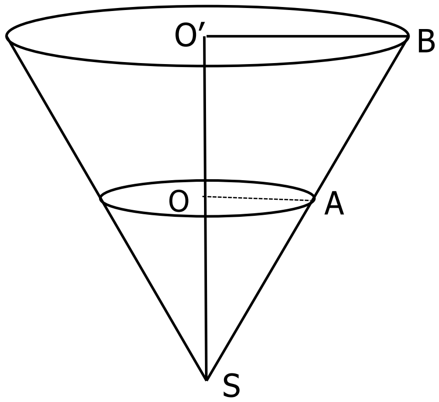
MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES		
COLLEGE F.X.VOGT	**FICHE DE TRAVAUX DIRIGES**	**Année scolaire 2024-2025**
Département de Maths		**Niveau : $3^{ème}$**
Pour les congés de Noel du 20 décembre 2024 au 05 Janvier 2025		

Exercice 1 :



Un château d'eau a la forme d'un tronc de cône obtenu par la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base et passant par le point A comme l'indique la figure ci-contre. On donne $OO' = OS = OA = 5\ cm$.

On place un robinet en O qui a un débit de 25 litres en 1 minute. En combien de temps le château va-t-il se vider ?

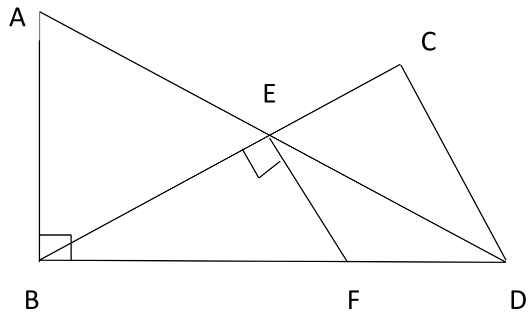
Exercice 2 :

On considère les nombres A , B et C tels que :

$A = 1 - \frac{1}{5} \div (\frac{1}{2})^2$; $B = \frac{49\times8\times10^{-3}}{7\times10^{-2}\times28}$; $C = \sqrt{\frac{0{,}0016\times10^2\times128}{(10^{-2})^3\times 0{,}8\times8000}}$ et $D = \frac{2\sqrt{3}+3}{3-\sqrt{3}}$.

1- Montre que $A = B$.
2- Écrire C sous la forme de $a\sqrt{2}$ ou a est un nombre entier à déterminer.
3- Écrire D sans radical au dénominateur.
4- Sachant que $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$, donner un encadrement de D

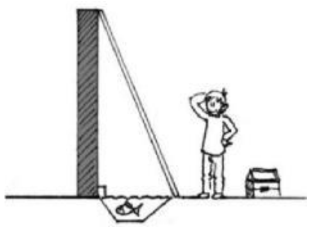
Exercice 3:



Sur la figure ci-contre, l'unité de longueur est le mètre. On donne $AB = 20$; $BD = 25$; $BC = 24$; $CD = 7$; $DE = 8$et $BF = 15$.

1- Calculer AD.
2- Démontrer que le triangle BDC est rectangle en C.
3- Démontrer que les droites (EF) et (CD) sont parallèles.
4- Calculer EF et EC ; puis l'aire du trapèze EFDC.
5- Calculer $cos\widehat{CDB}$, puis en déduire une valeur approchée de la mesure en degré de l'angle $\widehat{CDB}$.

Problème 1:

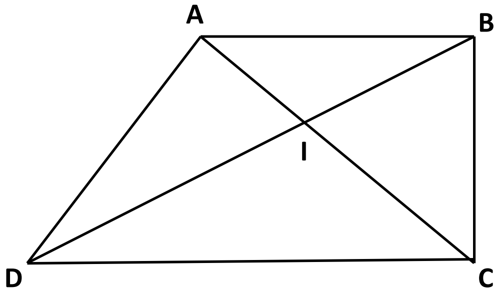


Pour effectuer une réparation sur un toit, Orléans doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins 65˚ avec le sol. L'échelle mesure 2,20 m. Gêné par un bassin à poissons de 1 mètre de longueur, Orléans n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 du pied du mur.

1- Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ?
2- À quelle distance maximale du pied du mur doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ? cela est-il possible ?
3- En supposant que l'échelle est stable, ce mur peut-t-il avoir une hauteur supérieure à 1,90 ?

Exercice 4 :

La figure ci-dessous, qui n'est pas en vrai grandeur, est un trapèze rectangle ABCD de bases $[AB]$ et $[DC]$, les diagonales se coupent au point I. On donne $BC = 27\ cm$, $DB = 48\ cm$, $DI = 30\ cm$ et $CI = 20\ cm$.



1- Calculer IA, puis AC.

2- Calculer AB.

3- Calculer l'aire du triangle ABC.

4- Calculer $sin\widehat{BDC}$ et donner une mesure en degré de l'angle $\widehat{BDC}$ au dixième près.

Exercice 5 :

On considère les nombres suivants $A = \frac{\frac{15}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{11}{3}}{3 \times \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right)}$; $B = \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$ et les polynômes $E = x^2 - 4x - 5$ et $F = (a-2)x^2 - 4x + 2b - 1$.

1- Calculer A et écrire le résultat sous forme de fraction irréductible.

2- a) Calculer $\left(2\sqrt{3} - 3\right)^2$.

b) Comparer les nombres 3 et $2\sqrt{3}$ et en déduire le signe de $2\sqrt{3} - 3$.

c) En déduire une écriture simplifiée de B sous la forme $a + b\sqrt{3}$.

d) Factoriser l'expression : $D = (x-3)^2 - 21 + 12\sqrt{3}$.

3- Déterminer les réels a et b pour que les polynômes E et F soient égaux.

4- a) Montrer que $E = (x-2)^2 - 9$.

b) Factoriser alors E.

c) Déterminer la condition d'existence, puis simplifier la fraction $A = \frac{2x+2}{(x-5)(x+1)}$.

Exercice 6 :

$SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S. Sa base est le carré $ABCD$ de coté $8cm$, de centre O et sa hauteur OS est telle que $OS = 7\ cm$.

1- Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

2- Calculer DB, puis en déduire la valeur de OB.

3- Montrer que la longueur de l'arête SB est égale à $9\ cm$.

4- **a)** Calculer la mesure de la hauteur issue de S dans le triangle SAB.

b) En déduire la valeur de l'aire totale de la pyramide $SABCD$.

Problème 2 :

Ateba vend deux modèles de glaces : les glaces à la vanille et les glaces au chocolat. Chaque glace à la vanille est vendue dans un cornet formé d'un cône de hauteur 12cm et de génératrice 12,3cm surmonté d'une demi-sphère de glace dont la base coïncide avec le disque de base du cône (voir fig 1). Chaque glace au chocolat est vendue dans un flacon cylindrique de volume 257,2288 cm^3 et de

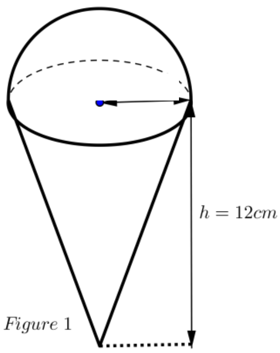


Figure 1

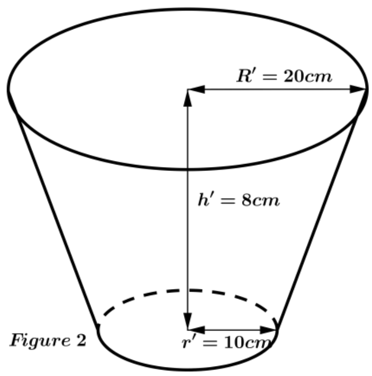


Figure 2

hauteur 8 cm, surmonté d'un cône de glace de génératrice 4 cm.

Le disque de la base du cône de glace coïncide avec le disque supérieur du cylindre. Les deux modèles de glace sont conservés dans deux bassines identiques ayant la forme d'un tronc de cône comme l'indique la figure 2 . ($h' = 8cm$,$r' = 10cm$et $R' = 20cm$.)

1- Déterminer le volume de glace de vanille vendue dans un cornet.
2- Déterminer le volume de glace de chocolat vendue dans le flacon.
3- Déterminer le volume de glace contenue dans chacune des bassines lorsqu'elles sont pleines.

Exercice 7

On donne le nombre $X = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; les encadrements $2 < a < 5$ et $-1 < b < 2$; et les intervalles I, J et K tels que : $I = [3; \rightarrow[$, $J =]-6; 10[$ et $K =]\leftarrow; -1]$. Soit l'expression suivante $y = \frac{-2x+3}{2}$ où x est un réel.

1- Donner un encadrement de $A = a - 2b$.
2- Écrire plus simplement les ensembles : $I \cap J; I \cup J$et$I \cap K$.
3- On admet que $x \in]-2; 4]$, dire alors dans quel intervalle appartient le nombre y.
4- **a)** Calculer X^2 ; $X - 1$ et $\frac{1}{X}$.
   b) Comparer $X - 1$ et $\frac{1}{X}$.
   c) En déduire que l'on a $X^2 - X - 1 = 0$.

Exercice 8 :

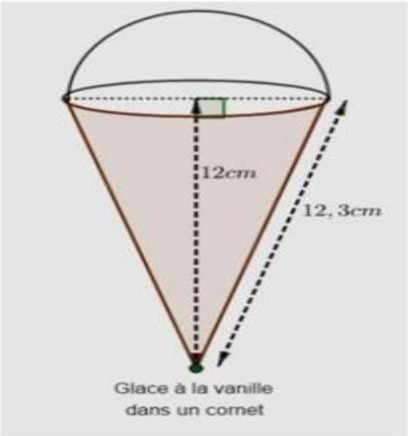
A- ABC est un triangle rectangle en A. On donne $\widehat{ABC} = \frac{1}{3}$. Déterminer $cos\widehat{ABC}$ et $tan\widehat{ABC}$.
B- ABC est un triangle rectangle en A, tel que $BC = 10\ cm$ et $AC = 3\ cm$. $[AH]$ est une hauteur du triangle.
   1- Calculer AB
   2- Calculer $cos\hat{C}$ et en déduire une mesure de $\hat{C}$ à 1 degré près.
   3- Calculer une valeur approchée, à 0,1 cm près, de AH.

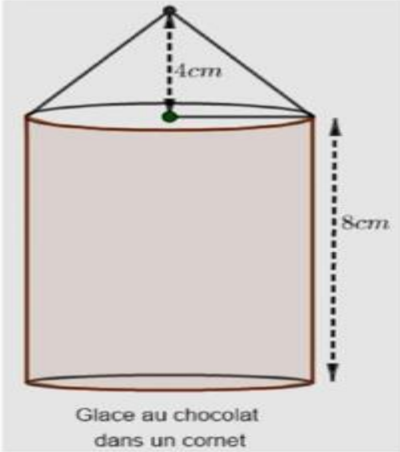
Exercice 9:

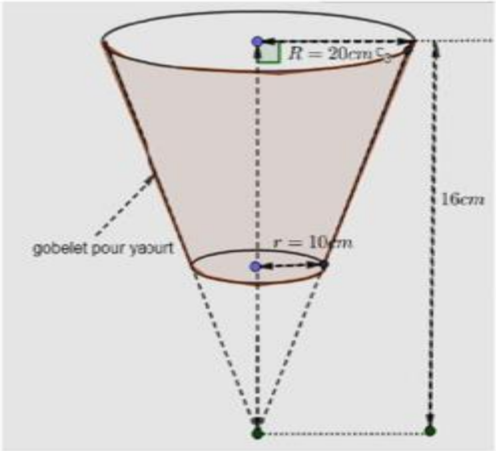
1- OSP est un triangle rectangle en P tel que OP=6cm, mes$\widehat{POS}$=30°. On donne cos30°$= \frac{\sqrt{3}}{2}$, sin30° $= \frac{1}{2}$ et tan30°$= \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\pi = 3{,}14$ et $\sqrt{3} = 1{,}7$.
   a) Montrer que $SP = 2\sqrt{3}$
   b) En déduire OS
2- (C) est le cercle circonscrit au triangle OSP .
   a) Construire le triangle OSP puis le cercle (C)
   b) Colorier au crayon l'espace entre le triangle OSP et le cercle (C), puis calculer son aire.

Problème 3:

Jordan vend du yaourt et deux modèles de glaces : les glaces à la vanille et les glaces au chocolat. Chaque glace à la vanille est vendue dans un cornet formé d'un cône de hauteur 12 cm et de génératrice 12,3 cm surmonté d'une demi-sphère de glace de volume 41,205 cm^3. Chaque glace au chocolat est vendue dans un flacon cylindrique de volume 257,23 cm^3 et de hauteur $h = 8\ cm$ surmonté d'un cône de glace de hauteur 4 cm et de rayon de base égale à celui du cylindre. Les yaourts sont vendus dans des gobelets identiques ayant la forme d'un tronc de cône comme l'indique la figure 3. Les glaces à la vanille, au chocolat et les yaourts sont conservées chacun dans des bassines identiques de volume $34794\ cm^3$.







1- Déterminer le nombre de glace que peut vendre Jordan avec une bassine pleine à la vanille.
2- Déterminer le nombre de glace que peut vendre Jordan avec une bassine pleine au chocolat.
3- Déterminer le nombre de glace que peut vendre Jordan avec une bassine pleine au yaourt.

Exercice 10:

$[AC]$ est un segment de longueur 10 cm et B son milieu. On considère les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ de diamètre $[AC]$ et $[AB]$ respectivement. E est un point de $(\mathcal{C})$ tel que $AE = 5\ cm$, la droite (AE) coupe $(\mathcal{C}')$ au point D.

1- Faire une figure et placer les points E et D.
2- Justifier que les triangles ADB et AEC sont rectangles.
3- Montrer que les droites (BD) et(EC) sont parallèles.
4- Calculer EC et montrer que $BD = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.
5- a) Calculer le sinus de l'angle $\widehat{EAC}$.
b) En déduire au degré près, la mesure de chacun des angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{EBC}$.

Exercice 11:

On considère le nombre $A = \sqrt{24 - 8\sqrt{5}}$ et les intervalles $B =]\leftarrow; -6]$ et $C = [-10; 12]$.

1- Développer l'expression : $\left(2 - 2\sqrt{5}\right)^2$.
2- Déterminer le signe de $2 - 2\sqrt{5}$.
3- Justifier que $A = 2\sqrt{5} - 2$.
4- Sachant que $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$, donner un encadrement de A.
5- Déterminer $B \cap C$ et $B \cup C$.
6- Soit $x \in C$, donner un encadrement du nombre réel $y = 2x + 4$.

Problème 4 :

Roger aimerait avoir chez lui un château d'eau de forme conique de rayon de base r, de hauteur h et de génératrice g.

Pour réaliser ce château, il contacte un soudeur en lui précisant que ce château doit contenir lorsqu'il est plein, une capacité d'environs 314 litres. De retour à son atelier, le soudeur demande à son collaborateur de lui faire un plan pour réaliser cette œuvre en prenant 1 mètre pour diamètre du disque de base et pour hauteur 120 cm. En allant à la quincaillerie pour acheter le matériel, il se rappelle qu'il aura besoin de la surface total du plan pour pouvoir estimer le nombre de mètre carré de feuilles de tôles d'acier à acheter. Néanmoins, il sait que les feuilles de tôles d'acier ne sont vendues qu'en mètre carré et que son prix par mètre carré est d'environ 7150 francs.

1- Calculer la somme que le soudeur doit prévoir pour acheter les feuilles de tôles d'acier nécessaire pour son travail.
2- Dessiner le patron que doit réaliser le collaborateur du soudeur. On prendra $1\ cm$ sur le plan pour $40\ cm$ en temps réel.
3- Le soudeur a-t-il respecté les précisions de Roger ?

<u>Exercice 12:</u>

On considère les expressions $D = (3x+1)^2 - (x-1)(9x+3)$ et $E = (3x-2)^2 - 9$.

1- a) Développer et réduire D.
b) Déterminer la valeur numérique de D pour $x = -\sqrt{5}$.
2- a) Factoriser D et E.
b) Déterminer les réels x tels que : $(3x-5)(3x+1) = 0$.
3- On considère la fraction rationnelle $F = \frac{(3x+1)^2-(x-1)(9x+3)}{(3x-2)^2-9}$.
a) Donner la condition d'existence de F, puis donner la forme simplifiée de F.
b) Pour quelle valeur de x, a-t-on $F = \frac{2}{3}$?

<u>Exercice 13:</u>

Un cône de révolution de sommet S a un rayon de base égale à $60\ cm$ et sa génératrice $[SA]$ a une longueur de 40 cm. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point B de $[SA]$ tel que $SB = 30\ cm$. Le tronc de cône obtenu est rempli d'eau qui sera vendu aux habitants du quartier à raison de 10 francs le sceau de 15 litres. Déterminer la recette obtenue après la vente de cette eau en fin de journée, sachant que le tronc de cône a été rempli et vidé 5 fois.

<u>Problème 5:</u>

Mr Fotso, une élite Bamiléké veut construire une case devant sa maison pour recevoir ses invités spéciaux. Cette case aura la forme d'un parallélépipède $ABCDEFG$ surmonté d'une pyramide $SABCD$ de sommet S et de hauteur $[SO]$, (*figure 1*). Pour que la tornade n'emporte pas la toiture, le technicien lui dit que la hauteur doit être plus grande que 3 mètres mais plus petite que 10 mètres.

Un oranger devant sa maison produit des oranges que l'on peut assimiler à des sphères de diamètre 8 centimètres. Chaque orange produit 70% de son volume en jus. Mme Fotso achète 9 verres, ayant la forme d'un tronc de cône de révolution (*figure 2*) pour l'accueil de ses éventuels invités. Elle apprête donc 1 litre de jus d'orange et doit remplir chaque verre au trois quart de son volume.

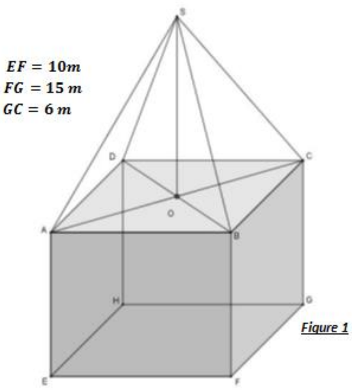
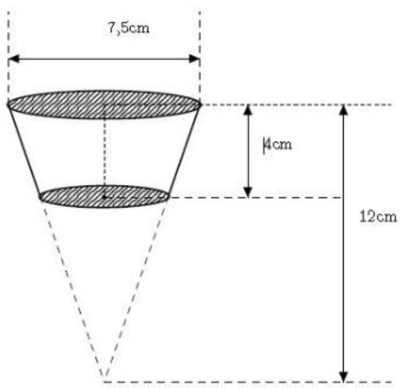


Figure 1



1- La tornade peut-elle emporter la toiture de cette maison si le volume de la case est de 1200 mètres cubes ?

2- Combien faut-il presser d'oranges pour remplir un verre cylindrique de hauteur $15\ cm$ et dont le diamètre de base est $10\ cm$.

3- Mme Fotso a-t-elle suffisamment de jus pour les 9 verres de ses 9 invités ?

Exercice 14:

Les dimensions d'un rectangle ABCD sont $AB = 2\sqrt{3} + 2$ et $BC = 2\sqrt{3} - 2$.

1- Calculer le périmètre et l'aire de ce rectangle.

2- Calculer le rayon ***R*** du cercle circonscrit à ce rectangle.

3- Soit K le point de $[BD]$ tel que $BK = \frac{1}{3-\boldsymbol{R}}$.

  a) Montrer que $DK = 3 + 2\sqrt{2}$.

  b) Donner un encadrement de DK à 10^{-3} près, sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

Exercice 15 :

On considère les expressions suivantes : $A = x^2 - 1 + (2x - 3)(2x - 2)$; $B = x^3 - x$ et $C = \frac{A}{B}$

1- Développer, réduire et ordonner A suivant les puissances croissances de x.

2- Factoriser A et B.

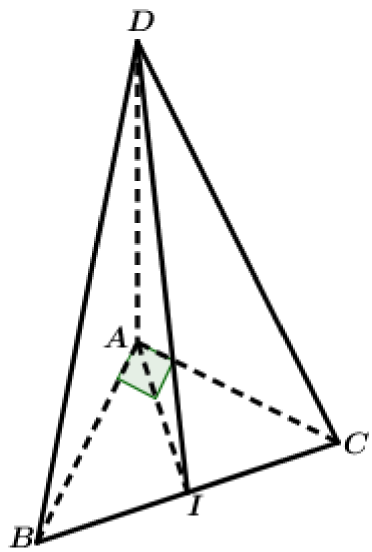
3- Simplifier la fraction rationnelle C.

4- Montrer que $C = -1$ équivaut à $(x + 2)^2 - 9 = 0$.

5- Pour quelles valeurs de x a-t-on $C = -1$.

Exercice 16 :

Le solide représenté ci-dessous en perspective est un tétraèdre $ABCD$ de hauteur AD et de base le triangle rectangle ABC. On donne $AB = 3, AD = 5$ et $BC = 5$.



1- Calculer les distances AC, AI, et ID.

2- Calculer le volume de $ABCD$.

3- On effectue une section du tétraèdre ABCD par un plan parallèle à sa base et passant au deux tiers de sa hauteur..

  a) Donner le rapport de réduction.

  b) Calculer le volume du tronc obtenu.

4- M. TAGNE souhaite utiliser le tronc comme objet de décoration de sa cour. Pour cela il voudrait que ceci soit fait de béton de construction. Les faces doivent être peintes. L'entrepreneur en charge de la fabrication commande du béton, ceci arrive dans un camion dont la bene à la forme d'un cône de révolution de rayon m et de hauteur $30\ m$. Le mètre carré de peinture coûte 5 000 F.

  a) Déterminer le nombre d'objet à fabriquer si la citerne est entièrement remplie de béton.

  b) Combien doit-il dépenser pour mettre la peinture, sur ses objets.