COLLEGE PRIVE BILINGUE LAROUSSE BP : 17700 YAOUNDE TEL : (+237) 677 3571 04/699 64 24 98/243 22 25 07					
ANNÉE SCOLAIRE	EXAMEN BLANC	EPREUVE	CLASSE	DURÉE	COEF
2023-2024		MATHEMATIQUE	T. C	4H	07
EXAMINATEUR	M. NYATTO		Date :……/05/2024		MN

BACCALAUREAT BLANC

L'épreuve comporte deux parties

Partie A : Evaluation des ressources 15pts

Exercice I : 3,5pts

Partie I : On considère le système d'équations différentielles (S) suivant : $\begin{cases} y' + 4z = 2e^{2x} \\ z' - y = e^{2x} \end{cases}$ *ou y et z*

Sont deux fonctions de la variable réelle dérivable sur IR. Soit (f ; g) une solution de (S).

1) Montrer que f est 2 fois dérivable et vérifie l'équation différentielle $(\in) : y'' + 4y = 0$ ***0,5pt***
2) Résoudre l'équation $(\in)$ dans IR ***0,5pt***
3) En déduire une expression de la fonction g ***0,5pt***

Partie II : On considère trois urnes U, V et W contenant des boules portant le numéro 1 ou le numéro 2. La probabilité de tirer une boule numérotée 1 de l'urne U est $P_1 = 0,3$, celle de tirer une boule numérotée 1 dans l'urne V est $P_2 = 0,6$ et celle de tirer une boule numérotée 1 dans W est $P_3 = 0,5$. On tire de façon indépendante une boule de U, une de V et une W. on note a, b et c les numéros obtenus.

Soit (P) le plan d'équation $ax + by + cz + 6 = 0$; (T) la conique d'équation $\frac{x^2}{a^2} + (-1)^c \frac{y^2}{b^2} = 1$

Calculer la probabilité de chacun des événements suivant

A : <<le plan (P) est perpendiculaire au plan (Q) d'équation $x - y + z - 4 = 0$ >> ***0,5pt***

B : <<le plan (P) passe par le point (0, −2, -1) >> ***0,5pt***

C : <<(T) est une ellipse>> ***0,5pt***

D : <<(T) est une hyperbole équilatère >> ***0,5pt***

Exercice II 5,25pts

I. Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ une base d'un espace vectoriel E.

Soit f un endomorphisme de E

Pour k $\in IR$, on considère l'ensemble E_K des vecteurs $\vec{u}$ *de E tels que* $f(\vec{u}) = k\vec{u}$.

1) Démontrer que E_K est un sous-espace vectoriel de E 1PT
2) On suppose que f vérifie l'égalité $fof = 2f$, Démontrer que $\vec{u} \in Imf$ si et seulement si $\vec{v} \in E_2$ ***1pt***

II/- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{e}_1; \vec{e}_2)$. On considère les points A, B, F et G d'affixes respectives : $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_B = -1i\sqrt{3}$; $Z_F = 4$ *et* $Z_G = -4$

1) Soit S la similitude directe d'expression complexe $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z$
   a) Donner les éléments caractéristiques de s ***0,75pt***
   b) Quelles sont les images par S des points A et B ? ***0,75pt***
2) Soit (Σ) l'ellipse de foyers A et B et d'excentricité $e = \frac{1}{2}$
   a) Détermine une équation de l'image (Σ') de (Σ) par la similitude de S ***1pt***
   b) Construire (Σ) puis (Σ) dans le même repère. ***1pt***

Exercice III : 3,5pts

I/- Déterminer tous les entiers relatifs x tels que $\begin{cases} x = 1\ [7] \\ x = 3[9] \end{cases}$ ***0,75pt***

II/- Etudier les variations de la fonction f définie par $f(x) = (x)^{\frac{1}{x}}$ ***0,75pt***

III/- On considère le plan (P) de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ passant A $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

1) Déterminer une équation cartésienne de (P) ***0,5pt***
2) Déterminer l'expression analytique de la réflexion S de plan (P) ***0,75pt***

IV/- Soit f l'application de $\varepsilon\ dans\ \boldsymbol{\varepsilon}$ dont l'expression analytique est

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x - 2y - 2z + 6) \\ y' = \frac{1}{3}(-2x - y + 2z - 6) \\ z' = \frac{1}{3}(-2x + 2y - z + 12) \end{cases}$$

Démontre que f est un demi-tour dont on précisera l'axe (Δ) ***0,75pt***

Exercice IV 5,75points

I- Les droites de régressions de x en y et $y\ en\ x$ d'une série statistique double sont respectivement données par :: $x = 0{,}135\,y + 6{,}65\ et\ y = 6x - 38$

1) Déterminer les coordonnées du points moyen du nuage de cette série ***1pt***
2) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre $x\ et\ y$ puis l'interpréter. ***1pt***

II- P est un nombre premier supérieur pu égal à 7. On veut démontrer que l'entier naturel $n = (P^2 + 1)\ (P - 1)(P + 1)$ est divisible par 240

1) Montrer que P $\equiv -1\ [3]$ ou P$\equiv\ 1\ [3]$
2) En remarquant que P est impair, prouver qu'il existe un entier naturel k tel que
   a) $P^2 - 1 = 4k\ (k + 1)$ ***1,5pt***
   b) En déduire que n est divisible par 16 ***0,5pt***
3) En considérant tous les restes de la division euclidienne de P par 5, démontrer que S divise n ***0,5pt***
4) En déduire que n divise 20 ***0,25pt***

III- On définit pour tout entier n, la suite (U_n) par $U_n = \int_1^e x^2(lnx)^n\,dx$

1) Calculer U_0 et utiliser une intégration partie pour calculer U_1 ***1pt***
2) Montrer que pour tout $n\ \in IN, U_{n+1} = \frac{1}{3}e^3 - \frac{n+1}{3}\ U_n et\ déduire\ la\ valeur\ de\ U_3$ ***1pt***

Partie B : Evaluation des compétences 5points

Sur fond de pandémie, Steyvie décide d'organiser un incroyable anniversaire dans une ville balnéaire. Dans cette ville, la maladie a atteint 3% de la population. Un test de dépistage donne les résultats suivants :

- Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% négatifs
- Chez les individus non malades, 1% sont positifs et 99% négatifs

Avec ses économies elle voudrait passer une commande de 400 t-shirts à floquer avec un logo d'épaisseur négligeable chez un sérigraphe. Le logo représente dans un plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphiquement 1cm, le domaine délimité par les droites d'équations respectives $x = 0, x = \pi$et les courbes représentatives des fonctions $f\ et\ g$ définies par $f(x) = e^{-x}(-cosx + sinx)$et $g(x) = -e^{-x}cosx$. Le cm^2 de matière utilisée pour le logo de ce sérigraphe revient à 150Fcfa. Un pâtissier de la place lui propose la confection d'un somptueux gâteau d'anniversaire dont la forme géométrique peut définie par : FF'= 3 et MF+MF'=5

1. Pour un individu choisi au hasard, le vaccin est-il efficace ? ***1,5pt***
2. Quelle somme devra-elle déboursée pour le flocage des t-shirts ? ***1,5pt***
3. Représenter la forme de ce gâteau dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. ***1,5pt***

Présentation : 0,5pt