LYCEE BILINGUE DE DSCHANG
Année Académique : 2023-2024
Département de Mathématiques

Evaluation : Baccalauréat Blanc
Epreuve : MATHEMATIQUES
Niveau : Terminale ; Série : C
Durée : 04h00 ; Coef : 7

La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /15,5 POINTS

EXERCICE I : (2,5pts)

N.B les probabilités demandées seront données sous forme de fractions irréductibles. Dans un laboratoire, une cage contient 5 souris blanches et 15 souris grises.

1) On prélève une souris au hasard, on note sa couleur et on la remet dans la cage. Cette opération est effectuée 8 fois

a) Quelle est la probabilité qu'on ait prélevé exactement 2 souris blanches ? *0,5pt*

b) Calculer le nombre minimum n de prélèvement à effectuer pour que la probabilité de prélever au moins une souris blanche soit supérieure ou égale à 0,95. *1pt*
$(N.B : ln(2) = 0{,}69 \; ; \; ln(3) = 1{,}10 \; ; \; ln(5) = 1{,}61)$.

c) Peut-on trouver un tel nombre n pour que l'événement du b) soit certain ? *0,5pt*

2. On prélève cette fois-ci 8 souris d'un coup. Calculer la probabilité de l'événement du 1.a). *0,5pt*

EXERCICE II (3pts)

Soit un cube OABCDEFG. l'espace est orienté par le repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}\right)$. On désigne par a un réel strictement positif ; L , M , et K sont les points définis par $\overrightarrow{OL} = a\,\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OM} = a\,\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{BK} = a\,\overrightarrow{BF}$

1)a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DM} \wedge \overrightarrow{DL}$ *0,5pt*

b) En déduire l'aire du triangle DLM et une équation cartésienne du plan (DLM) *0,5pt*

c) Démontrer que la droite (OK) est orthogonale au plan (DLM) *0,5pt*

2) On suppose que OA = 3 cm puis on peint et découpe ce cube parallèlement aux faces en 27 cubes de 1 cm d'arrête. On place ces 27 cubes dans un sac puis on tire au hasard et simultanément 2 des 27 cubes du sac. Les tirages étant supposés équiprobables.

a) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage, associe le nombre de faces peintes sur les cubes tirés. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X puis calculer son espérance mathématique et sa variance *1,5pt*

EXERCICE III (3,5pts)

ABCD est un carré direct de centre I. Soit J le milieu de [CD]. On désigne par s la similitude directe qui transforme A en I et B en J.

1) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude s *0,5pt*

2) On désigne par Ω le centre de cette similitude. (Γ_1) est le cercle de diamètre [AI], (Γ_2) est le cercle de diamètre [BJ]. Démontrer que Ω est l'un des points d'intersection de ces deux cercles puis placer Ω sur une figure en prenant AB = 4 cm . *0,75pt*

3) a)Donner l'image par s de la droite (BC) *0,5pt*

b)En déduire l'image par s du point C, puis le point K image par s de I. *0,75pt*

2) Un enfant compte ses billes par 4, par 5 et par 12, il lui en reste toujours 2. Combien a-t'il de billes sachant que le nombre de billes est compris entre 100 et 150 ? *1pt*

<u>Problème</u> : /7,75pts

<u>Partie A</u> /4,5pts

Soit f la fonction définie dans IR par $f(x) = (x+1)e^{-\frac{x}{2}}$

1) a) Déterminer f'(x) puis déduire le sens de variation de f sur $]0;+\infty[$ *0,75pt*

b) Démontrer que pour tout $x > 0$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ *0,5pt*

2) On pose $g(x) = f(x) - x$

a) Montrer que l'équation $g'(x) = 0$ admet une unique solution réelle β et que l'on a $-0,6 < \beta < -0,5$. *0,5pt*

b) Démontrer que l'équation (E) : $f(x) = x$ admet deux solutions de signes contraires. On note α la solution positive de l'équation (E). Vérifier que l'on a $1 \leq \alpha \leq 2$ *0,75pt*

3) Soit (U_n) la suite numérique définie par $U_0 = 0$ et $\forall n \in IN$, $U_{n+1} = f(U_n)$

a) Démontrer que pour tout n de IN, $U_n \geq 0$ *0,5pt*

b) En utilisant la question 1b), Démontrer que pour tout n de IN, on a

$$|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$$ *0,5pt*

a) En déduire que pour tout n de IN, $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ *0,5pt*

b) Déterminer le plus petit entier n_0 pour lequel U_n est une valeur approchée de α à 10^{-6} près *0,5pt*

***<u>Partie B</u>/*3,25pts**

Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x) = \ln(e^{-x} + e^{x})$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan (Unité 3cm)

1) a) déterminer la limite de g en $+\infty$ *0,25pt*

b) Montrer que pour tout $x \geq 0$, $g(x) = x + \ln(1+e^{-2x})$ *0,5pt*

c) En déduire que (C) admet une asymptote (D) que l'on précisera *0,25pt*

d) Etudier la position relative de (C) et (D) *0,5pt*

2) Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation *0,75pt*

3) Tracer (C) et (D) *1pt*

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 4.5 POINTS

Contexte : Evaluation de la dépense dans une entreprise

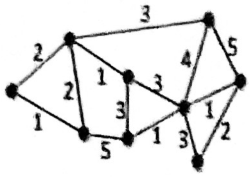
Votre père vient d'être nommé PDG d'une grande entreprise de la place. A peine installé, il doit faire face à trois préoccupations : Payer le salaire mensuel des employés, numériser l'entreprise en y installant une fibre optique, et remplacer les véhicules de service déjà bien usés.

Lorsqu'il a consulté les dernières fiches de paye laissées par son prédécesseur jusqu'au 8ème mois d'existence de l'entreprise, il a pu dresser le tableau ci-dessous dans lequel figure l'indice du mois et la masse salariale mensuelle.

Indice du mois (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Masse salariale (y_i) (en dizaines de millions de FCFA)	2,6	3,4	3,9	4,4	4,6	4,9	5,2	5,4

Les véhicules de services marque **NISSAN 4 X 4** achetés il y a 5 ans doivent être remplacés par des véhicules de même marque. Vu le contrat signé par son prédécesseur au moment de l'achat il y a 5 ans, les vieux véhicules doivent être revendus à la société. Mais seulement, un véhicule coutait 80 millions de francs il y a 5 ans. Il déprécie de 20% par an. Pendant la même période, le prix d'un véhicule neuf de ce type augmentent de 4% par an.

Il veut developper un reseau de fibre optique qui couvre tous les bureaux de l'entreprise en depensant au minimum . Cette fibre est vendue à 50 000 $FCFA$ le mètre , la vue de dessus du bâtiment abritant l'entreprise est représentée par le graphe ci-dessous dans lequel les sommets sont les bureaux, les arêtes liant les bureaux et pondérés par les distances ($en\ m$) entre deux bureaux.



Votre père est rentré à la maison vraiment fatigué, car n'arrivant vraiment pas à résoudre ces problèmes, vu que l'entreprise est à sa 12ème année d'existence. Il sollicite votre aide. Remarquant que le nuage de points de la série qu'il dispose a plutôt la forme d'une parabole, vous posez $u_i = (x_i - 8)^2$. En vous servant de votre calculatrice, vous trouvez : $r = -0{,}992$, $V(u) = 269{,}4375$ et $Cov(u, y) = -14{,}38$ où r le coefficient de corrélation linéaire de la série $(u_i\ , y_i)$, $V(u)$ est la variance de , $V(y)$ la variance de y.

Tâches :

1) Quel montant minimal votre père doit-il prévoir pour la masse salariale mensuelle *1,5pt*
2) Quel montant minimal votre père doit-il prévoir pour remplacer un véhicule ? *1,5pt*
3) Quel montant minimal votre père doit-il prévoir pour étaler la fibre optique. *1,5pt*