MINESEC — ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025

LYCÉE BILINGUE DE NGONG — T^{le} D

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES — Durée : 4H

Examinateur : Mr. KAKA DAIROU — Coef : 7

PARTIE EVALUATIONS DES RESSOURCES 14,5pts

EXERCICE 1 2,75pts

On considérés dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_{II}) *telle que*: $z^3 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)z^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)z + 1 = 0.$

1- Montrer que $a = -1$ est solution de (E_{II}) . 0,5pt

2- Démontrer que si z_0 est solution de (E_{II}) alors son inverse $\frac{1}{z_0}$ l'es aussi. 0,5pt

3- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_{33}) : $z^2 - \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i\right)z + 1 = 0.$ 1pt

4- Déterminer toutes les solutions de (E_{II}). 0,75pt

EXERCICE 2 6pts

On considérés dans $\mathbb{C}$ l'équation des nombres complexes les equations

$(E_0) : 3z^2 + 2(2-3i)z - \frac{5}{3} - 4i = 0$ *et* $(E_I) : 3z^2 + 2(2-3i)z - \frac{5}{3} - 4i = \overline{z} + \frac{2}{3} + i$

ou $\overline{z}$ *est le conjugué de* z

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_0). 0,5pt

2- Montrer que $9\left(z+\frac{2}{3}-i\right)^2 = 3\overline{z} + 2 + 3i.$ 0,75pt

3- Démontrer que pour tous nombres complexe z solution de l'équation (E_I) ; il existe un nombre complexe $\Psi(z)$ tel que : $[\Psi(z)]^2 = \overline{\Psi(z)}$. 0,75pt

4- En posant $\Psi(z) = H$.

a- Démontrer que : $H = 0$ ou $|H| = 1$ puis résoudre équation $H^2 = |H|$. 1,5pt

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_I). 1pt

EXERCICE 3 5pts

A- On donne $q = \frac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}+54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$; $m = \frac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}-54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$ *et* $r = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

1- Calculer $q \times m$ *et* r^3. 1pt

B- Soit f une fonction définie sur $D =]1;+\infty[$ par : $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$.

1- Montrer que $\forall x \in]1;+\infty[$ *on a*: $f'(x) = -\left(\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$. 0,5pt

2- En déduire les variations de f, puis dresser son tableau des variations. 1,5pt

3- Déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1;2]$. 0,5pt

4- a- Montrer f est une bijection de D vers IR.

C- calculer $f^{-1}(-1)$ *et* $\left(f^{-1}(-1)\right)'$. 0,5pt

5- On considère la fonction h définie de $[1;+\infty[$ *vers IR par*: $h(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$. On admet que $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$.

a- Montrer que $|h(x)|' \leq \frac{1}{2}$. 0,5pt

b- En déduire que $\forall\, x \in [1;2]$; $|h(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. 0,5pt

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES [4, 5pts]

MAXWELL élève de la classe de **TLe D** fait un montage à l'aides d'un générateur a courant alternatif un montage électrique dans le laboratoire de physique. Ce montage est constitué d'un résistor de ***résistance R*** et une bobine de **l'inductance L** en parallèle appelé circuit **(LR)** comme indique la figure ci-dessous. Généralement dans ce genre de circuit à courant alternatif, on définit :

✓ L'impédance complexe de l'association est : $\widetilde{Z} = \frac{\widetilde{Z}_R \times \widetilde{Z}_L}{\widetilde{Z}_L + \widetilde{Z}_R}$ ***Avec*** $\begin{cases} \widetilde{Z}_R = R; \quad \widetilde{Z}_L = jL\omega, \\ j = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

La puissance Réactif complexe de l'association est : $\widetilde{S} = \widetilde{Z} \times \widetilde{I}$. ($\widetilde{I}$ = *courant complexe du circuit*)

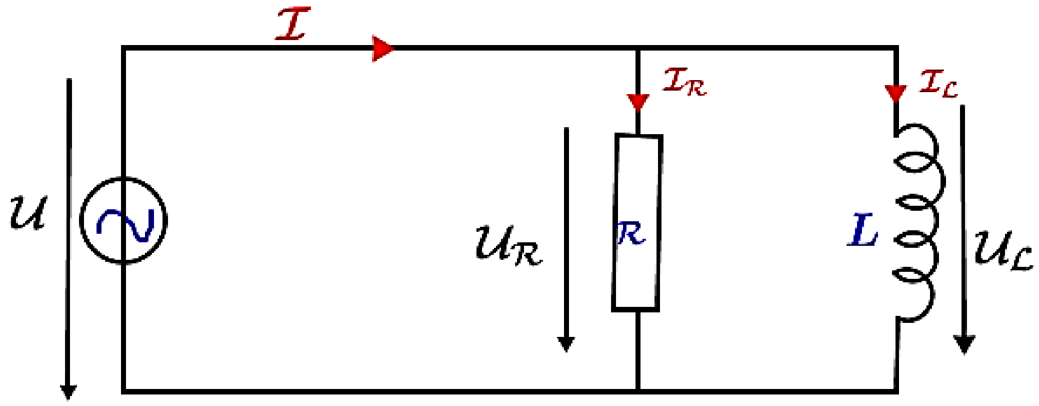
En électricité, On peut caractériser le comportement d'un filtre avec un complexe qu'on appelle ***''Fonction de transfert''***

- Le transfert d'un triangle d'un filtre $\mathcal{RC}$ ***Passe-bas du premier Ordre est :*** $\mathcal{T} = \frac{1}{1+jCR\omega}$.
- L'amplification d'un filtre correspond au module $|\mathcal{T}|$ de la fonction de transfert.

Taches 1 : déterminer l'impédance complexe $\widetilde{\mathcal{Z}}$ ainsi que l'impédance $\mathcal{Z}$ de l'association. 1,5pt

Taches 2 : déterminer la puissance apparente complexe $\widetilde{\mathcal{S}}$ ainsi que la puissance apparente **S** l'association.

Taches 3 : déterminer L'amplification du filtre. 1,5pt



Présentation : 0,75pt

''Un matheux (mathématicien) n'urine pas mais il fait π π''