

EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte trois parties A,B et C étalées sur deux pages numérotées de 1 à 2.

PARTIE A : 6 points

1. (a) Développer les expressions : $A(x) = (x+1)(2x-1)$ et

$$B(x) = (x+3)(x+1).$$

1pt

(b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 + x - 1 = x^2 + 4x + 3$.

2pts

2. On considère dans \mathbb{R}^2 le système $(S) : \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + ay = 5 \end{cases}$ d'inconnue (x, y) où a désigne un nombre réel.

(a) Résoudre le système (S) pour $a = 1$.

1,5pt

(b) On suppose que $a = -2$. Le système (S) admet-il des solutions ? Justifier.

1,5pt

PARTIE B : 6 points

I) On dispose d'un sac qui contient 6 boules : 4 boules vertes numérotés 1; 2; 2; 3 et 2 boules jaunes numérotées 1 et 2. On tire simultanément deux boules du sac.

1. Combien de tirages différents peut-on effectuer ainsi ?

0,75pt

2. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels on obtient :

(a) exactement une boule verte.

0,75pt

(b) exactement une boule portant le numéro 2.

0,75pt

(c) exactement une boule verte et une boule portant le numéro 2.

0,75pt

II) On considère la série statistique donnée par :

Classe	$[0, 4[$	$[4, 8[$	$[8, 12[$	$[12, 14[$	$[14, 18[$
Effectif	12	16	20	18	14

1. Tracer sur le même repère orthogonal les polygones (P_1) des effectifs cumulés

croissants et (P_2) des effectifs cumulés décroissants de cette série. On prendra en

abscisse $1cm$ pour 2 unités et en ordonnées $1cm$ pour 5 unités.

2pts

2. Que représente l'abscisse m du point d'intersection des polygones (P_1) et (P_2) ?

0,5pt

3. Donner par lecture graphique une valeur approchée de m .

0,5pt

PARTIE C : 8 points

La courbe (C_f) ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthonormé, de la fonction f définie sur l'intervalle $[-2, 4]$ par $f(x) = x^2 - 2x$.

I) 1. Dresser le tableau de variation de f .

2pts

2. Résoudre graphiquement, dans $[-2, 4]$, l'inéquation :

$$f(x) \leq 0.$$

1,5pt

3. Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2.

1,5pt

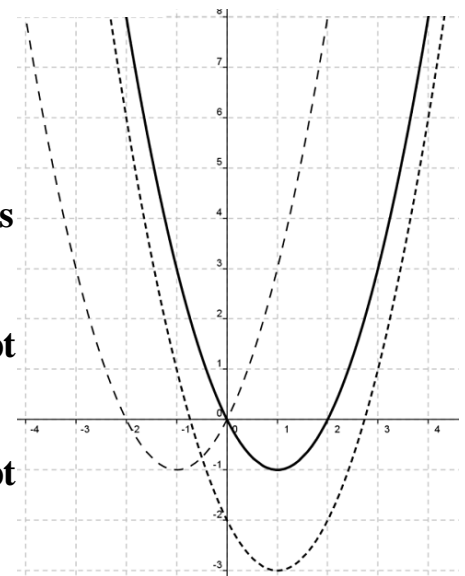
II) Sur le même graphique sont tracées les courbes (C_g) et (C_h) représentatives de deux fonctions g et h obtenues de la fonction f .

1. Déterminer le réel a pour lequel on a : $g(x) = f(x+a)$.

1,5pt

2. Déterminer le réel b pour lequel on a : $h(x) = f(x)+b$.

1,5pt



Exercice 1

- 1) Résous dans IR les équations ou inéquations suivantes :
 - a) $2x^2 - 4\sqrt{3}x + 6 = 0$. 1pt
 - b) $-x^2 - x + 12 \geq 0$. 1pt
 - c) $3x^2 < x - 5$. 1pt
- 2) On doit partager une somme de 30 000 F entre un certain nombre de personnes. S'il y avait 4 personnes de moins la part de chacune serait augmentée de 1250 F. Déterminer le nombre de personnes et la part de chacune d'elles. 2pts

Exercice 2

Soit f une fonction ayant pour ensemble de définition $[-4;3]$. Soit son tableau de variation ci-dessous :

x	-4	-2	2	3
$f(x)$	-5	-10	0	+15

Dans chacun des cas suivants dresser le tableau de variation de la fonction g :

- 1) $g : x \mapsto f(x-1) + 3$. 1pt
- 2) $g : x \mapsto -f(x)$. 1pt
- 3) $g : x \mapsto |f(x)|$. 1pt

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x}{x-2}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de f . 1pt
- 2) Etudier la parité de f . 1pt
- 3) Déterminer les limites de la fonction f en 1 et en 0. 1,5pt
- 4) En utilisant la définition, calculer le nombre dérivé de la fonction f en 1. 1,5pt
- 5) Dédire donc une équation de la tangente à la représentation graphique de f au point d'abscisse 1. 1pt
- 6) Déterminer la dérivée de la fonction f . 2pts

Exercice 4

Le plan est muni du repère (O, I, J) .

- 1) Construire la droite (D) ayant pour coefficient directeur $-\frac{1}{2}$ et passant par le point $B(1; -2)$. 1,5pt
- 2) Déterminer une équation de (D) . 1pt

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / SEPTEMBRE 2008

Les calculatrices sont autorisées. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (3 points.)

1. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m l'existence des solutions de l'équation :
 $(E_m) (2m - 1)x^2 + (m + 1)x - (2m + 1) = 0.$ 1.5pt
2. Déterminer la valeur de m pour que -3 soit solution de l'équation
 $(2m - 1)x^2 + (m + 1)x - (2m + 1) = 0.$ 0.5pt
3. On considère la droite (D) d'équation cartésienne : $2x + 3y + 1 = 0$. Déterminer l'équation normale de la perpendiculaire à (D) passant par le point $A(1; -1)$. 1pt

Exercice 2 (7pts)

On donne : $H(x) = -3x^2 + (2 - 3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$.

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles. 1pt
2. Sans toute fois calculer les racines de H , déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 2 pts
3. Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de H . 1pt
4. Dédire des questions précédentes, l'autre racine de H . 1pt
5. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $H(x) > 0$. 2 pts

Problème (10 points)

1. Résoudre par la méthode du Pivot de Gauss le système suivant dans \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \\ x + y + z = 100 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$
 3 pts

2. Une ferme spécialisée dans la production des lapins désire produire des lapins de couleur noire, blanche et grise. La production d'un lapin nécessite 5 mois de travail pour le noir, 3 mois pour le blanc et $\frac{1}{3}$ de mois pour le gris.

La ferme produit 100 lapins pendant 100 mois de travail, le nombre de lapins blancs étant le tiers du nombre de lapins noirs.

Déterminer les équations traduisant :

- (a) la contrainte sur le temps ; 2.5pts
 - (b) la contrainte sur la production. 2.5pts
3. Parmi ces 100 lapins, combien sont de chaque couleur ? 2pts

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : 3 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 + 9x - 4140 = 0$. **0,5pt**
2. On dispose d'une subvention de 414 000 FCFA pour atteindre, dans une localité, une nappe souterraine. Le coût du forage est fixé à 1000 FCFA pour le premier mètre creusé, 1200 FCFA pour le deuxième, 1400 FCFA pour le troisième et ainsi de suite en augmentant de 200 FCFA par mètre creusé.
On désigne par u_n le coût en FCFA du n-ième mètre creusé ($n \in \mathbb{N}^*$).
 - (a) Déterminez u_5 . **0,5pt**
 - (b) Précisez la nature de la suite (u_n) et exprimez u_n en fonction de n . **1pt**
 - (c) Montrez que le coût total d'un puits de n mètres est $S_n = 100n^2 + 900n$. **0,5pt**
 - (d) Indiquez la profondeur maximale du forage que l'on peut réaliser. **0,5pt**

Exercice 2 : 5 points

Dans le plan, on considère un triangle isocèle ABC tel que $AB = AC$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$
Soit I le point tel que le triangle CAI soit isocèle rectangle avec $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CI}) = -\frac{\pi}{2}$

1. Faire une figure, que l'on complètera au fur et à mesure. On prendra $AB = 5$ cm. **0,5pt**
2. Soit r_A la rotation de centre A qui transforme B en C et r_C la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. On pose $f = r_C \circ r_A$.
 - (a) Déterminer $f(A)$ et $f(B)$. **0,5pt**
 - (b) Démontrer que f est une rotation dont on précisera l'angle et le centre O . **1pt**
 - (c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABOC$? **0,5pt**
3. Soit s la similitude directe de centre O qui transforme A en B . On appelle C' l'image de C par s , H le milieu de $[BC]$ et H' son image par s .
 - (a) Donner une mesure de l'angle de s . **0,5pt**
 - (b) Montrer que C' appartient à la droite (OA) . **0,5pt**
 - (c) Donner l'image par s du segment $[OA]$ et montrer que H' est le milieu de $[OB]$. **0,5pt**
 - (d) Montrer que $(C'H')$ est perpendiculaire à (OB) . **0,5pt**
 - (e) En déduire que C' est le centre du cercle circonscrit au triangle OBC . **0,5pt**

Problème : 12 points

Partie A : 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On donne $E(2; 0)$ et F l'image de E par la rotation de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. I est le milieu de $[EF]$.

1. Déterminer les coordonnées cartésiennes de F et I . **1pt**
2. (a) Déterminer la nature du triangle OEF . **0,5pt**
(b) En déduire la mesure principale de $(\vec{i}; \overrightarrow{OI})$. **0,5pt**
3. Déduire des questions 1 et 2, les valeurs exactes de $\cos \frac{3\pi}{8}$ et $\sin \frac{3\pi}{8}$. **1pt**
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\sqrt{2 - \sqrt{2}} \cos x + \sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin x = -1$ **1pt**

Partie B : 3 points

Le plan vectoriel réel E_2 est muni d'une base $\mathcal{B} = (\vec{i}; \vec{j})$. On donne $\vec{e}_1 = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} - \vec{j}$.

1. Démontrer que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base de E_2 . **0,5pt**
2. Soit f l'endomorphisme de E_2 défini par :
$$\forall \vec{u}(x; y) \in \mathbb{R}^2, f(\vec{u}) = \left(x - \frac{1}{2}y\right)\vec{i} + (2x - y)\vec{j}$$
 - (a) Déterminer la matrice A de f dans la base \mathcal{B} . **0,5pt**
 - (b) f est-il un automorphisme ? **0,25pt**
 - (c) Déterminer le noyau $\text{Ker}f$ et l'image $\text{Im}f$ de f . Préciser une base et la dimension de chacun de ces sous-espaces vectoriels. **1,25pt**
 - (d) Trouver la matrice A' de f dans la base $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$. **0,5pt**

Partie C : 5 points

Soit la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = \frac{x+1}{1+x^2}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 2$ cm et $\|\vec{j}\| = 1$ cm.

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **1pt**
2. (a) Déterminer les coordonnées du point A intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses et le point B intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées. **0,5pt**
(b) Donner les équations des tangentes T_1 et T_2 à la courbe (C_f) en A et B . **0,5pt**
3. (a) Etudier les positions relatives de (C_f) et T_1 puis de (C_f) et T_2 . **1pt**
(b) Construire soigneusement T_1 , T_2 et (C_f) . **1pt**
(c) Discuter graphiquement le nombre de solutions de $(E_m): mx^2 - x + m - 1 = 0$ **1pt**

PROBATOIRE BLANC / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / MAI 2011

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [3,75 points]

I- Un objet qui chute parcourt approximativement 4,9 mètres durant la première seconde, pendant la deuxième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la première seconde, pendant la troisième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la deuxième seconde, etc. : à chaque seconde, la distance parcourue est supérieure de 9,8 mètres à celle parcourue pendant la seconde précédente. On note d_1 la distance parcourue pendant la première seconde, d_2 celle parcourue pendant la deuxième seconde, etc.

1. Calculer d_1, d_2, d_3 . 3 × 0,25pt = 0,75pt
2. Quelle est la nature de la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 0,25 pt
3. Quelle distance parcourt l'objet pendant la huitième seconde ? 0,5pt
4. Quelle est la distance totale parcourue pendant ces huit secondes ? 0,75pt

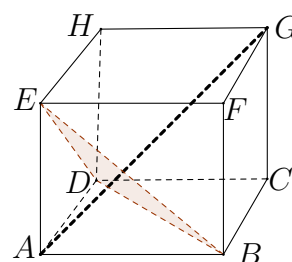
II- On se propose de résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $5 \sin x - 2 \cos^2 x = 1$

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2X^2 + 5X - 3 = 0$ 0,25 pt
2. En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E). 0,75pt
3. Placer les points images des solutions de l'équation (E) sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

Exercice 2 [2,25 points]

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

1. Dans le repère $(A; AB, AD, AE)$, déterminer :
 - a. les coordonnées des points B, D et E ; 0,75pt
 - b. une équation cartésienne du plan (BDE) et une représentation paramétrique de la droite (AG) . 2 × 0,5pt
2. Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE) . 0,5pt



Exercice 3 [3 points]

Les notes sur 20 en mathématiques et sciences physiques des élèves d'une classe de première SM se présentent comme suit :

Mathématiques	5	7	11	12	12	13	14	15	7	13
Sc. physiques	6	8	13	12	13	12	13	14	6	11

On désigne par x et y les notes de mathématiques et de sciences physiques respectivement.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série statistique. 0,5pt
2. Calculer le coefficient de corrélation r de cette série. 1pt
3. Écrire l'équation réduite de la droite de régression (Δ) de y en x . 1pt

4. Peut-on prévoir la note en sciences physiques d'un élève qui a eu 17 en mathématiques ? Si oui quelle est cette prévision ? 0,5pt

Problème [11points]

Partie A :

Soit f la fonction numérique définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1. Donner l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. 1pt
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,5pt
4. Tracer la courbe représentative (\mathcal{C}) de f dans un repère orthonormé après avoir déterminé les points de rencontre de (\mathcal{C}) avec les axes du repère. 1,5pt

Partie B :

$ABCD$ est un parallélogramme. H est le milieu du segment $[AD]$. E et F partagent le segment $[AB]$ en trois segments de même longueur tels que les points A, E, F et B soient alignés dans cet ordre.

G est un point tel que le quadrilatère $AFGH$ soit un parallélogramme.

1. Faire une figure claire et soignée. 0,5pt
2. Soit $M = \text{bar} \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & D \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$. Montrer que les droites (BH) et (FD) se coupent en M . 0,75 pt
3. On considère le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$.
 - a. Donner les coordonnées des points D, F, B, C et E dans ce repère. $5 \times 0,25\text{pt} = 1,25\text{pt}$
 - b. Écrire une équation cartésienne de chacune des droites $(DF), (BH)$ et (CE) . 0,75pt
 - c. Calculer les coordonnées de M et vérifier que les droites $(DF), (BH)$ et (CE) sont concourantes en M . 0,75pt
4. Écrire D comme barycentre des points A, B et C , puis montrer que les points M, C et E sont alignés. $0,5\text{pt} + 0,5\text{pt} = 1\text{pt}$
5. On suppose $AB = 6$ cm et que le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$ est orthonormé.
 - a. Déterminer l'ensemble (\mathcal{E}) des points du plan tels que : $NA^2 - NE^2 = 4$. 1pt
 - b. Déterminer une équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle ABD . 0,5pt

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
26.09.2015	EXAMEN :	DEVOIR DE CONTROLE N° 1	Durée : 3h	Classe : 1 ^{ère} C
COEFF. 6	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Prof : T.N.AWONO MESSI	

Contexte :

L'anniversaire de NGONO

Le 15 Septembre 2015, la petite NGONO a fêté son $x^{ème}$ anniversaire où x est solution de l'équation $f(x) = 0$ avec $f(x) = 2x^3 + x^2 - 72x - 36$. Les invités étaient reçus sur un espace aménagé ayant la forme d'un carré de côté c (c en mètres) et vérifiant l'équation $(E_0) : 3\sqrt{c} - 2c + 35 = 0$. Sur cet espace, la hauteur h des bâches installées vérifie l'inéquation $(I) : \sqrt{h-2} \leq h-4$. Le décorateur exige que les vitesses de circulation des 4 principales serveuses vérifient les relations suivantes : $(S_1) : -2x^2 - x + 3 = 0$, $(S_2) : 3x^2 + 5x + 4 \geq 0$, $(S_3) : x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ et $(S_4) : x^2 - 3|x| + 2 = 0$.

Les parents de NGONO étaient confrontés à d'énormes difficultés dans la détermination de certaines données et dans leur choix pour la réussite de l'anniversaire. Ils font recours à un élève de 1^{ère} C.

Tâche : Tu es cet élève de 1^{ère} C. Résous les exercices suivants pour aider les parents de NGONO.

EXERCICE 1 : 7,25 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

$$(S_1) : -2x^2 - x + 3 = 0, (S_2) : 3x^2 + 5x + 4 \geq 0, (S_3) : x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$(S_4) : x^2 - 3|x| + 2 = 0.$$

3pts

2. (a) Calculer $f(-6)$.

0,25pt

(b) Déterminer le trinôme Q de degré 2 tel que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x+6)Q(x)$.

0,5pt

(c) Résoudre alors dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.

0,5pt

(d) En déduire l'âge de NGONO au 15 septembre 2015.

0,25pt

3. (a) Etudier le signe du polynôme g défini par $g(x) = -x^2 + 9x - 18$.

0,75pt

(b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $(I) : \sqrt{h-2} \leq h-4$.

0,75pt

(c) Préciser alors la hauteur minimale en mètres des bâches.

0,25pt

4. Déterminer l'aire de la surface de l'espace retenu pour la réception des invités.

1pt

EXERCICE 2 : 4,5 points

La maman de NGONO a fait préparer x kg de riz vérifiant l'équation :

$(E) : \sqrt{x^2 + 3x + 14} = 2x - 8$ et en plus du couscous. Compte tenu de la délicatesse de la préparation du couscous, le cuisinier de la famille déclare que sa préparation dépend d'un paramètre réel m vérifiant l'équation $(E_m) : (m+2)x^2 + (m-1)x - m = 0$.

1. Déterminer le nombre de kg de riz préparé. 1pt
2. (a) Pour quelle(s) valeur(s) de m , l'équation (E_m) :
 - (i) est du premier degré ? 0,5pt
 - (ii) admet -1 comme solution ? 0,5pt
 - (iii) admet deux racines distinctes α et β . 1pt
- (b) Déterminer les valeurs de m pour que l'on ait : $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2$. 1,5pt

EXERCICE 3 : 3,25 points

Au cours de cet anniversaire, les parents de NGONO ont acheté n cannettes pour un coût total de $39.000FCFA$.

1. Déterminer le prix p et le nombre n de cannettes sachant que si une cannette coûtait $25F$ de moins, il y aura 10 cannettes de plus pour le même coût total. 1,5pt
2. Calculer le nombre N d'invités à la réception sachant que chacun a eu 3 cannettes. 0,5pt
3. Parmi les invités, on dénombre x hommes et y femmes vérifiant le système :

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ xy = 391 \end{cases}$$

Déterminer le nombre d'hommes et le nombre de femmes présents à la réception. 1,25pt

EXERCICE 4 : 5 points

1. Les invités des parents de NGONO au nombre de a et b , ceux de NGONO au nombre de c , vérifient le système (S) :

$$\begin{cases} -3a + b + 2c = -5 \\ 2a - 5b + 4c = 83 \\ a + b - 2c = -17 \end{cases}$$

(a) Résoudre dans \mathbb{R}^3 par la méthode du pivot de GAUSS le système (S) . 1,5pt

(b) Déduire de (S) les solutions du système (Σ) :

$$\begin{cases} -3a^2 - b + 2|c| = -5 \\ 2a^2 + 5b + 4|c| = 83 \\ a^2 - b - 2|c| = -17 \end{cases}$$
 1,5pt

2. Pour cet anniversaire, les parents de NGONO lui ont offert un terrain rectangulaire d'une superficie de $275m^2$ et de périmètre $72m$.

(a) Montrer que les dimensions (longueur L et largeur l) du terrain offert à NGONO sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $t^2 - 36t + 275 = 0$. 1pt

(b) En déduire les valeurs exactes des dimensions de ce terrain. 1pt

Bon travail et bonne chance

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
07.04.2016	EXAMEN :	DEVOIR DE SYNTHESE N° 5	Durée : 3h	Classe : 1^{ère} C
COEFF. 6	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Prof : T.N.AWONO MESSI	

L'épreuve comporte trois exercices et un problème, tous obligatoires, sur trois pages numérotées de 1 à 3. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 2,75 points

On considère l'équation $(E) : |\cos x| = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

1. (a) Exprimer $\cos 2x$ en fonction de $\cos x$ et en déduire que l'équation (E) peut encore s'écrire $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 0,75pt
- (b) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'équation (E) . 0,5pt
2. (a) Démontrer que pour tout réel $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, on a : $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$. 0,5pt
- (b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{3}t^2 + 6t - \sqrt{3} = 0$. 0,5pt
- (c) En déduire la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{12}$. 0,5pt

EXERCICE 2 : 3,25 points

A) Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. Combien de codes différents peut-on former ? 0,5pt
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ? 0,5pt
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ? 0,75pt

B) Un sac contient 4 boules blanches, 5 boules noires et 2 boules rouges toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément trois boules du sac.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ? 0,5pt
2. Quel est le nombre de tirages bicolores ? 1pt

EXERCICE 3 : 3,5 points

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan (P) passant par le point $A(1, -2, 1)$ de vecteur normal $\vec{n}(-2, 1, 5)$ et le plan (Q) d'équation cartésienne $x + 2y - 7 = 0$. Soient les points $B(5, -2, -1)$, $C(-1, 4, -1)$ et le vecteur $\vec{u}(2, -1, 1)$.

1. Démontrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires. 0,5pt
2. Montrer que l'intersection de (P) et (Q) est la droite (Δ) de repère (C, \vec{u}) . 0,5pt
3. Calculer les distances $d(B, (Q))$ et $d(B, (P))$. En déduire alors $d(B, (\Delta))$. 1pt

4. Pour tout réel t , on considère le point $M_t(1+2t, 3-t, t)$.

(a) Déterminer en fonction de t la longueur $\varphi(t) = AM_t$.

0,5pt

(b) Etudier le sens de variation de φ . Préciser son minimum et l'interpréter.

1pt

PROBLEME : 10,5 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.

PARTIE A : 6 points

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4}$. (C_f) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (unité sur les axes : 1cm)

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est :

$$D_f =]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[.$$

0,5pt

2. (a) Etudier les variations de f .

2pts

(b) Préciser les équations des asymptotes à (C_f) .

0,75pt

3. Construire soigneusement (C_f) . On précisera les points de rencontre de (C_f) avec les axes de coordonnées.

1,25pt

4. Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \leq 0$.

0,5pt

5. Déduire de (C_f) le tracé de la courbe (C_g) de la fonction $g : x \mapsto f(x+1)$.

1pt

PARTIE B : 2,5 points

Le plan \mathcal{P} est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère l'application

$$f : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P} \\ M(x, y) \mapsto M'(x', y') / \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \end{cases}$$

1. Montrer que f est une isométrie du plan.

0,75pt

2. Montrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite \mathcal{D} à préciser.

0,5pt

3. Montrer que $\overrightarrow{MM'}$ est normal à \mathcal{D} .

0,5pt

4. Montrer que le milieu I de $[MM']$ appartient à \mathcal{D} . En déduire la nature de f .

0,75pt

PARTIE C : 2 points

$ABCD$ est un carré de côté 1. M est un point du segment $[AB]$ et N un point de la demi-droite $[CB)$ ne contenant pas B tel que $AM = NC = x$ avec $0 \leq x \leq 1$.

La droite (MN) coupe (CD) en P .

1. Exprimer PC en fonction de x .

1pt

2. Pour quelle valeur de x PC est-elle maximale ?

1pt

L'épreuve comporte trois exercices et un problème étalés sur trois pages.

EXERCICE 1 : 4 points

$ABCDEFGH$ est un cube d'arêtes de longueur 4cm . I, J, K et L sont les milieux respectifs des arêtes $[AB], [EF], [GH]$ et $[DH]$.

1. On veut démontrer que les plans (JKC) et (EHI) sont parallèles.
 - (a) Justifier que B appartient au plan (JKC) . 0,25pt
 - (b) Donner la nature du quadrilatère $HKBI$. Justifier. 0,25pt
 - (c) Justifier alors que la droite (HI) est parallèle au plan (JKC) . 0,5pt
 - (d) Démontrer alors le résultat attendu. 0,5pt
2. (a) Dessiner en vraie grandeur la face $DCGH$ et y placer les points K et L . 0,5pt
(b) Démontrer que les droites (LG) et (KC) sont perpendiculaires. 0,5pt
(c) Démontrer alors que la droite (LG) est perpendiculaire au plan (EHI) . 0,5pt
3. Soit M le barycentre des points pondérés $(H, 1); (D, 1)$ et $(G, 3)$.
Démontrer que M est le point d'intersection des droites (KC) et (LG) . 1pt

EXERCICE 2 : 2 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère la droite (D) d'équation $x - 2y + 4 = 0$ et le point $A(1; 0)$.

1. Vérifier que le cercle \mathcal{C} de centre A et tangent à la droite (D) a pour équation :
$$x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0. \quad \text{0,75pt}$$
2. On considère la suite numérique (u_n) telle que :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2 \end{cases}$$
 - (a) Vérifier que le point $M(u_0, u_1)$ est le point d'intersection de \mathcal{C} et (D) . 0,25pt
 - (b) On pose $v_n = u_n - 4$.
Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et en déduire une expression de u_n en fonction de n uniquement. 1pt

EXERCICE 3 : 3 points Pour la série C uniquement.

Le plan vectoriel E est rapporté à la base $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit φ l'endomorphisme de E qui

transforme tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ en un vecteur $\vec{u}' = \varphi(\vec{u}) = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ tel que :

$$\begin{cases} x' = 7x - 8y \\ y' = 4x - 5y \end{cases}$$

1. Donner la matrice M de φ dans la base \mathcal{B} . 0,5pt

2. φ est-il bijectif ? 0,25pt

3. Soit α un réel. On note $E_\alpha = \{\vec{u} \in E / \varphi(\vec{u}) = \alpha\vec{u}\}$.

(a) Montrer que E_α est un sous espace vectoriel. 0,75pt

(b) Déterminer les réels α pour lesquels on a $E_\alpha \neq \{\vec{0}\}$. 0,5pt

4. Soient $\vec{I} = 2\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{J} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\mathcal{B}' = (\vec{I}, \vec{J})$

(a) Montrer que \mathcal{B}' est une base de E . 0,5pt

(b) Donner la matrice M' de φ dans la base \mathcal{B}' . 0,5pt

EXERCICE 3 : 3 points Pour la série E uniquement.

OTE a utilisé 117 pièces de taille identique pour monter un circuit électronique sur une planche rectangulaire de 54cm de long sur 36cm de large. Il a régulièrement espacé les pièces suivant des rangées parallèles aux côtés de la planche. Les rangées extrêmes sont sur les bords de la planche avec une pièce à chaque extrémité.

On se propose de déterminer la distance commune x entre deux rangées consécutives dans les deux sens.

1. (a) Montrer qu'on a l'égalité suivante : $\left(\frac{54}{x} + 1\right)\left(\frac{36}{x} + 1\right) = 117$. 0,5pt

(b) Résoudre l'équation (E) : $\left(\frac{54}{x} + 1\right)\left(\frac{36}{x} + 1\right) = 117$. 1pt

(c) Déterminer le nombre de rangées dans le sens de la longueur et le nombre de rangées dans le sens de la largeur. 0,5pt

2. (a) Décomposer 117 en produit de facteurs premiers. 0,25pt

(b) En déduire les décompositions possibles de 117 en un produit de facteurs premiers à 1. 0,5pt

(c) Retrouver ainsi le nombre de rangées dans les deux sens. 0,25pt

PROBLEME : 11 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unités sur les axes 1cm.

A) Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$. Sa courbe est notée (C_f) .

1. (a) Calculer les limites de f aux bornes de D . En déduire l'équation d'une asymptote

à la courbe (C_f) .

1pt

(b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) .

0,25pt

2. Montrer que le point $\Omega(-1, -2)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f) .

0,25pt

3. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

1pt

4. Tracer la courbe (C_f) .

1,5pt

B) Soit g la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = \frac{x^2}{|x|+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g . Etudier sa parité.

0,75pt

2. Tracer sur le graphique précédent, la courbe (C_g) représentative de la fonction g .

1,25pt

C) On considère la fonction numérique d'une variable réelle h définie par $h(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x + 1}$.

1. Justifier que l'ensemble de définition de h est

$$D' = \mathbb{R} - \{(2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$$

0,5pt

2. Montrer que h est périodique de période 2π .

0,25pt

3. Etudier la parité de h .

0,25pt

4. Justifier que l'on peut se contenter d'étudier h sur $[0, \pi[$.

0,25pt

5. Etudier les variations de h sur $[0, \pi[$ et dresser son tableau de variation sur cet intervalle.

1,5pt

6. Tracer sur un autre graphique, la courbe (C_h) de la restriction de h sur $]-3\pi, 3\pi[$.

1,5pt

7. Soit m un paramètre réel. Discuter suivant les valeurs de m , le nombre de solutions dans $]-\pi, \pi[$ de l'équation (E') : $\cos^2 x = m(1 + \cos x)$.

0,75pt

L'épreuve comporte trois exercices indépendants et un problème " Have a safe journey!!! ".

Exercice 1: 3,5 points L'aquarium de Saint Ivan F.

Un aquarium est entretenu par un système d'évacuation d'eau un peu particulier. Tous les soirs, il se vide de moitié et reçoit ensuite 500 litres d'eau. Le premier jour, cette aquarium commence à fonctionner avec une quantité $u_0 = 800$ litres d'eau. On note u_n la quantité d'eau présente dans l'aquarium le matin du $(n + 1)^{ème}$ jour.

1. Calculer $u_1; u_2$ et u_3 . (0,75pt)
2. Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n . (0,5pt)
3. On pose $w_n = 1000 - u_n$. Montrer que la suite $(w_n)_n$ ainsi définie est géométrique, préciser sa raison et son premier terme. (1pt)
4. (a) En déduire l'écriture de u_n en fonction de n . (0,75pt)
 (b) A votre avis, cet aquarium tarira t-il à la longue? ou débordera t-il par excès d'eau?

Exercice 2: 6,5 points

Dans la base $\mathcal{B} = (\vec{i}; \vec{j})$ de \mathbb{R}^2 , on considère la symétrie vectorielle f définie de \mathbb{R}^2 vers \mathbb{R}^2 par son expression analytique:
$$\begin{cases} x' = \frac{3x}{5} - \frac{4y}{5} \\ y' = -\frac{4x}{5} - \frac{3y}{5} \end{cases}$$

1. (a) Déterminer l'ensemble Inv des vecteurs invariants par f . Que représente t-il pour f ? (1pt)
 (b) Montrer que Inv est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 (1pt)
2. (a) Ecrire la Matrice A de f relativement à la base \mathcal{B} . (0,5pt)
 (b) Démontrer que f est un automorphisme. (0,5pt)
 (c) Déterminer $Kerf$. (0,5pt)
3. On donne $\vec{e}_1 = -2\vec{i} + \vec{j}$; et $\vec{e}_2 = \vec{i} + 2\vec{j}$
 - (a) Montrer que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base orthogonale de \mathbb{R}^2 que l'on notera \mathcal{B}' . (1pt)
 - (b) Ecrire \vec{i} et \vec{j} en fonction de \vec{e}_1 et \vec{e}_2 . (1pt)
 - (c) Exprimer $f(\vec{e}_1)$ et $f(\vec{e}_2)$ en fonction de \vec{e}_1 et \vec{e}_2 ; puis écrire la matrice de f dans la base \mathcal{B}' . (1pt)

Exercice 3: 1 point

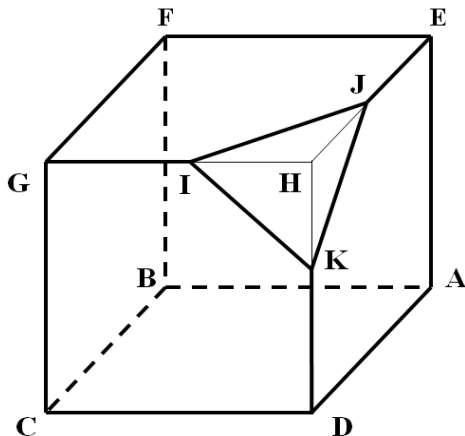
Est-il plus évident de trouver les 3 premiers d'une course de 10 chevaux numérotés de 1 à 10, que de choisir au hasard et simultanément 4 exercices dans une fiche de TD à 13 exercices, ou encore d'accueillir 6 personnes dans l'ordre d'arrivée sur un banc à 6 places numérotées de 1 à 6 ?

Problème: 09 points

Les deux parties A et B de ce problème sont indépendantes.

Partie A:

On considère le cube BCDAFGHE ci-dessous. On considère ensuite la section au sommet H de ce cube par un plan (\mathcal{P}) contenant les points I, J et K milieux respectifs des segments $[GH]$, $[EH]$ et $[DH]$.



1. Citer un plan parallèle à (\mathcal{P}) . (0,5pt)
2. A présent on choisit $\mathcal{R} = (B; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BF})$ comme repère de l'espace.
 - (a) Déterminer les coordonnées de I, J et K dans le repère \mathcal{R} . (0,75pt)
 - (b) Déterminer une équation cartésienne de (\mathcal{P}) dans le repère \mathcal{R} . (1pt)
 - (c) Déterminer une équation paramétrique de la droite (\mathcal{D}) passant par B et par H. (0,75pt)
 - (d) Déterminer $(\mathcal{D}) \cap (\mathcal{P})$. (0,5pt)

Partie B:

On considère la famille des fonctions f_m définie sur \mathbb{R} par $f_m(x) = \frac{x^m}{x^2 + 2}$, avec $m \geq 3$ un entier naturel. On notera (\mathcal{C}_m) leurs courbes.

1. Monter que toutes les courbes (\mathcal{C}_m) passent par deux points Ω_1 et Ω_2 , et déterminer leurs coordonnées. (1pt)
2. Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et en $+\infty$ (discuter sur la parité de l'entier m). Préciser le(s) cas où il ya existence d'une asymptote oblique. (1pt)
3. (a) Calculer la dérivée f'_m de f_m sur \mathbb{R} , puis montrer que pour tout réel x , on a
$$f'_m(x) = \frac{x^{m-1}[(m-2)x^2 + 2m]}{(x^2 + 2)^2},$$
 avec entier $m \geq 3$. (1pt)
 - (b) En fonction de m , étudier les variations de f_m sur \mathbb{R} et construire les tableaux de variations de f_m dans chacun des deux cas. (1,5pt)
4. (a) Selon les valeurs de m , les courbes (\mathcal{C}_m) admettent-elles un axe ou un centre de symétrie? (0,5pt)
 - (b) Construire (\mathcal{C}_3) et (\mathcal{C}_4) dans le même repère. (1pt)

Examineur: M. Achille Stéphane Hyéfouais

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : 2,5 points

L'espace \mathcal{E} est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne $A(2; 0; -2)$; $B(1; 1; -2)$
 $C(1; 0; -1)$ et $D(0; 3; 2)$.

- (a) Montrer que les points A , B et C définissent un plan (\mathcal{P}) . **0,5pt**
(b) Déterminer une équation cartésienne de (\mathcal{P}) . **0,5pt**
- (a) Montrer que le triangle ABC est isocèle. **0,25pt**
(b) Démontrer que $ABCD$ est un tétraèdre. **0,25pt**
(c) Calculer (en unité de volume) , le volume de ce tétraèdre. **1pt**

Exercice 2 : 2 points

- Calculer la somme $S = \sum_{k=0}^4 \left(\frac{2}{5}\right)^k$ **0,5pt**
- Un commerçant dispose d'une quantité Q de bics. Chaque jour , il vend les deux cinquièmes de la quantité vendue la veille. Au soir du cinquième jour , il lui reste 1063 bics.
(a) Déterminer Q . **1pt**
(b) Quelle est la quantité de bics vendue après 10 jours ? **0,5pt**

Exercice 3 : 4,5 points

E est un plan vectoriel muni d'une base $(\vec{i}; \vec{j})$. Soit f et g les endomorphisme de E définis par : $f(\vec{i}) = 2\vec{i} - \vec{j}$, $f(\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$, $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j}$ et $g(\vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$.

- Ecrire la matrice $M_{f \circ g}$ de $f \circ g$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. **1pt**
- (a) Déterminer le noyau $\text{Ker} f$ de f . f est-elle injective ? **1pt**
(b) En déduire l'image $\text{Im} f$ de f . **0,75pt**
- Vérifier que la matrice M_g de g est inversible puis déterminer $M_{g^{-1}}$. **0,75pt**
- On pose $F_k = \{\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \in E / f(\vec{u}) = k\vec{u}\}$ où $k \in \mathbb{R}$.
Démontrer que F_k est un sous espace vectoriel de E . **1pt**

Problème

Partie A : 7 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que f est impaire. 0,25pt
2. Etudier les variations de f sur $]0; +\infty[$. 1pt
3. En déduire le tableau de variation de f sur \mathbb{R}^* . 1pt
4. Montrer que la droite $(\mathcal{D}) : y = 0,5x$ est une asymptote oblique à (C_f) . 0,5pt
5. Construire (\mathcal{D}) et (C_f) . 1,25pt
6. On définit la fonction g par $g(x) = -f(x - 1)$. On note (C_g) sa représentation graphique. Construire (C_g) dans le même repère que (C_f) . 1pt
7. Soient (u_n) et (v_n) les suites définies pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} ; \quad v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$
 - (a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n^2$. 0,75pt
 - (b) En déduire v_n puis u_n en fonction de n .

Partie B : 4 points

Le tableau ci-dessous donne le relevé des 6 mois précédents d'une entreprise ; x est la quantité, en tonnes, de matière première utilisée, et y est le chiffre d'affaires, en millions de francs.

Numéro du mois	1	2	3	4	5	6
x	0,9	1,2	0,6	0,5	1,4	1
y	37	40	33	33	41	35

1. Représenter le nuage de points et déterminer le point moyen G . 1,5pt
2. (a) Calculer la covariance $Cov(x; y)$ de x et y . 0,5pt
(b) Calculer le coefficient de corrélation de x et y . 0,5pt
3. (a) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x et la représenter dans le même repère. 0,75pt
(b) Déduire une estimation du besoin en matière première pour un chiffre d'affaires de 49.000 000 FCFA.

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA		
EXAMEN	MATHEMATIQUES	PREPA PROBATOIRE C	Session : 2013
COEFF. 6	Prof : T.N. AWONO-MESSI	SUJET N° 1	Durée : 3H

L'examineur tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la présentation de la copie.

EXERCICE 1 : 4 points

(\mathcal{D}) est une droite graduée de repère ($O ; \vec{i}$). Soit A_0 et B_0 les points de (\mathcal{D}) d'abscisses respectives -1 et 2 . On définit deux suites de points (A_n) et (B_n) pour tout entier naturel n par : $A_{n+1} = \text{bar}\{(A_n, 2); (B_n, 3)\}$ et $B_{n+1} = \text{bar}\{(A_n, 3); (B_n, 2)\}$. On note a_n et b_n les abscisses respectives de A_n et B_n dans le repère ($O ; \vec{i}$).

1. Déterminer et construire A_1 et B_1 . **0,5pt**
2. Démontrer que $a_{n+1} = \frac{2a_n + 3b_n}{5}$. Calculer de même b_{n+1} en fonction de a_n et b_n . **1pt**
3. On pose pour tout entier naturel n , $U_n = a_n + b_n$ et $V_n = a_n - b_n$.
 - (a) Montrer que la suite (U_n) est constante. Déterminer cette constante. **0,75pt**
 - (b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. **0,75pt**
4. Exprimer a_n et b_n en fonction de n . **1pt**

EXERCICE 2 : 4 points

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a ($a \in \mathbb{R}$, $a > 0$).

1. Construire le point G tel que : $\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{BC}$. **0,5pt**
2. Montrer que l'on a : $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Qu'en conclure ? **0,5pt**
3. Soit (Γ_k) l'ensemble des points M du plan tels que :

$$MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = (k + 4)a^2 \quad \text{où } k \in \mathbb{R}$$
 - (a) Montrer que $MG^2 + GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2 = (k + 4)a^2$. **0,5pt**
 - (b) On donne $GA = 2a$, $GB = a\sqrt{3}$ et $GC = a\sqrt{6}$. Préciser l'ensemble (Γ_k) dans chacun des cas suivants : (i) $k < -6$; (ii) $k = -6$; (iii) $k > -6$. **1,5pt**
4. On pose : $k = \frac{12}{\sqrt{3}} \sin x$. Déterminer l'ensemble S des réels x pour lesquels on a :

$$(\Gamma_k) = \{G\}. \quad \text{1pt}$$

EXERCICE 3 : 1 point

Est-il plus évident de trouver les 3 premiers d'une course de 10 chevaux numérotés de 1 à 10, que de choisir au hasard et simultanément 4 exercices dans une fiche de TD à 13 exercices ? **1pt**

PROBLEME : 11 points

Le problème comporte deux parties indépendantes A et B .

Partie A 5 points

On munit l'espace du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne $A(1; 1; 0)$ et on considère le plan (P) d'équation : $x + y + z + 1 = 0$.

1. Donner l'équation cartésienne réduite de la sphère (S) de centre A et de rayon 3. **0,75pt**

2. Calculer la distance entre A et (P) . **0,5pt**

3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal I du point A sur le plan (P) . **1pt**

4. *Dans cette question , toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative de recherche même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(S) \cap (P)$. **1pt**

5. Soit (D) la droite passant par le point $B(-1; 3; 2)$ et orthogonale au plan (P) . Soit (Δ)

la droite d'équations paramétriques :
$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 + 2\mu \quad (\mu \in \mathbb{R}) \\ w = 1 - 2\mu \end{cases}$$

(a) Montrer que (D) et (Δ) sont non coplanaires. **1pt**

(b) Déterminer l'intersection de (Δ) et (P) . **0,75pt**

Partie B 6 points

On considère la famille des fonctions f_m définie sur \mathbb{R} par $f_m(x) = \frac{x^m}{x^2 + 2}$, avec $m \geq 3$ entier naturel. On notera \mathcal{C}_m leurs courbes.

1. Montrer que toutes les courbes \mathcal{C}_m passent par deux points Ω_1 et Ω_2 , et déterminer leurs coordonnées. **1pt**

2. Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et en $+\infty$ (discuter sur la parité de l'entier m).
Précisez le (s) cas d'existence d'asymptote oblique. **1pt**

3. (a) Calculer la dérivée f'_m de f_m sur \mathbb{R} , puis montrer que pour tout réel x , on a :

$$f'_m(x) = \frac{x^{m-1} [(m-2)x^2 + 2m]}{(x^2 + 2)^2} \quad \text{avec } m \geq 3. \quad \mathbf{1pt}$$

(b) En fonction de m , étudier les variations de f_m sur \mathbb{R} et dresser les tableaux de variations de f_m dans chacun des deux cas. **1,5pt**

(c) Construire \mathcal{C}_3 et \mathcal{C}_4 dans le même repère. **1,5pt**

TNAM080313

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA		
EXAMEN	MATHEMATIQUES	PREPA PROBATOIRE C	Session : 2013
COEFF. 6	Prof : T.N. AWONO-MESSI	SUJET N° 2	Durée : 3H

L'examineur tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la présentation de la copie.

EXERCICE 1 : 3 points

Un questionnaire à choix multiple (QCM) est constitué de 8 questions. Pour chacune d'elles, 4 réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un élève de 1^{ère} C répond au hasard.

- Déterminer le nombre de réponses possibles à ce QCM. **1pt**
- Déterminer le nombre de cas où les réponses de l'élève aux 6 premières questions sont exactes et aux deux autres fausses. **1pt**
- Déterminer le nombre de cas où l'élève donne au moins 6 réponses justes. **1pt**

EXERCICE 2 : 4 points

- Le plan \mathcal{P} est orienté et ABC désigne un triangle rectangle en A tel que $AC = 2AB$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. Soit $D = \text{bar}\{(A, 1); (B, -1); (C, -1)\}$. E est le point du plan tel que $AE = 2AD$ et $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

(a) Réaliser la figure et placer les points D et E . **1pt**

(b) Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que :

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = -\frac{1}{4}AD^2 \quad \mathbf{1pt}$$

(c) Soit S la similitude directe de centre A , d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport 2.

Déterminer $S(B)$ et $S(D)$. En déduire que $(CE) \perp (BD)$ et que $CE = 2BD$. **1pt**

- Soient A, B, C et D quatre points distincts de l'espace \mathcal{E} .

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales si et seulement si :

$$AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2. \quad \mathbf{1pt}$$

EXERCICE 3 : 3 points

Soit (V_n) la suite définie par $V_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $V_{n+1} = 2V_n + 2n - 1$.

- (a) Calculer V_1 et V_2 . **0,5pt**
- (b) Montrer que la suite (V_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique. **1pt**
- On définit la suite (W_n) sur \mathbb{N} par : $W_n = V_n + 2n + 1$.
 - Montrer que (W_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. **0,75pt**
 - Exprimer W_n puis V_n en fonction de n . Déterminer V_9 . **0,75pt**

PROBLEME : 11 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.

Partie A 2,5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(2,0,0)$; $B(0,2,0)$ et $C(0,0,4)$.

1. (a) Démontrer que les points A , B et C définissent un plan. 0,5pt
- (b) Donner une représentation paramétrique du plan (ABC) . 0,5pt
- (c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) . 0,5pt
2. On considère le plan (Q) d'équation cartésienne $x - 2z - 2 = 0$.
 - (a) Démontrer que les plans (ABC) et (Q) sont orthogonaux. 0,5pt
 - (b) Déterminer une représentation paramétrique de leur intersection. 0,5pt

Partie B 4 points

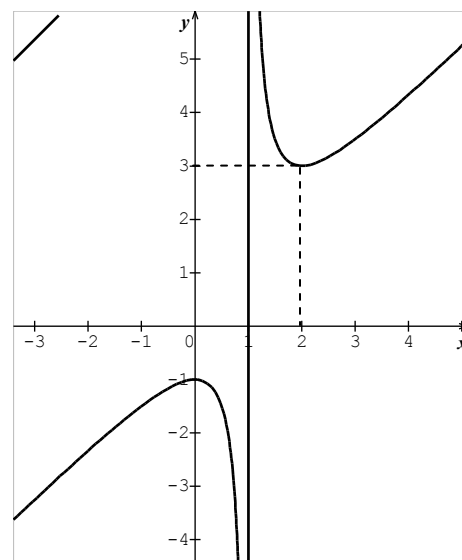
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On donne $E(2; 0)$ et F l'image de E par la rotation de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. I est le milieu de $[EF]$.

1. Déterminer les coordonnées cartésiennes de F et I . 1pt
2. (a) Déterminer la nature du triangle OEF . 0,5pt
- (b) En déduire la mesure principale de $(\vec{i}; \overrightarrow{OI})$. 0,5pt
3. Déduire des questions 1 et 2, les valeurs exactes de $\cos \frac{3\pi}{8}$ et $\sin \frac{3\pi}{8}$. 1pt
4. Résoudre dans $]-\pi; \pi[$ l'équation : $\sqrt{2 - \sqrt{2}} \cos x + \sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin x = \sqrt{2}$. 1pt

Partie C 4,5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soit f une fonction rationnelle dont la courbe représentative \mathcal{C} est donnée ci-contre.

1. Faire des conjectures sur :
 - (a) L'ensemble D_f de définition de f . 0,25pt
 - (b) Les limites de f aux bornes de D_f . 1pt
 - (c) Les asymptotes à \mathcal{C} . 0,75pt
2. Dresser le tableau de variation de f . 0,5pt
3. La fonction f est définie par : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$
Déterminer a , b , c et d . 1pt
4. Tracer la courbe de g définie par $g(x) = f(|x|)$. 1pt



PROBATOIRE BLANC / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / MAI 2011

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [3,75 points]

I- Un objet qui chute parcourt approximativement 4,9 mètres durant la première seconde, pendant la deuxième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la première seconde, pendant la troisième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la deuxième seconde, etc. : à chaque seconde, la distance parcourue est supérieure de 9,8 mètres à celle parcourue pendant la seconde précédente. On note d_1 la distance parcourue pendant la première seconde, d_2 celle parcourue pendant la deuxième seconde, etc.

1. Calculer d_1, d_2, d_3 . 3 × 0,25pt = 0,75pt
2. Quelle est la nature de la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 0,25 pt
3. Quelle distance parcourt l'objet pendant la huitième seconde ? 0,5pt
4. Quelle est la distance totale parcourue pendant ces huit secondes ? 0,75pt

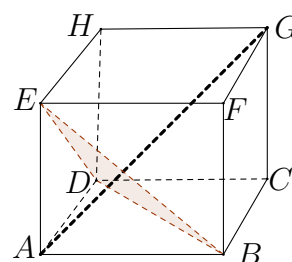
II- On se propose de résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $5 \sin x - 2 \cos^2 x = 1$

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2X^2 + 5X - 3 = 0$ 0,25 pt
2. En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E). 0,75pt
3. Placer les points images des solutions de l'équation (E) sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

Exercice 2 [2,25 points]

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

1. Dans le repère $(A; AB, AD, AE)$, déterminer :
 - a. les coordonnées des points B, D et E ; 0,75pt
 - b. une équation cartésienne du plan (BDE) et une représentation paramétrique de la droite (AG) . 2 × 0,5pt
2. Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE) . 0,5pt



Exercice 3 [3 points]

Les notes sur 20 en mathématiques et sciences physiques des élèves d'une classe de première SM se présentent comme suit :

Mathématiques	5	7	11	12	12	13	14	15	7	13
Sc. physiques	6	8	13	12	13	12	13	14	6	11

On désigne par x et y les notes de mathématiques et de sciences physiques respectivement.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série statistique. 0,5pt
2. Calculer le coefficient de corrélation r de cette série. 1pt
3. Écrire l'équation réduite de la droite de régression (Δ) de y en x . 1pt

4. Peut-on prévoir la note en sciences physiques d'un élève qui a eu 17 en mathématiques ? Si oui quelle est cette prévision ? 0,5pt

Problème [11points]

Partie A :

Soit f la fonction numérique définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1. Donner l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. 1pt
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,5pt
4. Tracer la courbe représentative (\mathcal{C}) de f dans un repère orthonormé après avoir déterminé les points de rencontre de (\mathcal{C}) avec les axes du repère. 1,5pt

Partie B :

$ABCD$ est un parallélogramme. H est le milieu du segment $[AD]$. E et F partagent le segment $[AB]$ en trois segments de même longueur tels que les points A, E, F et B soient alignés dans cet ordre.

G est un point tel que le quadrilatère $AFGH$ soit un parallélogramme.

1. Faire une figure claire et soignée. 0,5pt
2. Soit $M = \text{bar} \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & D \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$. Montrer que les droites (BH) et (FD) se coupent en M . 0,75 pt
3. On considère le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$.
 - a. Donner les coordonnées des points D, F, B, C et E dans ce repère. $5 \times 0,25\text{pt} = 1,25\text{pt}$
 - b. Écrire une équation cartésienne de chacune des droites $(DF), (BH)$ et (CE) . 0,75pt
 - c. Calculer les coordonnées de M et vérifier que les droites $(DF), (BH)$ et (CE) sont concourantes en M . 0,75pt
4. Écrire D comme barycentre des points A, B et C , puis montrer que les points M, C et E sont alignés. 0,5pt+0,5pt=1pt
5. On suppose $AB = 6$ cm et que le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$ est orthonormé.
 - a. Déterminer l'ensemble (\mathcal{E}) des points du plan tels que : $NA^2 - NE^2 = 4$. 1pt
 - b. Déterminer une équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle ABD . 0,5pt

SÉQUENCE N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / OCTOBRE 2009

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [4.5points]

1. Résoudre dans \mathbb{R} : 1pt \times 2

a. $\sqrt{2x-3} = x-3$;

b. $\sqrt{4x+1} \leq x-1$

2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants : 0.75pt \times 2

a. $\begin{cases} x+y=17 \\ xy=60 \end{cases}$;

b. $\begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$

3. Discuter suivant les valeurs du nombre réel m , l'existence et le nombre de solution des équations suivantes : 0.5pt \times 2

a. $(m-1)x-2=m$;

b. $mx^2-4-5m=-m-4x$

Exercice 2 [4.5points]

On donne : $H(x) = -3x^2 + (2 - 3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$.

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles. 0.5pt

2. Sans toute fois calculer les racines de H, déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 1pt

3. Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de H. 0.5pt

4. Dédurre des questions précédentes, l'autre racine de H. 0.5pt

5. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $H(x) > 0$. 2pts

Problème [11points]

Partie A :

1. Un jouet coûtant 2000 F avant les fêtes, connaît une augmentation de $x\%$ pendant les fêtes, puis une baisse de $x\%$ après les fêtes.

a. Calculer les prix de ce jouet pendant et après les fêtes pour $x = 10$. 0.5pt \times 2

b. Déterminer x sachant que le jouet coûte 1442 F après les fêtes. 1pt

2. Le périmètre d'un rectangle est de 34cm et ses diagonales mesurent 13cm. Calculer les dimensions de ce rectangle. 1pt

3. a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 + 4x - 480 = 0$ 1pt

b. Un groupe de jeunes du quartier Hardé organise une excursion pendant les vacances. Pour cela, ils louent un car à 120 000F. Au départ du car, 4 nouveaux jeunes s'ajoutent et chacun des participants doit payer 1000F de moins. Détermine le nombre de jeunes qui participent à l'excursion et la somme à payer par chacun 1.5pt

Partie B :

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant :
$$\begin{cases} 15x + 25y + 20z = 6075 \\ y - z = 15 \\ x + y + z = 300 \end{cases} . \quad 1.5\text{pt}$$

2. Un libraire affiche les prix par feuille suivants : Mathématiques : 25 francs ; Physique : 20 francs et Anglais : 15 francs. Un élève de la première D dépense au total 6075 francs pour acheter trois livres à savoir : un livre de mathématiques, un livre de physique et un livre d'anglais. Sachant que le livre de mathématiques a 15 feuilles de plus que le livre de physique et que la somme totale des feuilles constituant ces 3 livres est de 300 feuilles, déterminer le nombre de feuilles de chaque livre. 1.5pt

3. ABC est un triangle. I , J et K sont trois points définis par :

$$\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}; \quad \overrightarrow{JA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{JC}; \quad \overrightarrow{KB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{KA}.$$

a. Faire une figure. 0.5pt

b. Justifier que : I est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$; J est le barycentre de $(A, 3)$ et $(C, 2)$; K est le barycentre de $(B, 4)$ et $(A, 3)$. 1.5 pt

c. Justifier qu'il existe le point G , barycentre des points $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$. 0.5 pt

Probatoire Blanc n°1 / Épreuve de Mathématiques / Novembre 2009

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [4points]

ABC est un triangle. I , J et K sont trois points définis par :

$$\vec{IB} = -\frac{1}{2}\vec{IC}; \quad \vec{JA} = -\frac{2}{3}\vec{JC}; \quad \vec{KB} = -\frac{3}{4}\vec{KA}$$

1. Faire une figure. 0.5 pt
2. Justifier que : I est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$; J est le barycentre de $(A, 3)$ et $(C, 2)$; K est le barycentre de $(B, 4)$ et $(A, 3)$. 0.25pt×3
3. a. Justifier qu'il existe le point G , barycentre des points $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$. 0.25 pt
- b. Démontrer que les points suivants sont alignés : 0.5pt×3
 - i. G, A, I
 - ii. G, B, J
 - iii. G, C, K .
- c. En déduire que les droites (AI) , (BJ) et (CK) sont concourantes. 0.5 pt
Construire le point G , justifier la réponse. 0.5 pt

Exercice 2 [5points]

1. Déterminer la mesure principale des angles suivants :

a. $\frac{5\pi}{3}$	b. $\frac{-121\pi}{6}$	0.5pt×2
---------------------	------------------------	---------
2. Écrire les expressions suivantes en fonction de $\sin x$ et $\cos x$:

$A(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos(\pi - x) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin(\pi - x)$	0.5pt
$B(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin^2 x$	0.5pt
3. Déterminer les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$ en remarquant que $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$ 0.5pt×2
4. On se propose de résoudre l'équation trigonométrique

$$(E) : \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}.$$

- a. Montrer que $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = A \sin(x + B)$ où A et B sont deux nombres réels à déterminer. 1pt
- b. Résoudre dans $] -\pi, \pi]$ l'équation (E) . 1pt

Problème

[11points]

Partie A :Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$

1. Calculer $P(-1)$; en déduire une factorisation de $P(x)$. 1pt
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$ 1pt
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2 \sin^3 x - \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$ 2pts
4. Placer les solution de la question 3. sur le cercle trigonométrique 1.5pt

Partie B : ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm. D est le point du plan tel que :

$$3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}.$$

1. Démontrer que D est barycentre des points A, B, C affectés des coefficients que l'on déterminera. 1pt
2. I étant le milieu du segment $[AC]$.
 - a. Démontrer que D est le barycentre des points B et I affectés des coefficients que l'on déterminera. 0,5pt
 - b. En déduire que D appartient à la médiatrice du segment $[AC]$ 0,5pt
3.
 - a. Calculer ID, AD et BD . 0.5×3pt
 - b. Déterminer l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que $2\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 = 16$. 1pt
 - c. Vérifier que le centre de gravité O du triangle ABC appartient à \mathcal{E} 0,5pt
4. Représenter \mathcal{E} 0.5pt

Cette épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème étalés sur deux pages que chaque candidat essayera de tout traiter.

EXERCICE 1 : 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$, l'équation $2 \cos t - 2 \sin t = 2$. **1,5pt**

2. Soit \mathcal{E} l'ensemble des points M de coordonnées (x, y) tels que :

$$\begin{cases} x = 2 \cos t - 2 \\ y = 2 \sin t \end{cases} \quad \text{avec } t \text{ appartenant à } \mathbb{R}.$$

(a) Donner la nature de \mathcal{E} et ses éléments caractéristiques. **0,75pt**

(b) Donner une équation cartésienne de \mathcal{E} . **0,5pt**

(c) Déterminer l'ensemble des points $M(x, y)$ appartenant à la fois à \mathcal{E} et à la droite (Δ) d'équation $y = x$. **0,75pt**

(d) (Δ) est-elle tangente à \mathcal{E} ? Justifier. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 5 points

Moussa le boutiquier a observé les montants des achats de ses cinquante premiers clients d'un dimanche et a dressé le tableau statistique suivant :

Montant d'achats (en francs CFA)	[100; 500[[500; 1000[[1000; 2000[[2000; 2500[[2500; 3000[
Nombre de clients	10	10	20	5	5

1. Déterminer le montant moyen m d'achats après le passage de ces cinquante clients. **0,5pt**

2. Déterminer l'arrondi d'ordre 1 de l'écart-type σ de cette série statistique. **0,75pt**

3. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. **1,5pt**

4. Déterminer le montant médian d'achats après le passage de ces cinquante clients. **0,5pt**

5. A combien peut-on estimer le nombre de ces clients dont les montants d'achats appartiennent à l'intervalle $[m - \sigma; m + \sigma[$? **0,75pt**

6. Moussa a sélectionné cinq de ses cinquante clients pour un rabais lors de leur prochain passage. De combien de façons peut-il constituer un tel groupe de clients s'il veut un client par classes de montants d'achats du tableau statistique ? **1pt**

PROBLEME : 11 points

PARTIE A : 7 points

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Soient a, b et c trois réels donnés. On donne $h(x) = ax + b + \frac{c}{x}$. Déterminer a, b et c sachant que la courbe (C_h) de h passe par les points $A(2, 104); B(0, 5; 401)$ et $C(1, 202)$. 1,5pt
2. On donne $f(x) = \frac{2x^2 + 200}{x}$ avec f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} .
 - (a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f puis les limites de f aux bornes de D_f . 1pt
 - (b) Démontrer que pour réel x différent de zéro, on a : $f(x) = 2x + \frac{200}{x}$. 0,25pt
 - (c) Dédire des questions (a) et (b) précédentes les équations des asymptotes à la courbe (C_f) de f . 0,5pt
 - (d) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f . 1,25pt
 - (e) Etudier la position relative de (C_f) avec la droite (Δ) d'équation $y = 2x$. 0,5pt
 - (f) Etudier la parité de f et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu. 0,5pt
 - (g) Représenter avec soin la courbe (C_f) de f : Prendre $1cm$ pour 10 unités en abscisses et $1cm$ pour 20 unités en ordonnées. 1,5pt

PARTIE B : 4 points

1. Un jardin a la forme d'un rectangle $ABCD$ ayant une aire de $100m^2$.
 - (a) Si une de ses dimensions (en mètres) est x , démontrer que son périmètre est égal à $f(x)$. 0,75pt
 - (b) En déduire la valeur minimale de ce périmètre. 0,75pt
2. On suppose que le jardin précédent est un carré $ABCD$ de côté $10m$. Des goyaviers doivent être plantés en des points M de ce jardin tels que : $AM^2 - BM^2 = 100$. Déterminer le lieu (Σ) des points M où ces goyaviers peuvent être plantés. 1pt
3. Soit φ la transformation du plan (ABC) qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
 - (a) Justifier que φ est une translation de vecteur \overrightarrow{BD} . 0,5pt
 - (b) Représenter le carré $ABCD$ à l'échelle $\frac{1}{100}$ puis l'image du segment $[BC]$ par la translation φ . 1pt

DEVOIR DE MATHÉMATIQUESClasse : 1^{ère} D : Coeff : 4 : Durée : 2hEXERCICE 1 : 4,5 points

I) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = -20 \\ a + b + c = -2 \\ a - 5b + c = -26 \end{cases} \quad \mathbf{2pts}$$

II) Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On note (ζ) le cercle passant par les trois points non alignés **A(4 ; -2)**, **B(1 ; 1)** et **C(1 ; -5)**.

1) Montrer qu'une équation cartésienne de (ζ) est : $x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$. **1,5pt**

2) Donner une représentation paramétrique du cercle (ζ). **1pt**

EXERCICE 2 : 5,5 points

I) 1) Déterminer deux nombres dont la somme est $\frac{3}{2}$ et le produit - 1. **1,5pt**

2) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x^2 + y^2 = \frac{17}{4} \end{cases} \quad \mathbf{1pt}$$

II) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $\frac{2x^3 - x^2 - x - 3}{x^2 - 3x + 2} < 0$. **3pts**

PROBLEME : 10 points

PARTIE A

On considère quatre points A, B, C et D tels que trois soient non alignés tels que :

$AB = 4\text{cm}$; $AD = 2\text{cm}$ et $DC = 3,5\text{cm}$

On nomme G le barycentre des points (A,1), (B,-2), (C,-2), (D,1).

1) Placer le point I barycentre de (A,1), (B,-2) et le point J barycentre de (C,-2), (D,1). **1pt**

2) Démontrer que G est le milieu du segment [IJ]. Placer G sur la figure. **1,5pt**

3) K est le milieu de [AD] et L celui de [BC], démontrer que G, K et L sont alignés. **1pt**

4) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $AM^2 - 2MB^2 = 16$. **2pts**

5) Déterminer et construire l'ensemble (F) des points N du plan tel que : $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = -12$. **2pts**

PARTIE B

L'unité de longueur est le centimètre. On considère dans un plan un triangle ABC tel que :

$AB = c$; $AC = b$ et $BC = a$.

Sachant que a, b et c vérifient le système

$$\begin{cases} a + b + c = 4 \\ a + b + c = 10 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 34 \end{cases}$$

1) Calculer a, b et c. **2pts**

2) En déduire la nature du triangle ABC. **0,5pt**

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

1. Un automobiliste qui relie les villes de Nsimalen et de Douala distantes de 250 km a calculé que s'il augmentait sa vitesse de 10 km/h, il arriverait 1h 15 min plus tôt à destination.

Quelle est sa vitesse moyenne sur ce parcours ? **2pts**

2. Une salle de spectacles comporte 120 places réparties en 3 classes : classe VIP: 900F, classe moyenne : 750F et classe basse : 550F. La somme du nombre de places VIP et du nombre de places moyennes est le double du nombre de places basses. Lorsque toutes les places sont occupées, la recette de la classe moyenne est la moitié de celle de la classe VIP.

Calculer le nombre de places de chaque classe. **2pts**

Exercice 2 : 5 points

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en C tel que $BC = 2$ et $AC = 3$; G est le barycentre du système $\{(A, 2); (B, 5); (C, -3)\}$ et J est le point du plan tel que $\vec{BJ} = -\frac{3}{2}\vec{BC}$

1. Montrer que J est barycentre des points B et C affectés des coefficients à préciser. **0,5pt**
2. Montrer que les points A, G et J sont alignés. **0,5pt**
3. (a) Faire une figure et placer les points G et J . **0,5pt**

(b) Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que :

$$AM^2 + MJ^2 = 35. \quad \mathbf{1pt}$$

4. (a) Vérifier que $(2 - \sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$. **0,25pt**
(b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2t^2 - (2 + \sqrt{2})t + \sqrt{2} = 0$. **0,5pt**
(c) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $2 \sin^2 x - (2 + \sqrt{2}) \sin x + \sqrt{2} = 0$. **1pt**
(d) Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométrique. **0,75pt**

Problème : 11 points

Partie A : 4 points

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = -\frac{1-x}{x+3}$. Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1,5pt**
2. (a) Préciser les asymptotes à la courbe de f . **0,5pt**
(b) Montrer que le point $I(-3; 1)$ est centre de symétrie de C_f . **1pt**
3. Tracer la courbe C_f et la droite \mathcal{D} d'équation $y = x$. **1pt**

Partie B : 5 points

On définit la suite (u_n) par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

1. (a) En utilisant la courbe C_f et la droite \mathcal{D} , construire sur l'axe des abscisses, les termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) . **1pt**
(b) Quelle conjecture peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de (u_n) ? **0,5pt**
2. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$
(a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison. **1pt**
(b) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n . **1pt**
(c) Calculer alors la limite de la suite (u_n) . **0,5pt**
(d) Calculer la somme $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n . **1pt**

Partie C : 2 points

Le service d'immatriculation du Ministère des transports du Cameroun met à la disposition des automobilistes, des plaques de la forme LT 0001A ou LT 001 AA, où LT désigne la région d'origine et 0001A ou 001 AA, le numéro d'immatriculation. On ne peut entamer le second modèle que lorsque le premier est complètement fini.

1. Déterminer le nombre de plaques qui peuvent être mises en circulation dans la région du Littoral sur le modèle :
(a) LT 0001 A **0,75pt**
(b) LT 001 AA **0,75pt**
2. En déduire le nombre de véhicules qui peuvent être immatriculés au Cameroun. **0,5pt**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 1,5 points

Mademoiselle NGONO a hérité de son père un terrain rectangulaire de 230 m de périmètre.

Elle a vendu ce terrain à 6 000 000 F CFA a raison de 2 000F CFA le mètre carré.

Calculer les dimensions de cette propriété.

1,5pt

Exercice 2 : 3,5 points

1. On veut résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $(\sin x)^4 + (\cos x)^4 = \frac{3}{4}$

(a) Montrer que pour tous réels a et b , $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$.

0,25pt

(b) Exprimer $\sin 2x$ en fonction de $\sin x$ et de $\cos x$.

0,25pt

(c) En déduire que : $(\sin x)^4 + (\cos x)^4 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$

0,5pt

(d) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E).

0,75pt

(e) Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique.

1pt

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E') : $\sin 2x - \sqrt{2}\sin x = 0$.

0,75pt

Exercice 3 : 4 points

Un dispensaire rural a reçu en une semaine 60 patients malades du paludisme. Chaque patient a été pesé. Les résultats exprimés en Kg sont donnés dans le tableau suivant :

Poids (en kg)]40; 45]]45; 50]]50; 55]]55; 60]]60; 65]]65; 70]
Effectif	6	10	12	19	9	4

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus par la ligne des effectifs cumulés Croissants.

0,75pt

2. Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.

1pt

3. Déterminer le poids médian des 60 patients reçus au cours de la semaine.

0,25pt

4. Calculer la moyenne \bar{x} ; l'écart type σ ; $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.

1pt

5. Déterminer l'effectif cumulé dont le poids est dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.

0,5pt

6. Quel pourcentage de l'effectif total représente ce dernier effectif ?

0,5pt

Problème : 11 points

Partie A : 5,5 points

Dans le plan orienté, ABC est un triangle équilatéral direct de centre O. \mathcal{C} est le cercle circonscrit au triangle ABC. I est le milieu de [AB] ; J est milieu de [OI]. Les droites (OA) et (OC) se recoupent en \mathcal{C} respectivement en D et E. On note G l'isobarycentre des points A, B, C, D, E.

1. (a) Faire une figure. **1pt**
(b) Exprimer \overrightarrow{OG} en fonction de \overrightarrow{OB} puis en fonction de \overrightarrow{OJ} et \overrightarrow{OD} . **1pt**
(c) Démontrer alors que les droites (OB) et (DJ) se coupent en G. Placer G. **1pt**
2. A tout point M du plan, on fait correspondre le point $M' = f(M)$ défini par :
$$4\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME}.$$

(a) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le rapport et le centre. **0,75pt**
(b) Déterminer f(B) et f(D). **1pt**
3. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$. On pose $S = r \circ f$.
Donner la nature de S. Préciser son angle et son rapport. **0,75pt**

Partie B : 5,5 points

On considère la fonction h de la variable réelle x, dont la courbe C_h , dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est donnée ci après :

1. Utiliser la représentation graphique C_h pour déterminer :
(a) Le domaine de définition de h. **0,5pt**
(b) Les limites aux bornes de D_h . **1pt**
(c) Une équation de (\mathcal{D}_1) . **0,75pt**
(d) L'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'inéquation $h(x) < 0$; **0,5pt**
2. Pour tout $x \in D_h$, $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$
(a) Déterminer les valeurs de a, b, c et d. **1pt**
(b) En déduire l'expression de h(x). **0,25pt**
3. Calculer la dérivée de h et dresser le tableau de variation de h. **1,5pt**

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

1. Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, calculer les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$ **1pt**
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $(\sqrt{3} - 1) \cos 2x + (\sqrt{3} + 1) \sin 2x = 2$. **1pt**
3. Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. **1pt**
4. Quelle est la nature du polygone obtenu ? Calculer son aire. **1pt**

Exercice 2 : 3 points

Une observation des ventes d'un journal par abonnement a montré que, chaque année, on compte 70% de réabonnements et environ 3 000 nouveaux abonnés. On note U_n le nombre d'abonnés au cours de l'année n . On admet que $U_0 = 4000$.

1. Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $U_n = 0,7U_{n-1} + 3000$. **0,5pt**
2. Calculer U_1 , U_2 et U_3 . **0,75pt**
3. On définit la suite (V_n) par ; pour tout entier $n \geq 1$, $V_n = U_n - 10\,000$.
 - (a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0,75pt**
 - (b) Exprimer V_n en fonction de n . En déduire une relation entre U_n et n . **0,5pt**
 - (c) En déduire le nombre total d'abonnés de ce journal au de 10 ans. **0,5pt**

Exercice 3 : 2 points

Monsieur AKOA a deux filles et un garçon. Ses filles ont chacune un garçon et une fille. Son fils a un garçon et deux filles. Il a donc en tout 10 héritiers. Il décide, par tirage au sort, d'offrir un voyage à deux d'entre eux.

Déterminer le nombre de choix possibles dans chacun des cas suivants :

1. Deux héritiers de sexes différents partent en voyage. **0,5pt**
2. Deux sœurs partent en voyage. **0,5pt**
3. Deux frères partent en voyage. **0,5pt**
4. Un frère et une sœur partent en voyage. **0,5pt**

Problème : 11 points

Partie A : 2,5 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ et Γ_m l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tel que : $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = -m^2 + 5m - 9$, avec $m \in \mathbb{R}$.

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) > 0$. **0,5pt**
2. Déterminer, selon les valeurs de m , la nature de Γ_m . **1,5pt**
3. Lorsque Γ_m est un cercle, précisez son centre et son rayon. **0,5pt**

Partie B : 3 points

Soit A et B deux points du plan ; O est le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que, pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = OM^2 - \frac{1}{4}AB^2$ **0,75pt**
2. Dans cette question, on donne $AB = 4$ cm et C_k l'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ où $k \in \mathbb{R}$.
 - (a) Montrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k \Leftrightarrow OM^2 = 4 + k$. **0,5pt**
 - (b) Étudiez C_k suivant les valeurs de k . **1pt**
3. Déterminer et représenter l'ensemble C_k pour $k = 5$. **0,75pt**

Partie C : 5,5 points

La fonction g de la variable réelle x est définie pour tout nombre réel $x \neq 3$ par $g(x) = \frac{2x + 1}{x - 3}$. (C_g) désigne la courbe de g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Étudier les variations de g . **1,25pt**
2. (a) Démontrer que (C_g) admet au point A d'abscisse 2 une tangente (\mathcal{D}) non parallèle à l'axe des abscisses. **0,5pt**
 - (b) Écrire une équation cartésienne de (\mathcal{D}) . **0,5pt**
 - (c) Étudier la position relative de (C_g) et (\mathcal{D}) . **0,75pt**
3. Démontrer que le point $\Omega(3; 2)$ est centre de symétrie pour (C_g) . **0,75pt**
4. Tracer (C_g) et (\mathcal{D}) . **1pt**
5. Construire dans le même repère la courbe de la fonction h définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par $h(x) = |g(x)|$. **0,75pt**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

- Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 20\,000$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
 $U_{n+1} = 1,05U_n + 1000$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = U_n + a$; $a \in \mathbb{R}$.
 - Déterminer le nombre réel a sachant que la suite (V_n) est géométrique. **1pt**
 - Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . **1pt**
- Au premier janvier 2012, une ville possède 20 000 habitants. A partir de cette année, la population augmente de 5% par an. De plus, durant la même période, 1000 personnes viennent s'établir dans cette ville chaque année.
Quelle sera la population de la ville le 1^{er} janvier 2020 ? **1pt**
- Dans cette ville, l'ensemble des élèves de l'enseignement primaire représente 20% de la population totale. On estime qu'il faut un instituteur pour 40 élèves.
Quel devra être le nombre d'instituteurs au 1^{er} janvier 2020 ? **1pt**

Exercice 2 : 5 points

Les commerçants d'un marché sont regroupés suivant leurs recettes journalières moyennes (exprimées en milliers de francs) dans le tableau suivant :

Recettes	[0; 15[[15; 25[[25; 30[[30; 35[[35; 45[[45; 70[Total
Effectifs	13	30	?	54	60	21	?

- La fréquence de la classe $[25; 30[$ est égale à 0,11.
 - Montrer que l'effectif total de cette série statistique est $N = 200$. **0,5pt**
 - Construire l'histogramme de cette série statistique. **1pt**
- Déterminer la classe modale. **0,25pt**
- Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette série statistique. **1,5pt**
- Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. **1pt**
 - En déduire par calculs, la médiane de cette série statistique. **0,75pt**

Problème : 11 points**Partie A : 3,5 points**

Une ville dispose de deux lycées : l'un pour filles et l'autre pour garçons. Chacun des lycées possède une classe de 1^{ère} A, une classe de 1^{ère} C et deux classes de 1^{ère} D. Un centre culturel offre une bourse de voyage à six élèves issus des 8 classes des 1^{ères}. pour cela, on retient alors les 6 meilleurs élèves de chacune des 8 classes en inscrivant leurs noms sur des boules identiques que l'on met dans l'urne : on tire simultanément 6 boules de l'urne et les nominés sont les bénéficiaires de la bourse.

1. Déterminer le nombre de tirages distincts possibles. **0,5pt**
2. Calculer le nombre de tirages dans chacun des cas suivants :
 - (a) Les six bénéficiaires sont des filles de 1^{ère} D. **0,75pt**
 - (b) Les six bénéficiaires sont des garçons. **0,75pt**
 - (c) Les 6 bénéficiaires sont : 2 garçons de 1^{ère} D, 1 garçon de 1^{ère} C et 3 filles de 1^{ère} A. **0,75pt**
 - (d) Les six bénéficiaires sont 3 filles et 3 garçons de 1^{ère} C. **0,75pt**

Partie B : 3 points

Soit A et B deux points du plan tels que $G = \text{bar}\{(A; -3); (B; 1)\}$. On désigne par h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AM}$.

1. Montrer que h est une homothétie de centre G dont on déterminera le rapport. **1pt**
2. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On a : $A(-1; 3)$ et $B(1; 1)$.
 - (a) Déterminer l'expression analytique de h . **1pt**
 - (b) En déduire les coordonnées de l'image du point $E(3; 2)$ par h . **1pt**

Partie C : 4,5 points

On considère la fonction f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$.

On note (C) la courbe représentative de f et le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Justifier que f est impaire. **0,5pt**
2. Etudier les variations de f . **1,5pt**
3. (a) Justifier que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = 0,5x$ est asymptote oblique à (C) . **0,5pt**
(b) Etudier la position relative de (C) et (\mathcal{D}) . **0,75pt**
4. Tracer avec soin (\mathcal{D}) et (C) . **1,25pt**