COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Yaoundé – Tél. : 222 31 54 28 E-mail : mail:collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2024-2025
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	Niveau T[le] D & TI	Durée 3h30- Coefficient : 4
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES		

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES — 12.75 POINTS

Exercice 1 **: 6 points**

A/ 1. Déterminer les racines carrées du nombre complexe : $z = -8 + 6i$ **1pt**

2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes chacune des équations suivantes et donner les solutions sous forme algébrique: **1,75pt**
   a) $(3+i)\bar{z} + 2z = 0$
   b) $4z^2 + 8|z|^2 - 3 = 0$
   c) $2z + z\bar{z} = 1 - 2i$

B/ 1. a) Mettre sous forme algébrique $(1+6i)^2$ **0,5pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^2 - 3z + 11 - 3i = 0$ **0 ,75pt**

2. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme défini par $R(z) = z^3 - 5z^2 + (17-3i)z - 22 + 6i$
   a) Vérifier que 2 est une racine de R. **0,25pt**
   b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que: **1pt**
   $R(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$
   c) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $R(z) = 0$ **0,75pt**

Exercice 2 **: 2,75 points**

Soit un polynôme P défini par $P(z) = z^4 - 3z^3 + z^2 - 3z + 1$. On désigne par α un nombre complexe non nul.

1. Montrer que si α est solution de l'équation $P(z) = 0$, alors on a : **0,75pt**
   a) $P(\bar{\alpha}) = 0$
   b) $\overline{P(\alpha)} = 0$
   c) $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$
2. a) Calculer $P(1+i)$ et en déduire une solution de l'équation $P(z) = 0$. **1pt**
   b) En déduire toutes les racines de P. **1pt**

Exercice 3 **: 4 points**

1. Déterminer l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que $|z+5-i| = |z-4i|$ **1pt**
2. Déterminer les nombres complexes z tels que : $|z-i| = |iz-i| = |z-iz|$ **1pt**
3. On considère le nombre complexe $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et on pose $U = 1 + j$

a) Montrer que $1 + j + j^2 = 0$ **0,5pt**

b) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $U^n = (-1)^n(j)^{2n}$. **0,75pt**

c) Montrer que pour tout entier naturel n, $j^{2n} - j^n$ est un imaginaire pur. **0,75pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 6.75 POINTS

SITUATION :

Un agriculteur dispose de trois parcelles agricoles qu'il souhaite utiliser pour ses différentes cultures.

La parcelle 1 a une forme carrée de coté c donné par $\boldsymbol{c} = |\boldsymbol{z_1} - \boldsymbol{z_2}|$ où z_1 et z_2 sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - 6z + 10 = 0$.

La parcelle 2 est donnée par l'ensemble des points $M(x; y)$ tel que le nombre complexe $A = \frac{z+3-2i}{z-2+i}$ soit un imaginaire pur.

La parcelle 3 a une forme rectangulaire $ABCD$ de longueur BC et de largeur AB tels que $BC = AB + 1$ et $AC = 2AB$.

L'unité est l'hectare (ha). Ne disposant pas d'assez d'argent pour s'offrir les services d'un géomètre, il souhaite connaitre la superficie de chaque parcelle agricole, afin de mieux orienter ses cultures. On prendra $\pi = 3{,}14$; $\sqrt{3} = 1{,}732$ et $\sqrt{8{,}5} = 2{,}915$

TÂCHES

1. Quelle est la superficie de la parcelle 1 ? **2,25pts**
2. Quelle est la superficie de la parcelle 2 ? **2,25pts**
3. Quelle est la superficie de la parcelle 3 ? **2,25pts**

Présentation 0,5 point