



## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

### A- EVALUATION DES RESSOURCES /15points

#### Exercice 1 : /5points

Choisir, en justifiant, la bonne réponse. Justification = 0,5pt ; réponse juste = 0,5pt ; réponse fautive = -0,25pt ; pas de réponse = 0pt.

- Le complexe  $\frac{(\sqrt{6}-i)(4+3i)}{8-\sqrt{5}i} - \frac{(\sqrt{6}+i)(4-3i)}{8+\sqrt{5}i}$  est :  
a) Un réel ; b) un imaginaire pur ; c) ni réel ni imaginaire pur ; d) nul
- La valeur de la base  $x$  pour laquelle on a l'égalité  $3042^x = 1059$  est :  
a) 8 ; b) 7 ; c) 6 ; d) 5
- Si  $f$  est telle que pour tout  $x \in ]-\infty; -1[$  on a  $\frac{3x}{x-4} < f(x) < \frac{6x}{2x-5}$ , alors  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  vaut : a)  $-\infty$  ; b) 1 ; c) 3 ; d)  $+\infty$
- La négation de la proposition « Si je tombe, je me relève » est :  
a) Si je me relève, alors je tombe ; d) Je tombe et je ne me relève pas  
b) Si je ne me relève pas, alors je ne suis pas tombé  
c) Si je ne tombe pas, je ne me relève pas
- Le quotient de la division euclidienne de  $-247$  par  $29$  est :  
a)  $-8$  ; b) 8 ; c)  $-9$  ; d) 9

#### Exercice 2: /5points

- Ecrire sous la forme algébrique la somme  $a = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2029}$ . /1,25pt
- Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation de congruence  $53x^2 + 67x - 15 \equiv 0 [7]$ . /1,75pt
- On donne  $f(x) = \frac{\sqrt{4x+1}-5}{\sqrt{79-5x}-7}$ . On veut montrer que  $f$  admet un prolongement par continuité en  $x_0 = 6$ .  
a) Trouver l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ . / 0,5pt  
b) Justifier que pour tout  $x \in D_f$ , on a  $f(x) = \frac{-4(\sqrt{79-5x}+7)}{5(\sqrt{4x+1}+5)}$ . / 0,75pt  
c) Dédurre que  $f$  admet un prolongement par continuité en  $x_0 = 6$ . /0,75pt

#### Exercice 3: /5points

- Soit  $P(z) = az^3 + bz^2 + cz + d$  un polynôme de degré 3 de la variable complexe  $z$ . Justifier que  $z_0$ ,  $z_1$  et  $z_2$  sont les trois racines de  $P$  si et seulement si,

$$z_0 + z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}, \quad z_0 z_1 + z_1 z_2 + z_2 z_0 = \frac{c}{a} \quad \text{et} \quad z_0 z_1 z_2 = \frac{-d}{a}. \quad /1,25\text{pt}$$

2. On considère le polynôme à variable complexe  $P$  défini par pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,

$$P(z) = z^3 - (1+17i)z^2 - (92-17i)z + 72 + 160i$$

- a) Justifier que  $P$  admet une racine imaginaire pure  $\beta i$  où  $\beta$  est un nombre réel. /1pt
- b) Trouver un polynôme  $Q$  de degré 2 tel que  $P(z) = (z - \beta i)Q(z)$ . /1pt
- c) Trouver les racines carrées du nombre complexe  $-18i$ . /1pt
- d) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ . /
- 0,75pt

**B- EVALUATION DES COMPETENCES. /5points**

Intitulé de la compétence: Utilisation de l'arithmétique pour résoudre des problèmes.

L'ordinateur de Mr Dranoel est installé sur une table rectangulaire qui, en décimètres, a pour longueur le reste de la division euclidienne de  $7^{484}$  par 13 et pour largeur le nombre de diviseurs positifs de 3211.

Pour accéder aux données de cet ordinateur, Mr Dranoel se sert d'un mot de passe constitué de deux lettres suivies de trois chiffres. Les deux lettres, pris dans leur ordre d'apparition, sont celles qui apparaissent lorsqu'on traduit  $43833_{12}$  en base 16, et les trois chiffres, pris dans leur ordre d'apparition, sont les chiffres que l'on obtient en traduisant  $43833_{12}$  en base 8.

1. Trouver les dimensions de cette table. /2,25pts
2. Trouver le mot de passe utilisé par Mr Dranoel. /2,25pts

Présentation : /0,5pt