

Samedi, 25 janvier 2025

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,75 points)

Soit l'équation $(E) : (2 \cos^2 x - (2 + \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2})(\sqrt{3} \cos x + \sin x - 1) = 0$ et le polynôme P de variable t défini par $P(t) = 2t^2 - (2 + \sqrt{2})t + \sqrt{2}$.

1. (a) Vérifie que le polynôme P admet deux racines distinctes. 0,5pt
- (b) Calcule $P(1)$ et conclus, puis détermine l'autre racine. 0,5pt
- (c) Résous dans $]-\pi; \pi]$ l'équation $2 \cos^2 x - (2 + \sqrt{2}) \cos x + \sqrt{2} = 0$. 1pt
2. (a) Montre que $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$. 0,5pt
- (b) Dédus-en la résolution dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\sqrt{3} \cos x + \sin x - 1 = 0$. 0,75pt
- (c) Place les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

EXERCICE 2 : (4 points)

ABC est un triangle tel que : $AB = 8cm$; $AC = 6cm$ et $BC = 10cm$. On considère le point G tel que $4\vec{AG} - \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$. Soit J le milieu du segment $[BC]$.

1. Montre que $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$. 0,5pt
2. Dédus-en que les points A, G et J sont alignés. 0,5pt
3. Fais une figure. Place les points G et J puis montre que $AJ = BJ = 5cm$. 1pt
4. On considère l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 100$.
 - (a) Montre que $MB^2 + MC^2 = 2MJ^2 + 50$. 0,5pt
 - (b) Dédus-en que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 75$. 0,5pt
 - (c) Détermine et construis \mathcal{E} . 1pt

EXERCICE 3 : (3,25 points)

Soit f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. (a) Calcule les limites aux bornes de D_f . 1pt
- (b) Détermine trois réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$. 0,75pt
- (c) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C_f) . 0,5pt
- (d) Etudie la position relative de (D) et (C_f) . 0,5pt
2. Montre que le point $\Omega(-1; 1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f) . 0,5pt

EXERCICE 4 (4 points)

A) On considère les fonctions numériques suivantes : $f : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : [-1; 5] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2$ $x \mapsto x^2 - 4x + 5$

C_f et C_g sont respectivement les courbes des fonctions f et g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

1. Construis la courbe C_f . **0,5pt**
2. Vérifie que pour tout $x \in [-1; 5]$, $g(x) = f(x-2) + 1$. **0,5pt**
3. Comment peux-tu déduire la courbe C_g de celle de C_f ? **0,5pt**
4. Représente la courbe C_g . **1pt**

B) M. NANGA a interrogé n élèves d'une classe de 1^{ère} D par rapport à la ponctualité et l'assiduité.

Il en ressort que $n - 17$ élèves sont assidus, $\frac{n}{3} - 1$ sont ponctuels, 8 sont assidus et ponctuels et 11 ne sont ni assidus, ni ponctuels.

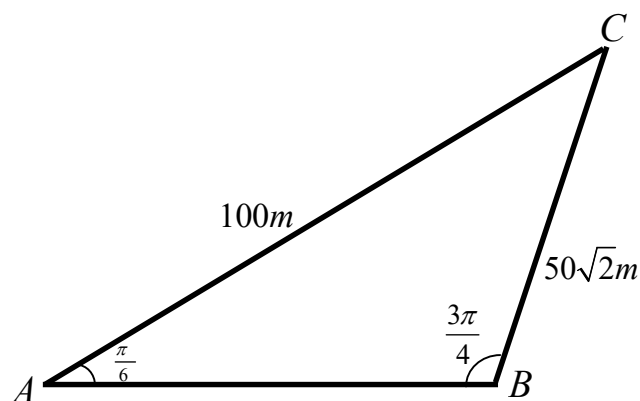
1. Représente un diagramme de VENN traduisant cette situation. **1pt**
2. Quel est l'effectif de cette classe de 1^{ère} D? **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Le croquis ci-contre est celui remis à M. ABENA par un géomètre assermenté après les levées topographiques de sa parcelle de terrain qu'il souhaite vendre à raison de 10.000 FCFA le mètre carré. On prendra $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Avec une partie d'argent issue des ventes de son terrain, M. ABENA met sur pied une petite et moyenne entreprise (PME) pour la production et la vente d'un article donné.



L'étude de faisabilité réalisée pour ce projet montre que le coût de production en FCFA d'un nombre x de cet article est $C(x) = x^2 + 202500$. Le prix de vente d'une unité de cet article est fixé à 1500 FCFA. La capacité de production de cet article est limitée à 1300 unités.

Pour l'extension de sa PME, M. ABENA a emprunté 60 millions de FCFA dans une banque à un taux d'intérêt annuel composé inconnu. Il doit rembourser à la banque 69.337.500 FCFA au bout de deux ans.

Tâches :

1. Quel est le taux d'intérêt annuel du prêt de M. ABENA? **1,5pt**
2. Quel est le nombre minimum de cet article que cette PME doit produire et vendre pour espérer réaliser un bénéfice? **1,5pt**
3. Quel est le prix de vente total du terrain de M. ABENA? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt