	COLLEGE HENRI DUMONT- FONDATION AIR FRANCE			
	Département	**MATHEMATIQUE**	**Année Scolaire**	2024/2025
	Coefficient	06/ 1er groupe	Classe	**Première C**
	SITUATION SCOLAIRE N°1		**Vendredi 08 Novembre 2024**	
	DEVOIR SURVEILLE N° 02 DE MATHEMATIQUE		**Durée : 3h00**	

Partie A : Evaluations des Ressources / 15,5points

Exercice 1 : *Equation du 2nd degré dans IR*. 3,75points

Partie A : On considère le polynôme $P(x) = x^3 + 3x - 4$; le but de cet exercice est de calculer $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ et montrer que $\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^2 = 3$

1. Vérifier que 1 est une racine de P(x). **0,25pt**
2. Résoudre dans $IR, P(x) = 0$. **0,75pt**
3. On pose $\alpha = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\ et\ \beta = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$. On rappelle que $\sqrt[r]{a} = a^{\frac{1}{r}}$
   - 3.1. Calculer $\alpha^3 + \beta^3\ et\ \alpha \times \beta$. **0,5pt**
   - 3.2. Montrer que $(\alpha+\beta)^3 + 3(\alpha+\beta) = \alpha^3 + \beta^3 + 3(\alpha+\beta)(\alpha\beta+1)$. **0,25pt**
   - 3.3. Déduire que $\alpha + \beta$ est solution de $P(x) = 0$. **0,25pt**
   - 3.4. Donner la valeur de $\alpha + \beta\ et\ de\ \alpha^2 + \beta^2$. **0,5pt**

Partie B : on pose $n \in IN\ et\ p \in IN$ tel que $0 \leq p \leq n$

1. Montrer que $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$. **0,5pt**
2. Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 - C_n^p x + C_{n-1}^{p-1} C_{n-1}^p = 0$. **0,75pt**

Exercice 2 : 4,25points

A- Une urne contint 6 boules portant le nombre 1, 4 boules portant le nombre $\sqrt{3}$, 5 boules portant le nombre $-1\ et$ 5 boules portant le nombre $-\sqrt{3}$ indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On désigne par a le nombre porté par la première boule et b, celui porté par la deuxième boule. On considère deux points fixes et distincts A et B d'un plan $\mathcal{P}$ et l'équation (E): $a\cos(x) + b\sin(x) = 0$.

1. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $-\frac{\pi}{4}$ soit solution de (E). **0,5pt**
2. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que le vecteur $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ soit constant pour tout point M du plan $\mathcal{P}$. **0,5pt**

B- Soit ABC un triangle équilatéral de coté $a(a \in IR, a > 0)$

1. Construire le point G tel que : $\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{BC}$. **0,25pt**
2. Montrer que l'on a : $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Qu'en conclure ? **0,5pt**
3. Soit (Γ_k) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = (k+4)a^2 où\ k \in IR$.
   a) Montrer que $MG^2 + GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2 = (k+4)a^2$. **0,5pt**
   b) On donne $GA = 2a\ , GB = a\sqrt{3}\ et\ GC = a\sqrt{6}$. Préciser l'ensemble (Γ_k) dans chacun des cas suivants : $(i) k < -6\ ; (ii) k = -6\ ; (iii)\ k > -6$. **1pt**
   c) On pose : $k = \frac{12}{\sqrt{3}}\sin(x)$. Déterminer l'ensemble (S) des réels x pour lesquels : $(\Gamma_k) = \{G\}$. **1pt**

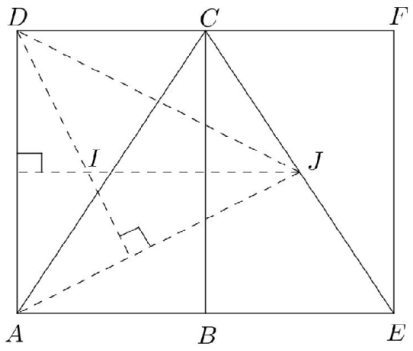
Exercice 3 : 3points

A, B et C sont trois points non alignés els que AB=AC=5cm et BC=4. I est le milieu de $[BC]$. J est défini par $\overrightarrow{BJ} = -2\overrightarrow{BC}$. G est le barycentre de $(A;1), (B;3) et\ (C;-2)$

1. Exprimer le point J comme barycentre des points B et C. **0,25pt**
2. Montrer que G est le barycentre des points A et J. déduire la position de G sur le segment $[AJ]$. **0,5pt**
3. Déterminer et construire l'ensemble (π) des points M : $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$. **0,5pt**

4. Déterminer et tracer l'ensemble (σ) des points M tels que : $\left(3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MA} = 0$. **0,5pt**
5. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BJ}$, en déduire $\cos\left(\widehat{ABJ}\right)$. **0,75pt**
6. K est le milieu de $[AB]$. Calculer la longueur JK. **0,5pt**

<u>Exercice 4</u> : 4,5points



Partie A : On considère un triangle AEC inscrit dans le rectangle AEF. A l'intérieur du rectangle, on trace le triangle équilatéral DAJ ; on note I son centre.

1. Justifier que $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}}\right) = \frac{\pi}{6}$ et que $\left(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID}}\right) = \frac{2\pi}{3}$. **0,5pt**
2. Déduire que les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. **0,25pt**
3. Justifier que le triangle DCJ est isocèle en J. Déduire la mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CJ}}\right)$. **0,5pt**
4. Déduire les points J, E, C sont alignés. **0,25pt**

Partie B :

1. Em : $\left(1-\sqrt{3}\right)\cos(2x) + \left(1+\sqrt{3}\right)\sin(2x) = m$ est une famille d'équation qui est indexée sur un paramètre réel m.
   1.1. Démontrer que (Em) est équivalente à l'équation $\cos(2x-\theta) = \frac{m}{\sqrt{2}}$. **0,5pt**
   1.2. À quelle condition sur m, l'équation (Em) a des solutions ? **0,25pt**
   1.3. Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ l'inéquation : $\cos(2x-\theta) \leq \frac{-1}{\sqrt{2}}$. **1,25pt**
2. Résoudre dans IR, l'équation $\frac{8sin^{-2}(x)+1}{cos^{-2}(x)+tan^2(x)} = cotan^2(x) + \frac{4}{3}$. **1,5pt**

Partie B : Evaluations des compétences / 4,5 points

M. CHARELES est censeur dans un lycée de la place. C'est un homme à tout faire dans son lycée. Parmi les 1000 élèves de son lycée, 720 suivent les cours d'anglais, 500 les cours d'allemand, 250 les cours d'espagnol. De plus, parmi ceux qui font de l'anglais, 340 suivent aussi les cours d'allemand et 140 les cours d'espagnol. Parmi ceux qui font de l'espagnol, 130 font aussi de l'allemand. Enfin 40 apprennent les trois langues.

En outre, M. CHARELES suit un projet qui est celui d'équiper le lycée d'un complexe sportif devant comporter une piste d'athlétisme. Cette piste est délimitée par l'ensemble des points M du plan tels que $2100 \leq \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} \leq 4500$ où A et B sont deux points de la piste distants de 40 m. Cette piste doit-être recouverte avec du gazon dont un sac coûte 25 000 FCFA et couvre 25 m².

Dans sa qualité d'homme religieux, Monsieur CHARELES se propose d'équiper la bibliothèque de son lycée par des romans qui coutent 2000frs chacun et des livres divers coutant 3000 frs chacun. Les enseignants souhaitent :

- ✓ *Avoir au moins 50 romans*
- ✓ *Avoir au moins 18 livres ;*
- ✓ *Qu'il y ait plus de romans que de livres*
- ✓ *Que le montant total des romans et des livres soit inférieur ou égal à 300000 frs.*

Monsieur CHARELES a respecté les souhaits de ses collègues et a acheté au total 140 ouvrages.

Tache 1 : Quelles est l'effectif des élèves qui ne font aucun des trois langues ? **1,5pt**

Tache 2: Quelles est le budget nécessaire pour la réalisation du projet de monsieur CHARELES ? **1,5pt**

Tache 3 : déterminer les diverses possibilités d'achat de romans et de livres. **1,5pt**