

|                             |          |               |  |       |             |
|-----------------------------|----------|---------------|--|-------|-------------|
| COLLEGE PRIVE MONGO BETI    |          |               | B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé |       |             |
| ANNÉE SCOLAIRE              | SÉQUENCE | EPREUVE       | CLASSE   | DUREE | COEFFICIENT |
| 2023-2024                   | N°06     | MATHEMATIQUES | Tle D  | 4 h   | 04          |
| Nom du professeur : M MAKON |          |               | Jour :   |       |             |

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 POINTS**

**Exercice 1 4 points**

- Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation :  $z^2 - 2z + 2 = 0$  1pt
- Soit K, L, M les points d'affixes respectives :  $z_K = 1 + i$  ;  $z_L = 1 - i$  ;  $z_M = -i\sqrt{3}$ .  
Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthogonal direct  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ . Unité graphique : 4cm.  
On complètera la figure dans les questions suivantes. 0,75pt
- a. On appelle N le symétrique du point M par rapport au point L.  
Vérifier que l'affixe  $z_N$  du point N est :  $2+i(\sqrt{3} - 2)$ . 0,25pt
- b. la rotation du centre O et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  transforme le point M en le point A et le point N en le point C.  
Déterminer les affixes respectives  $z_A$  et  $z_C$  des points A et C. 0,5pt
- c. La translation de vecteur  $\vec{u}$  d'affixe  $2i$  transforme le point M en le point D et le point N en le point B.  
Déterminer les affixes respectives  $z_D$  et  $z_B$  des points D et B. 0,5pt
- a. Montrer que le point K est le milieu des segments [DB] et [AC]. 0,25pt
- b. montre que :  $\frac{z_C - z_K}{z_B - z_K} = i$ . 0,25pt
- c. En déduire la nature du quadrilatère ABCD. 0,5pt

**Exercice 2 : 5 points**

- Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , (unité graphique : 2 cm).  $(C_f)$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x + 1)(e^{-2x} + 1)$
- soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$ . Dresser le tableau de variation de  $g$  et en déduire le signe de  $g(x)$  pour tout réel  $x$ . 0,75pt
  - a) Montrer que pour tout réel  $x$   $f'(x) = e^{-2x}g(x)$ . 0,25pt
  - b) En déduire le sens de variation de  $f$ , puis dresser son tableau de variation. 0,75pt
  - a) Déterminer la limite en  $-\infty$  de  $\frac{f(x)}{x}$  et donner une interprétation graphique du résultat. 0,5pt
  - b) Démontrer que la droite (D) d'équation  $y = x + 1$  est asymptote oblique à la courbe (C) 0,25pt
  - c) Etudier la position relative de (C) et (D). 0,5pt
  - a) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  vers un intervalle  $J$  que l'on précisera. 0,25pt
  - b) Construire  $(C_f)$ ,  $(C_{f^{-1}})$  et (D). 0,75pt
  - On pose pour tout réel  $\alpha \geq -1$ ,  $I_\alpha = \int_{-1}^{\alpha} (x + 1)e^{-2x} dx$ .  
A l'aide d'une intégration par partie, Déterminer  $I_\alpha$  en fonction de  $\alpha$ . 0,5pt
  - Soit  $D_\alpha$  le domaine du plan délimité par la courbe (C), les droites (D) et celles d'équations  $x = -1$  et  $x = \alpha$
  - a) En déduire de la question 5. L'aire en  $\text{cm}^2$  notée  $A_\alpha$  du domaine  $D_\alpha$ . 0,25pt
  - b) Déterminer la limite  $A_\alpha$  quand  $\alpha$  tend vers  $+\infty$ . 0,25pt

**Exercice 3 3 points**

Une variable aléatoire X prend les valeurs : 1 ; -2 et 3 avec les probabilités respectives :  $P(1) = \ln a$  ;  $P(2) = \ln b$  et  $P(3) = \ln c$  où a, b et c sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique. On suppose que l'espérance mathématique de X vaut 1

- Montrer que l'on a le système 
$$\begin{cases} \ln a - 2\ln b + 3\ln c = 1 \\ \ln a + \ln b + \ln c = 1 \\ \ln a - 2\ln b + \ln c = 0 \end{cases}$$
 0,75pt

**Exercice 4 :** 3 pointsSoit l'équation différentielle (E) :  $y' - 2y = xe^x$ 

1. Déterminer les réels a et b pour que la f définie par  $f(x) = (ax + b)e^x$  soit une solution de (E). 1pt
2. Montrer qu'une fonction h au moins une fois dérivable est solution de (E) si et seulement si la fonction  $h - f$  est solution de l'équation différentielle (E<sub>0</sub>) :  $y' - 2y = 0$ . 0,5pt
- 3.a) Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle (E<sub>0</sub>) 0,5pt
- b) En déduire l'ensemble solution de l'équation différentielle (E) 0,5pt
- c) Déterminer la solution de (E) qui s'annule en 0. 0,5pt

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points****Situation :**

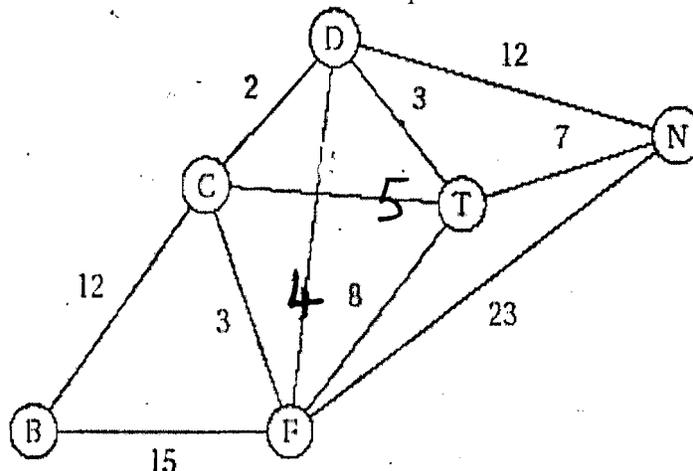
MOUSSA opérateur économique dans la ville de MAROUA a une entreprise située à un point B de la ville dont il souhaite prévoir le chiffre d'affaires à la dixième année de l'ouverture de son entreprise. Vu la bonne marche de sa société il pense qu'il aura un chiffre d'affaires de l'ordre de 160 millions dans 10 ans, pour être sûr de ce qu'il pense, il confie cette étude à la direction des statistiques de son entreprise qui relève sur les six premières années le chiffre d'affaires de son entreprise exprimé en million de francs dans le tableau suivant.

| Numéro de l'année  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   |
|--------------------|----|----|----|----|----|-----|
| Chiffre d'affaires | 41 | 68 | 55 | 80 | 95 | 104 |

La direction des statistiques de son entreprise décide d'utiliser la méthode des moindres carrés pour faire le travail. MOUSSA constate à un moment que ce travail est immense et décide de donner une prime spéciale de 10 000fcfa à tous les employés de la direction des statistiques constituées d'hommes et de femmes dont les nombres sont solutions du système :  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 130 \\ \ln x + \ln y = \ln 63 \end{cases}$  pour les motiver à vite faire le travail, en plus il amène pendant la pause toute la direction des statistiques dans un restaurant chic de la ville de MAROUA situé à un point N de la ville. Le circuit routier du transporteur est représenté ci-dessous, la durée entre deux points de la ville étant donnée en minute. Moussa pense que en 20 minutes ses employés et lui seront au restaurant.

**Tâches :**

- 1) Moussa a-t'il raison pour la durée de leur trajet de l'entreprise au restaurant ? 1,5pt
- 2) Quelle somme MOUSSA devra prévoir pour satisfaire toute la direction des statistiques 1,5pt
- 3) MOUSSA a-t'il raison pour le chiffre d'affaires de son entreprise ? 1,5pt

**Présentation :**

0,5pt