



**FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 10 : CLASSE DE T<sup>le</sup> D**  
**THEORIE DES GRAPHES <sup>(1)</sup>**

**EXERCICE 1**

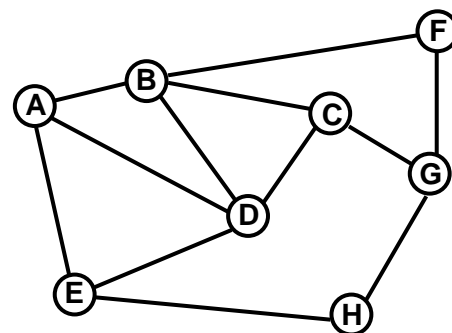
Une agence de voyage par bus dessert essentiellement les cinq villes : Yaoundé ( $Y$ ), Douala ( $D$ ), Bafoussam ( $B$ ), Ngaoundéré ( $N$ ) et Ebolowa ( $E$ ). Une liaison est une route qui relie directement deux de ces villes sans passer par une troisième de la liste. Les seules liaisons possibles pour cette agence sont :  $\{E, Y\}$ ,  $\{B, D\}$ ,  $\{B, Y\}$ ,  $\{N, Y\}$  et  $\{D, Y\}$ .

- Dessine un graphe permettant de modéliser le réseau de transport de cette agence.
- Donne le degré de chaque sommet. (On présentera le résultat sous forme d'un tableau).
- M. NANA se trouve à Douala et souhaite se rendre à Ngaoundéré par cette agence.

Décris tous les itinéraires possibles qu'il peut emprunter.

**EXERCICE 2**

Une compagnie aérienne utilise huit aéroports que l'on nomme  $A, B, C, D, E, F, G$  et  $H$ . Entre certains de ces aéroports, la compagnie propose des vols dans les deux sens. Cette situation est représentée par le graphe  $\mathcal{G}$  ci-contre :



- Le graphe  $\mathcal{G}$  est-il complet ? Justifie.
- Donne l'ordre du graphe  $\mathcal{G}$  puis le degré de chacun des sommets. (On présentera le résultat sous forme d'un tableau).
- Détermine, en justifiant, si le graphe  $\mathcal{G}$  est connexe.
- Détermine, en justifiant, si le graphe  $\mathcal{G}$  admet une chaîne eulérienne. Si oui, précise-la.

**EXERCICE 3**

Le réseau ferroviaire d'un pays compte cinq gares  $A, B, C, D$  et  $E$  reliées de la façon suivante :

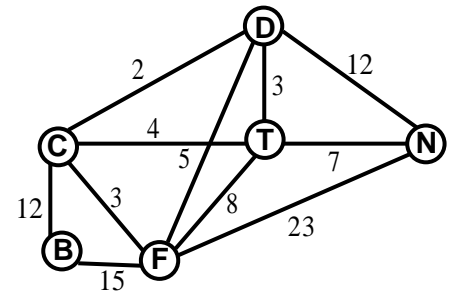
Allant de	$A$	$A$	$A$	$B$	$C$	$C$	$D$
à	$B$	$C$	$D$	$C$	$D$	$E$	$E$
Distance en centaines de $km$	2	6	5	3	1	3	4

- Construis un graphe pondéré associé à ce réseau sur lequel  $ABCD$  est un quadrilatère extérieur au triangle  $CDE$ .
- Détermine, par l'algorithme de DIJKSTRA, le plus court chemin de  $A$  à  $E$ .

**EXERCICE 4**

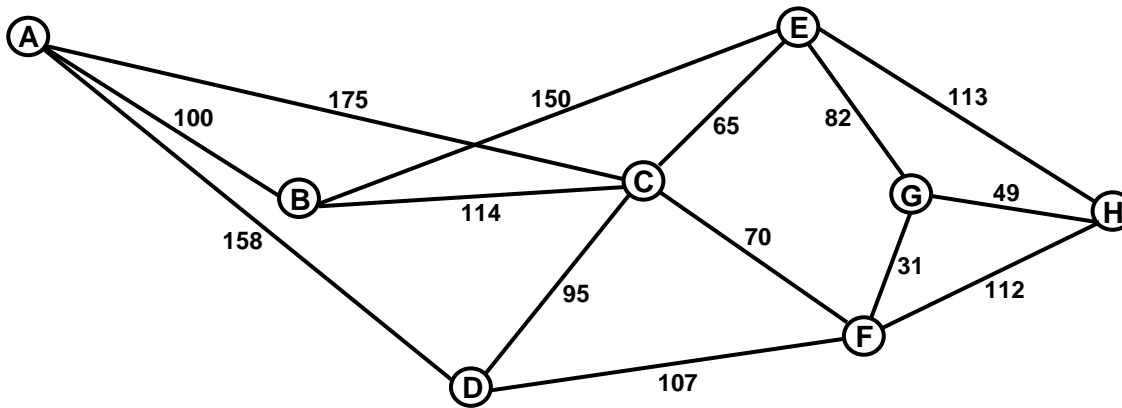
On considère le graphe pondéré ci-après :

1. Justifie que ce graphe n'est pas complet.
2. Montre que ce graphe admet une chaîne eulérienne.
3. En utilisant le lemme des poignées de main, détermine le nombre d'arêtes du graphe.
4. En utilisant l'algorithme de **DIJKSTRA**, détermine la chaîne de poids minimal reliant le sommet  $B$  au sommet  $N$ .
5. En utilisant l'algorithme de **KRUSKAL**, détermine un arbre couvrant de poids minimal de ce graphe et précise le poids de cet arbre.



### SITUATION PROBLEME 1

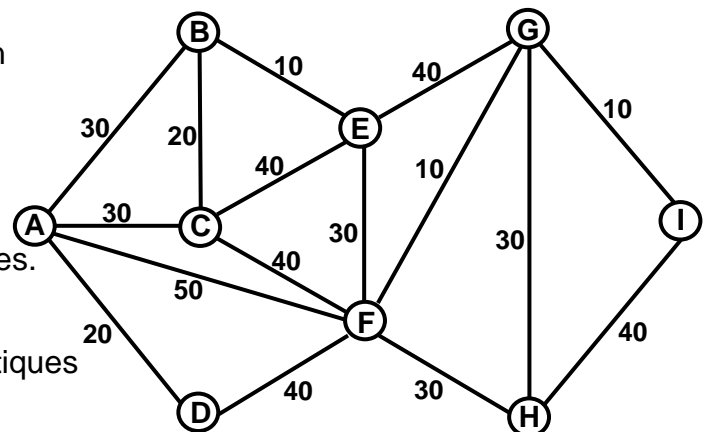
Une entreprise  $E$  commande chaque semaine ses fournitures auprès de deux fournisseurs  $A$  et  $H$ . Le directeur de l'entreprise  $E$  rend visite à ses fournisseurs. Il se rend du fournisseur  $A$  au fournisseur  $H$  et souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son assistant dresse le graphe suivant qui schématise les trajets, en kilomètres, entre les six villes de la région, notées  $B, C, D, E, F$  et  $G$  et les deux sites,  $A$  et  $H$ .



**Tâche :** Détermine l'itinéraire le plus court possible reliant les deux sites  $A$  et  $H$  puis, indique le nombre de kilomètres à effectuer.

### SITUATION PROBLEME 2

Le réseau informatique d'une société est constitué d'un ensemble de routeurs interconnectés à l'aide de fibres optiques haut débit. Le graphe ci-contre schématise l'architecture de ce réseau. Les sommets représentent les routeurs et les arêtes représentent les fibres optiques. On fait figurer les durées de transfert des données (en millisecondes) d'un routeur à un autre sur les fibres optiques du réseau de la société.



Un ordinateur, relié au routeur  $A$  envoie un paquet de données à un ordinateur relié au routeur  $I$ . Le paquet de données a mis  $70ms$  pour transiter du routeur  $A$  au routeur  $I$ .

**Tâche :** Ce paquet de données a-t-il emprunté le chemin le plus rapide sur le réseau ?