couleur.

2. On tire au hasard et successivement 2 boules sans remise.

(a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

Lorsqu'on tire successivement 2 boules sans remise, l'ordre des tirages compte. Le nombre de tirages possibles est donc donné par l'arrangement de 2 boules parmi 5 :

$$A(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!} = 5 \times 4 = 20$$

Réponse : Il y a $\boxed{20}$ tirages possibles.

(b) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de couleurs différentes.

Pour que les 2 boules soient de couleurs différentes, on peut avoir :

— Une boule verte suivie d'une boule rouge.

— Une boule rouge suivie d'une boule verte.

— **Cas 1 : Boule verte puis boule rouge**
Nombre de façons : $2 \times 3 = 6$.

— **Cas 2 : Boule rouge puis boule verte**
Nombre de façons : $3 \times 2 = 6$.

Le nombre total de tirages avec des boules de couleurs différentes est donc :

$$6 + 6 = 12$$

Réponse : Il y a $\boxed{12}$ tirages différents avec des boules de couleurs différentes.