



**La qualité des figures et la clarté de la rédaction sont les éléments qui définissent l'hygiène de la mathématique**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE (15pts)**

**EXERCICE 1 (2pts)**

Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ , on considère l'expression  $K(\theta) = \cos^4(3\theta) + \sin^4(3\theta)$

1- Montrer que  $K(\theta) = 1 - \frac{1}{2}\sin^2(6\theta)$ . [On rappelle que  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ] **1pt**

2- Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  l'équation  $K(\theta) = 1$  puis représente les images des solution sur le cercle **1pt**

**EXERCICE (5pts)**

On considère le polynôme  $\Pi$  définie par :  $\Pi(x) = 4x^3 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})x + \frac{\sqrt{6}}{2}$

1- Montrer  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  est racine de  $P$ . **0,5pt**

2- Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $\Pi(x) = (x + \frac{\sqrt{2}}{2})Q(x)$  avec  $Q(x) = ax^2 + bx + c$ . **0,75pt**

3- On suppose à la suite que  $Q(x) = x^2 - (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2})x + \frac{\sqrt{3}}{4}$

a- Résoudre l'équation  $Q(x) = 0$ . **1pt**

b- Résoudre alors l'équation :  $\Pi(x) = 0$ . **0,75pt**

4- Déduire la résolution de l'équation

$(E_{22}): 4\sin^3 x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)\sin^2 x + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})\sin x + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$ . **2pts**

**EXERCICE 3 (3.5pts)**

1- Soit  $\phi \in \mathbb{R}$ , démontrer que :  $2\cos^2(\phi) = 1 + \cos(2\phi)$ . **0,5pt**

2- En admettant que  $\cos(\frac{7\pi}{12}) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ; montrer que  $\cos^2(\frac{7\pi}{24}) = \frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$  et  $\sin^2(\frac{7\pi}{24}) = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$  **1pt**

3- Déduire les valeurs exactes de  $\cos(\frac{7\pi}{24})$  et  $\sin(\frac{7\pi}{24})$ . **1pt**

4- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_{11}): \sqrt{4 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}\cos(\phi) - \sqrt{4 - \sqrt{2} + \sqrt{6}}\sin(\phi) = -\sqrt{2}$ . **1pt**

**EXERCICE 4 (4,5pts)**

1- En se rappelant que  $C_n^p = C_n^{n-p}$ ;

Résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $(E): C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$  et  $(E'): C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7}$ . **2pts**

2- Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :  $(\Sigma) \begin{cases} x + y + z = 12 \\ y + z = 8 \\ x + y = 9 \end{cases}$  **1pt**

3- Le cabinet d'avocats est très réputé grâce à ses succès dans les Affaires qu'il traite.

Ce cabinet compte **20 avocats** en son sein. Tous les avocats parlent couramment au moins une des trois langues suivantes : le français, l'anglais et l'arabe. On sait que dans ce cabinet, **14 avocats parlent l'anglais** ; **8 avocats parlent français**; **12 avocats parlent l'arabe** ; **4 avocats parlent l'arabe et le**

français ; 5 avocats parlent l'anglais et le français. 2 avocats parlent les trois langues.

Ce cabinet envisage ouvrir et donc redéployer une partie de ses avocats dans un autre pays où on parle l'arabe ou l'anglais.

Pour minimiser les coûts, ce cabinet compte n'envoyer que des avocats qui parlent l'arabe et l'anglais mais pas le français.

En posant  $a$  le nombre qui parle uniquement l'anglais ;  $b$  qui parlent l'anglais et l'arabe mais pas le français et  $c$  le nombre d'avocat qui parlent uniquement l'arabe

a- Représenté le diagramme de VENN e cette situation. 0,5pt

b- Deduire que le triplet  $(a; b; c)$  verifient le systeme  $(\Sigma)$ . 0.5pt

c- Deduire détermine pour ce cabinet le nombre d'avocats à redéployer. 0,5pt

**PARTIE EVALUATIONS DES COMPETENCES 5pts**

Lors du conseil des anciens de son village. MAXWELL a entendu la conversation Suivante entre le doyen et le benjamin : « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez, et quand vous aurez l'âge que j'ai, ensemble nous 154 ans »

M.MAXWELL possède deux (2) terrains l'un pour la plantation du canne à sucre l'autre pour la construction des maisons en location.

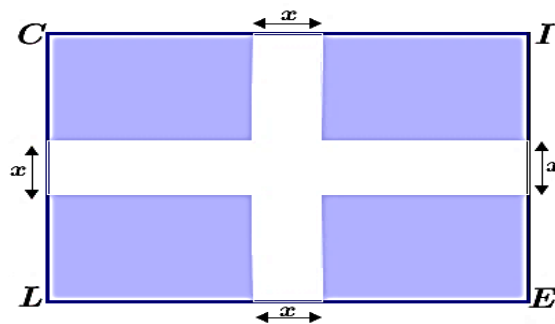
S'agissant du terrain pour la plantation du canne a sucre, elle a la forme de polygone dont les sommets sont des images des solutions de l'équation  $\cos(6x) = 1$  dans  $]-\pi; \pi]$  Sur le cercle trigonométrique, 1unité est égale à 5m. Il désire sécuriser avec de fil barbelé en faisant 4 rangées laissant une porte de 7m sur un côté. Le mètre de fil barbelé est vendu à 2000FCFA sur le marché

S'agissant l'autre terrain pour la construction des maisons en location, elle a la forme d'un rectangle qui mesure 7hm de long sur 5hm de large ; il décide de de subdivisé ce terrain en 4 cités de même superficie par deux route principales qu'il souhaite couvrir avec des pavés comme l'indique la figure ci-dessous sachant qu'un paquet de 12 pavé  $1m^2$  coûter 36000FCFA.

**Tâche 1 :** Déterminer le budget nécessaire pour la clôture de ce plantation du canne à sucre ? 1,5pt

**Tâche 2 :** Déterminer le budget nécessaire pour la subdivisions du deuxième terrain pour que la surface des 4 cités soit égale au trois (3) huitième de la surface total des 4 cités 1,5pt

**Tâche 3 :** Déterminer l'âge le doyen et le benjamin 1,5pt



« Il y a qu'une façon d'échouer, c'est d'abandonner avant d'avoir réussi »

# CORRECTION

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE (15pts)

### EXERCICE 1 (2pts)

Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ , on considère l'expression  $K(\theta) = \cos^4(3\theta) + \sin^4(3\theta)$

1- Montrons que  $K(\theta) = 1 - \frac{1}{2}\sin^2(6\theta)$ . [On rappelle que  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ] 1pt

$$\begin{aligned} K(\theta) &= \cos^4(3\theta) + \sin^4(3\theta) \Leftrightarrow [\cos^2(3\theta)]^2 + [\sin^2(3\theta)]^2 \\ &\Leftrightarrow (\cos^2(3\theta) + \sin^2(3\theta))^2 - 2\cos^2(3\theta) \cdot \sin^2(3\theta) \\ &\Leftrightarrow \left( \underbrace{\cos^2(3\theta) + \sin^2(3\theta)}_1 \right)^2 - \underbrace{2\cos(3\theta) \cdot \sin(3\theta)}_{\sin(6\theta)} \cdot \underbrace{\cos(3\theta) \cdot \sin(3\theta)}_{\sin(6\theta)} \\ &\Leftrightarrow (1)^2 - \frac{1}{2}\sin(6\theta) \cdot 2(\cos(3\theta) \cdot \sin(3\theta)) \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin(6\theta) \sin(6\theta) \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2(6\theta) \text{ d'ou le resultat} \end{aligned}$$

1- Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  l'équation  $K(\theta) = 1$ .

1pt

$$K(\theta) = 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2(6\theta) = 1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2(6\theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(6\theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(6\theta) = \sin 0$$

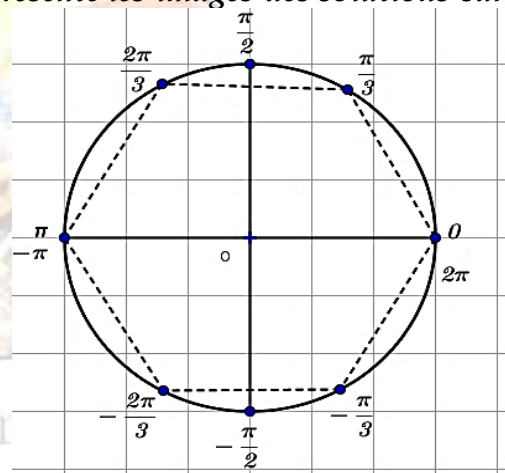
$$\Leftrightarrow 6\theta = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{1}{3}k\pi \quad \mathcal{S}_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{1}{3}k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$$

$$\mathcal{S}_{]-\pi; \pi]} = \left\{ \frac{1}{3}k\pi, (k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}) \right\}$$

$$\mathcal{S}_{]-\pi; \pi]} = \left\{ -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}; 0; \frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \pi \right\}$$

Représente les images des solutions sur le cercle



### EXERCICE (5pts)

On considère le polynôme  $\Pi$  définie par :  $\Pi(x) = 4x^3 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})x + \frac{\sqrt{6}}{2}$

1- Montrons  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  est racine de  $\Pi$

0,5pt

$$\begin{aligned} \Pi\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= 4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= -4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)\left(\frac{2}{4}\right) + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= -\frac{4\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{2}{4}(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6}) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 - \frac{\sqrt{12}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} + 1 + \frac{2\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0 \end{aligned}$$

2- Déterminons les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $\Pi(x) = \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)Q(x)$  avec  $Q(x) = ax^2 + bx + c$ .

0,75pt

$$\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{\sqrt{2}}{2}ax^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}bx + c\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= ax^3 + \left(b + a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)x^2 + \left(c + b\frac{\sqrt{2}}{2}\right)x + c\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Par identification avec l polynôme du départ

$$\begin{cases} a = 4 \\ b + a\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 \\ c + b\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ c\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b + a\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 \\ c + b\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ c\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b + a\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 \\ c + b\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ c\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b + (4)\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 \\ c + b\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6} \\ c\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2\sqrt{3} + 2 \\ c = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2(\sqrt{3} + 1) \\ c = \sqrt{3} \end{cases}$$

3- On suppose à la suite que  $Q(x) = x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)x + \frac{\sqrt{3}}{4}$

a- Résoudre l'équation  $Q(x) = 0$ .

1pt

$$Q(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)x + \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

$$\Delta = \left[-\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]^2 - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\Delta = \left(\frac{1^2 + (\sqrt{3})^2 + 2(1)(\sqrt{3})}{4}\right) - \sqrt{3}$$

$$\Delta = \left(\frac{1^2 + (\sqrt{3})^2 - 2(1)(\sqrt{3})}{4}\right)$$

$$\Delta = \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$x_1 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1 - \sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

b- Résoudre alors l'équation :  $\Pi(x) = 0$ .

0,75pt

$$\Pi(x) = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)Q(x) = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \text{ ou } Q(x) = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad S = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

c- Dédurre la résolution de l'équation

$$(E_{22}): 4\sin^3 x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)\sin^2 x + (\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})\sin x + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0.$$

2pts

En posant  $X = \sin x$ ; On a  $\begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \\ \sin x = \frac{1}{2} \text{ ou } \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ ou } \\ \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{ ou } \\ \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \text{ ou } x = \pi - \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \text{ ou } x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}$$

$$S = \left\{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, (k \in \mathbb{Z})\right\}$$

### EXERCICE 3 (3.5pts)

1- Soit  $\phi \in \mathbb{R}$ , démontrons que :  $2\cos^2(\phi) = 1 + \cos(2\phi)$ .

0,5pt

Méthode 1.

$$\text{On a: } 2\cos^2(\phi) = \cos^2(\phi) + \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) + \sin^2(\phi)$$

$$= \underbrace{\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi)}_1 + \underbrace{\cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)}_{\cos^2(\phi)} = 1 + \cos^2(\phi). \text{ d'ou le resultat.}$$

1

$\cos^2(\phi)$

**Méthode 2.**

**On a:**  $1 + \cos(2\phi) = 1 + \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$ . car  $\cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$   
 $\Rightarrow 1 + \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$  car  $1 = \cos^2(\phi) + \sin^2(\phi)$   
 $\Rightarrow 1 + \cos(2\phi) = 2\cos^2(\phi)$ . d'ou le resultat

**Méthode 3.**

On a:  $\begin{cases} \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) & (1) \\ 1 = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi) & (2) \end{cases} \Rightarrow (1) + (2) = 2\cos^2(\phi) = \cos(2\phi) + 1$

**Méthode 4.**

**On a:**  $\cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$   
 $\Rightarrow \cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - (1 - \cos^2(\phi))$   
 $\Rightarrow \cos(2\phi) + 1 = 2\cos^2(\phi)$ . (car  $1 = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$ )

2- En admettant que  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ; montrons que  $\cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}$  et  $\sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}$  1pt

$$2\cos^2(\phi) = 1 + \cos(2\phi) \Rightarrow \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1 + \cos\left(2 \times \frac{7\pi}{24}\right)}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1 + \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{4 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{8} = \frac{4 - \sqrt{2} - \sqrt{6}}{8}$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{1 - \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2} + \sqrt{6}}{8} = \frac{4 - \sqrt{2} + \sqrt{6}}{8}$$

3- Déduire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)$  et  $\sin\left(\frac{7\pi}{24}\right)$ . 1pt

$$\begin{cases} \cos^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8} \\ \sin^2\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \pm \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \pm \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}} \end{cases}$$

or  $\frac{7\pi}{12} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$  donc  $\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) > 0$

d'ou  $\begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}} \end{cases}$

4- Résoudre dans IR l'équation (E<sub>II</sub>):  $\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\cos(\phi) - \sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}\sin(\phi) = -\sqrt{2}$ . 1pt

$$\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}\cos(\phi) - \sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}\sin(\phi) = -\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(\sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}})^2 + (\sqrt{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}})^2} = \sqrt{4+\sqrt{2}-\sqrt{6} + 4-\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}}\cos(\phi) - \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}}\sin(\phi) = -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}}\cos(\phi) - \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}}\sin(\phi) = -\frac{1}{2}$$

or  $\begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{8}} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \sqrt{\frac{4-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8}} \end{cases}$  donc  $\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\cos(\phi) - \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\sin(\phi) = -\frac{1}{2}$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\cos(\phi) - \cos\left(\frac{7\pi}{24}\right)\sin(\phi) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(\phi - \frac{7\pi}{24}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\phi - \frac{7\pi}{24}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\left(\phi - \frac{7\pi}{24}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \phi - \frac{7\pi}{24} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \\ \phi - \frac{7\pi}{24} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{24} + 2\pi k \\ \phi = \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{24} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} \phi = \frac{13\pi}{24} + 2\pi k \\ \phi = \frac{-13\pi}{24} + 2\pi k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$S = \left\{ \frac{13\pi}{24} + 2\pi k; \frac{-13\pi}{24} + 2\pi k; (k \in \mathbb{Z}) \right\}$$

**EXERCICE 4 (4,5pts)**

1- En se rappelant que  $C_n^p = C_n^{n-p}$ ; Résolvons dans  $\mathbb{N}$  l'équation (E):  $C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$  et (E'):  $C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7}$ .

$$\begin{aligned} \Rightarrow C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7} &\Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-5)!(4)!} = 3 \frac{(n-3)!}{(n-7)!(4)!} \\ &\Rightarrow \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!(4)!} = 3 \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)!}{(n-7)!(4)!} \\ &\Rightarrow (n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 3(n-3)(n-4)(n-5)(n-6) \\ &\Rightarrow (n-1)(n-2) = 3(n-5)(n-6) \\ &\Rightarrow -2n^2 + 30n - 58 = 0 \quad \Delta = 109; \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{109} = 10,4 \\ &\Rightarrow -2 \left( n - \frac{15-\sqrt{109}}{2} \right) \left( n - \frac{15+\sqrt{109}}{2} \right) = 0; \quad n = \frac{15-\sqrt{109}}{2} \quad \text{ou} \quad n = \frac{15+\sqrt{109}}{2} \end{aligned}$$

or  $\frac{15-\sqrt{109}}{2} \notin \mathbb{N}$  et  $\frac{15+\sqrt{109}}{2} \notin \mathbb{N}$   $S_{\mathbb{N}} = \emptyset$

$$\begin{aligned} \Rightarrow C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{n^2-5n+7} &\Rightarrow 3n = n^2 - 5n + 7 \quad \text{ou} \quad 3n = 2n + 3 - (n^2 - 5n + 7) \\ &\Rightarrow 3n = n^2 - 5n + 7 \quad \text{ou} \quad 3n = 2n + 3 - n^2 + 5n - 7 \\ &\Rightarrow n^2 - 8n + 7 = 0 \quad \text{ou} \quad -n^2 + 4n - 4 = 0 \\ &\Rightarrow (n-1)(n-7) = 0 \quad \text{ou} \quad \Rightarrow (n-2)(n-2) = 0 \\ &\Rightarrow n^2 - 8n + 7 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n-1 = 0 \quad \text{ou} \quad n-7 = 0 \quad \text{ou} \quad n-2 = 0 \Rightarrow n = 1 \quad \text{ou} \quad n = 7 \quad \text{ou} \quad n = 2. \quad S = \{1; 2; 7\}$$

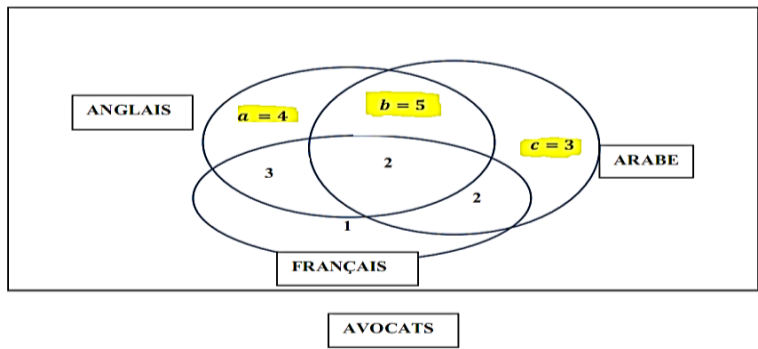
2- Résolvons dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :  $(\Sigma) \begin{cases} x + y + z = 12 & (1) \\ y + z = 8 & (2) \\ x + y = 9 & (3) \end{cases}$  1pt

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 & (1) \\ z = 8 - y & (5) \end{cases} \quad (4) \text{ et } (5) \text{ donne } 9 - y + y + 8 - y = 12 \quad (1)$$

$$x = 4; \quad y = 5 \quad \text{et} \quad z = 3 \quad S = \{(4; 5; 3)\}$$

a- Représente le diagramme de VENN de cette situation. 0,5pt

En posant  $a$  le nombre qui parle uniquement l'anglais ;  $b$  qui parlent l'anglais et l'arabe mais pas le français et  $c$  le nombre d'avocat qui parlent uniquement l'arabe



a- Deducire que le triplet  $(a; b; c)$  vérifie le système  $(\Sigma)$ . 0.5pt

D'après le diagramme de VENN ci-dessus, on a :

$$\Rightarrow \text{Avocats qui parlent l'anglais} : a + b + 2 + 3 = 14 \Rightarrow a + b = 14 - 5 = 9 \quad a + b = 9 \quad (1)$$

- Avocats parlent français :  $3 + 1 + 2 + 2 = 8$
- Avocats parlent l'arabe :  $b + c + 2 + 2 = 12 \Rightarrow c + b = 12 - 4 = 8 \Rightarrow c + b = 8$  (2)
- Avocats total :  $a + 3 + 2 + b + 1 + 2 + c = 14 \Rightarrow a + b + c = 20 - 8 \Rightarrow a + b + c = 12$  (3)

(1); (2) et (3) donne  $\begin{cases} a + b + c = 12 \\ b + c = 8 \\ a + b = 9 \end{cases}$  en remplaçant  $x$  par  $a$ ;  $y$  par  $b$  et  $z$  par  $c$  on obtient le système (Σ).

b- Deducire détermine pour ce cabinet le nombre d'avocats à redéployer. 0,5pt

D'après la question b, on a :  $a = 4$  ;  $b = 5$  et  $c = 3$

Donc au total on aura 5 avocats à redéployer

### PARTIE EVALUATIONS DES COMPETENCES 5pts

Tâche 1 : Déterminons le budget nécessaire pour la clôture de ce plantation du canne à sucre ? 1,5pt

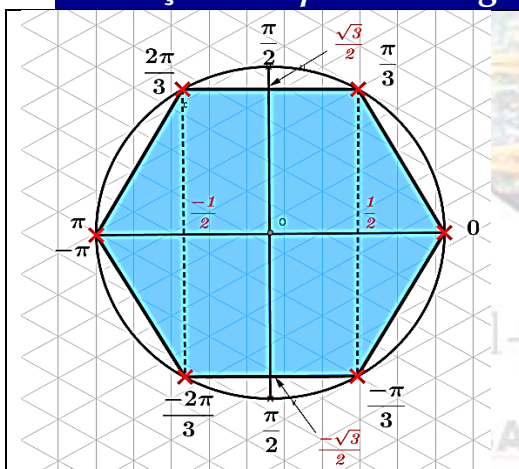
- Résolvons dans  $]-\pi ; \pi]$  l'équation  $\cos(6x) = 1$  pour déterminer la forme du terrain

$$\cos(6x) = 1 \Leftrightarrow \cos(6x) = \cos(0) \Leftrightarrow 6x = k\pi \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{k}{6}\pi \in \mathbb{Z}$$

$$\text{On a : } -\pi < \frac{k\pi}{6} \leq \pi \Leftrightarrow -3 < k \leq 3$$

$k$	3	-2	-1	0	1	2
$x$	$\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$

- Plaçons les points images des solutions sur le cercle trigonométrique



Le polygone obtenu est un hexagone régulier

Calculons la cote de l'hexagone  $A \begin{pmatrix} \cos(0) \\ \sin(0) \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{3}) \\ \sin(\frac{\pi}{3}) \end{pmatrix}$ ;

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} \times 1 = 1$$

- PERIMETRE DU POLYgone :  $P = 6 \times \text{coté} = 6 \times 5$

➤ Perimetre = **30m**

➤ Pour 4 rangées ; on a :  $4 \times 30 = 120 \text{ m}$

➤ Pour la porte de **7metres** on a :  $4 \times 7 = 28\text{m}$

➤ Le metres fil barbelé est :  $N = 120 - 28 = 98\text{m}$

➤ Budget:  $B = 90 \times 2000 = 180\,000\text{FCFA}$

Tâche 2 : Déterminons le budget nécessaire pour la subdivisions du deuxième terrain pour que la surface des deux routes et égale au trois (3) huitième de la surface total des 4 cites 1,5pt

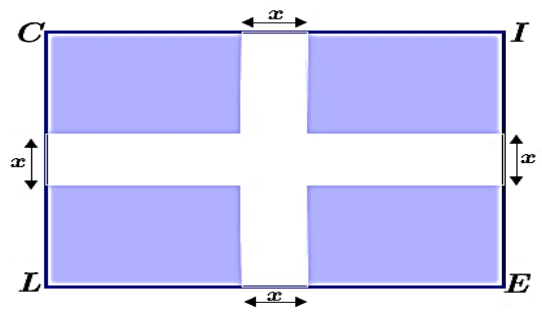
Soit  $L'$ ;  $l'$  et  $S'$  (respectivement la longueur ; la largeur et la

surface) d'une cité on a : 
$$\begin{cases} CI = 2L' + x \\ IE = 2l' + x \\ S' = L' \times l' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2L' = 7 - x \\ 2l' = 5 - x \\ S' = L' \times l' \end{cases}$$

$\Rightarrow 4L' \times l' = (5 - x)(7 - x) = 4S'$

Si  $S$  est la surface globale du terrain ; on a :  $S = IC \times IE = 35$

$S = IC \times IE = 35 \text{ hm}^2$



Or la surface  $S_1$  des deux routes est égale au trois (3) huitième de la surface total des 4 cités c-à-d.  $S_1 = \frac{3}{8} S_T$

Avec  $S_T$  la surface total des 4 cités de sorte que  $S_T = 4S' = (5 - x)(7 - x)$

De plus  $S = S_1 + S_T = S_T + \frac{3}{8} S_T = \frac{11}{8} S_T$ ,

✚ Déterminons la valeurs de  $x$

$S = 35 \Leftrightarrow \frac{11}{8} S_T = 35 \Leftrightarrow \frac{11}{8} (5 - x)(7 - x) = 35 \Leftrightarrow 11(5 - x)(7 - x) = 280$

$\Rightarrow 11x^2 - 132x + 105 = 280 \Rightarrow 11(x - 11,14)(x - 0,8) \Rightarrow x_1 = 11,14 \text{ ou } x_2 = 0,8$

Or  $5 < x < 7$  donc  $x = 0,8 \text{ hm}$

✚ Calculons la surface des 4 cités :  $S_T = (5 - 0,8)(7 - 0,8) = 6,2 \times 4,8 = 26,04 \text{ hm}^2$

✚ calculons la surface des deux routes :  $S_1 = \frac{3}{8} \times 26,04 = 9,765 \text{ hm}^2$

✚ Déterminons le budget nécessaire

On a : de 12 pavés  $1 \text{ m}^2$  coûter 36000FCFA  $\Rightarrow$  Budget =  $36000 \times 9,765 = 351\,540 \text{ FCFA}$

### Tâche3 : Déterminer l'âge le doyen et le benjamin

1,5pt

« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez, et quand vous aurez l'âge que j'ai, ensemble nous 154 ans »

Appelons  $x$  l'âge du doyen ;  $y$  l'âge du benjamin et  $t$  la différence de leur âges tels que :  $t = x - y$

#### Interprétation du texte

« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez »

→ quand j'avais l'âge que vous avez c'est à dire quand le Benjamin avait  $y$  ans

→ l'âge que vous aviez c'est à dire quand le Doyen avait  $y$  ans le benjamin avait  $y - t$  soit  $2y - x$

→ J'ai trois fois l'âge que c'est à dire  $x = 3(2y - x)$  soit  $4x = 6y$  (1)

« Ensemble nous 154 ans » c'est à dire quand le benjamin aura l'âge du doyen c-a-d.  $y + t$  soit  $2x - y$

$x + 2x - y = 154 \Rightarrow 3x - y = 154$  (2)

$$\begin{cases} 4x - 6y = 0 \\ 3x - y = 154 \end{cases} ; \quad d_p = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 18 = 14; \quad d_x = \begin{vmatrix} 0 & -6 \\ 154 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 924 = 924$$

$$d_y = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 154 \end{vmatrix} = 0 + 616 = 616 \quad x = \frac{924}{14} = 66. \quad y = \frac{616}{14} = 44$$

**Le doyen à 66 ans et le benjamin a 44 ans**