COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2024-2025
Département de Mathématiques	**CONTROLE**	**Situation Scolaire N°1** Date : 21 Septembre 2024

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Niveau : **Tle C** Durée : **03 heures 30 minutes** Coef: 7

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 POINTS

Exercice 1: 04,75 Points

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1- Soient A, B et C trois propositions. Les propositions P et Q suivantes sont-elles équivalentes ? Justifier votre réponse. $P = (\neg A \wedge B) \Rightarrow C$ et $Q = A \vee \neg B \vee C$. ***0,75pt***

2- On considère les deux groupes d'expressions suivantes :

A : a) Avoir son Bac ; b) Le point A appartient au segment $[BC]$; c) Le quadrilatère ABCD est un rectangle.

B : d) Avoir passé l'examen ; e) A est le milieu de $[BC]$; f) Les diagonales de ABCD ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

Recopier et compléter le tableau suivant en indiquant la condition suffisante et la condition nécessaire, chacune venant d'un des deux groupes d'expressions. ***1,5pt***

Conditions suffisantes				
Conditions nécessaires				

3- Soit la proposition P suivante : $\forall y \in [0;1], x \geq y \Rightarrow x \geq 2y$

a) Donner la négation et la contraposée de P. ***0,5pt***

b) Donner, en justifiant, la valeur de vérité de la proposition P dans chacun des quatre cas suivants : i) $x \geq 2$; ii) $x < 0$; iii) $x = 0$; iv) $x \in]0, 2[$. ***2pts***

Exercice 2 : 05,25 Points

1- a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $2^{3n} - 1$ est un multiple de 7. ***1pt***

b) En déduire que $2^{3n+1} - 2$ et $2^{3n+2} - 4$ sont des multiples de 7. ***1pt***

2- Déterminer alors les restes dans la division euclidienne de chacun des nombres 2^{3n} ; 2^{3n+1} et 2^{3n+2} dans la division par 7. ***0,75pt***

3- On pose $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$, p étant un entier naturel et on considère les nombres $a = \overline{1001001000}^2$ et $b = \overline{1000100010000}^2$.

On rappelle que si les entiers x_1 et x_2 ont pour reste r_1 et r_2 dans la division par 7, alors $x_1 + x_2$ a pour reste $r_1 + r_2$ dans la division par 7.

a) Quel est le reste de la division A_p par 7 ? Pour $p = 3n$; $p = 3n + 1$ et $p = 3n + 2$. ***1,5pt***

b) Les nombres a et b sont-ils divisibles par 7 ? Justifier. ***1pt***

Exercice 3 : 05,50 Points

Les questions A, B, C et D sont indépendantes.

A- Soit a un entier naturel. On pose $b = \overline{1335}^a$. Donner une écriture de b dans la base $a + 1$. ***0,5pt***

B- a) Déterminer les réels m, p et q tels que $8x^4 + 6x^2 + 2 = (2x^2 + x + 1)(mx^2 + px + q)$. ***0,75pt***

b) En déduire que dans le système de numération de base 9, le nombre $\overline{80602}^9$ est divisible par $\overline{211}^9$. On donnera le quotient en base 9. ***1pt***

C- Soient a, b et n trois entiers naturels supérieurs ou égaux à 1. On désigne par q le quotient de la division euclidienne de $a-1$ par b et par r le reste. Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $ab^n - 1$ par b^{n+1}. ***1pt***

D- Le but de cet exercice est de démontrer que $cos(1°)$ est un nombre irrationnel. Soit n un entier naturel. On rappelle que l'ensemble des nombres rationnels est stable pour l'addition et pour le produit.

1- Exprimer $cos[(n+1)°]$ en fonction de $cos(n°)$, $cos(1°)$ et $cos[(n-1)°]$. ***0,75pt***

2- En supposant que $cos(1°)$ est un nombre rationnel, démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $cos(n°)$ est un nombre rationnel. ***0,75pt***

3- Démontrer alors que $cos(1°)$ est un nombre irrationnel. ***0,75pt***

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,5 POINTS

Situation :

Aigle royal de la Menoua est un club de football dans la région de l'Ouest qui vient de se qualifier pour la finale de la Coupe du Cameroun de football. Afin de soutenir leur équipe pour la finale qui va se dérouler à Yaoundé, au stade Omnisports, les dirigeants se proposent de louer des bus dans lesquels prendront place les supporters du club. On sait qu'entre 2000 et 3000 supporters feront le déplacement. Pour des raisons pratiques, les dirigeants souhaitent que chaque bus contienne le même nombre de personnes. Dans un premier temps, la répartition envisagée conduit à répartir 45 personnes par bus, mais il reste 6 personnes sans place. Ils se rendent compte alors qu'avec un bus de moins, tout le monde a une place dans les conditions voulues par les dirigeants.

Dans le bus pour Yaoundé, Tagni un des supporters, reçoit une invitation de son ami Esso pour 03 jours à Dubaï (du 1er au 03 janvier 2026). Mais Tagni a une inquiétude, car étant le chef de famille, il doit diriger la réunion de famille au village le premier dimanche de janvier 2026 au village.

A son arrivée à la Capitale du pays, il s'en va chez sa sœur Léa qui lui a remis avant le départ le code à quatre chiffres de la porte d'entrée de son appartement, mais devant la porte il a oublié ce code. Léa a quand même pris le soin de copier sur un bout de papier des indices pour l'aider au cas où il l'aurait oublié. Voici les indices :

- Le chiffre des unités divise tous les nombres,
- Le chiffre des dizaines multiplié par le chiffre des milliers donne le chiffre des centaines,
- Le chiffre des milliers est impair distinct de 1,
- La somme des chiffres est 16,
- Le nombre formé est inférieure à 5000.

Tâches

1- Déterminer le nombre de supporters de l'équipe qui font le déplacement. ***1,5pt***

2- Tagni peut-il accepter l'invitation de son ami Esso sans risque de devoir renvoyer la date de la réunion familiale ? Justifier votre réponse. ***1,5pt***

3- Aider Tagni à retrouver le code d'ouverture de l'appartement de Léa. ***1,5pt***