

| | | |
|---|--|----------------------------|
| COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 E-mail : collegevogt@yahoo.fr |  | Année scolaire 2023-2024 |
| DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES | EVALUATIONS DE LA 4 ^e SITUATION : MINI SESSION | Mardi 30 janvier 2024 |
| Niveau : TERMINALE SES | EPREUVE DE MATHÉMATIQUES | Coefficient : 3 ; Durée 2h |

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

Exercice 1 (5,5points)

(Les questions 1,2,3 et 4 sont indépendantes)

- 1) Pour chacune des assertions suivantes répondre par vrai ou faux : 1pt
 a et b sont deux réels strictement positifs
 - a) $\ln 1 = e$
 - b) $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$
 - c) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
 - d) $\ln^3 a = \ln a^3$
- 2) Calculer en fonction de $\ln 7$ et $\ln 2$ 1pt
 $A = \ln(196) - \ln\left(\frac{343}{8}\right) + \ln 7^4 - \ln 64$
- 3) Développer et réduire l'expression ci-dessous : 1pt
 $B(x) = -2(\ln x + 1)^3 - 4(\ln x - 1)^2 + 2\ln^3 x + 10\ln^2 x$
- 4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $-2x^2 + 3ex - e^2 = 0$ 1pt
- 5) On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x - 1$
 - a) Dresser le tableau de variation de f 1pt
 - b) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ 0,5pt

Exercice 2(5points)

(Les parties I et II sont indépendantes)

I- On considère le polynôme p défini par $p(x) = -2x^3 - 6x^2 + 2x + 6$

- 1) Déterminer les réels a, b et c tels que $p(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ 0,5pt
- 2) Factoriser l'expression $p(x)$ 0,5pt
- 3) En déduire la résolution des équations
 - a) $-2\ln^3 x - 6\ln^2 x + 2\ln x + 6 = 0$ 1pt
 - b) $-2\ln^3(x + 1) - 6\ln^2(x + 1) + 2\ln(x + 1) + 6 = 0$ 1pt

II- On considère le système (S) :
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -8 \\ -3x + y + 2z = 2 \\ x + y + z = -3 \end{cases}$$

1) Montrer que le triplet $(-1; -3; 1)$ est solution du système (S) 0,75pt

2) En déduire les solutions du système :
$$\begin{cases} 2\ln x + 3\ln y + z^2 = -8 \\ -3\ln x + \ln y + 2z^2 = 2 \\ \ln x + \ln y + z^2 = -3 \end{cases}$$
 1,25pt

Exercice 3 (5points)

(Les questions 1,2,3 et 4 sont indépendantes)

1) Calculer les intégrales suivantes : 1,5pt

$$\int_1^e \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx \quad \text{et} \quad \int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 2) dx$$

2) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $\begin{cases} 2\ln x + \ln y = 6 \\ -3\ln x + 2\ln y = 5 \end{cases}$ 0,75pt

3) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-9}{2-x}\right)$ 1pt

4) Résoudre dans les inéquations suivantes :

a) $\ln(-2x + 1) < 0$

0,75pt

b) $\ln(-3 + x) + \ln(x - 2) > \ln 6$

1pt

PARTIE A : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Michel-Axel est un commerçant qui fait des ventes au marché d'Ongola chaque samedi. Après x heures, Michel-Axel obtient des ventes en dizaines de milliers de francs de $f(x) = -x^3 + 75x$ de maïs et $g(x) = x^2 - 6x + 50$ de haricot. Ce marché ouvre tous les jours à 7h. Afin de se lancer dans culture intensive de culture de maïs et de haricot, Michel-Axel a placé le 1^{er} janvier de cette année dans une banque aux taux d'intérêts composés mensuels de 10% la somme de 8 000 000 F. Il voudrait acheter un tracteur reconditionné dont le prix moyen est estimé à 13 500 000F au Togo.

Michel-Axel a trois problèmes il voudrait connaître le montant et l'heure de vente maximale de maïs, le montant et l'heure de vente minimale de haricot et l'année et le mois où il pourra aller au Togo acheter son tracteur.

1- Déterminer l'heure et le montant de vente maximale de maïs 1,5pt

2- Déterminer l'heure et le montant de vente minimale de haricot. 1,5pt

3- Déterminer l'année et le mois où Michel-Axel ira au Togo acheter le tracteur 1,5pt