

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 (4 points)

Dans cet exercice des questions vous sont posées avec trois propositions de solutions où une seule est juste.

Le candidat choisira le numéro de la solution juste (aucune justification attendue)

- La solution dans l'intervalle $]-\pi, \pi[$ de l'inéquation $(2\sin x + 1)(\sin x + 1) \leq 0$ est :
 (a) $\left[-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right]$ (b) $\left[-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}\right]$ et (c) $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$
- ABC est un triangle quelconque. Le point M vérifie la relation vectorielle $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et le point I est le milieu du segment $[AC]$. Alors on a :
 (a) Les points A, M et I sont alignés (b) Les points B, M et I sont alignés
 (c) Les points C, M et I sont alignés
- On donne deux applications du plan : h_1 une homothétie de centre O et de rapport -3 et h_2 une homothétie de centre O' et de rapport $\frac{1}{3}$. La nature de $h_2 \circ h_1$ et ainsi que ses éléments caractéristiques sont :
 a) $h_2 \circ h_1$ est une homothétie de rapport -1 et de centre Ω le milieu du segment $[OO']$
 b) $h_2 \circ h_1$ est une symétrie centrale de centre Ω qui vérifie $\overrightarrow{O\Omega} = \frac{1}{9}\overrightarrow{OO'}$
 c) $h_2 \circ h_1$ est une translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$
- Dans un plan rapporté à un repère orthonormé. On donne la droite (D) d'équation cartésienne : $3x - 4y + 12 = 0$. Alors la droite (D') parallèle à (D) située à 2 cm de la droite (D) est :
 (a) $3x - 4y + 10 = 0$ (b) $-3x + 4y - 22 = 0$ et (c) $3x - 4y - 2 = 0$

Exercice 2 (3,5 points)

Soit x un nombre réel. On définit la suite (t_n) par : $\begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = \frac{1}{2}t_n \sin 3x + \frac{1}{4} \end{cases}$

- Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation (P) : $t_1 = 0$ et placer les solutions sur le cercle trigonométrique. (1pt)
- Dans la suite on suppose que $x = \frac{\pi}{18}$ et on pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = t_n - \frac{1}{3}$
 a) Montrer que (a_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison. (1pt)
 b) Exprimer a_n puis t_n en fonction de n . (0,75pt)
 c) On pose $S_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n$. Exprimer S_n en fonction de n . (0,75 pt)

Exercice 3 (3,5 points)

1- ABCD est un quadrilatère convexe quelconque. On donne le point G tel que $G = \text{bar}\{(A, -2), (B, 2), (C, 3), (D; -1)\}$, le point E tel que $E = \text{bar}\{(B, 2), (D; -1)\}$ et le point F tel $F = \text{bar}\{(A, -2), (C, 3)\}$.

Démontrer que le point G est le milieu du segment $[EF]$ (0,5pt)

2- ABC est un triangle isocèle en B tel que $BC=BA=6$ et $AC=4$. I est le milieu de $[AC]$.

Soit g une fonction définie du plan vers l'ensemble \mathbb{R} qui à tout point M du plan associe le nombre réel $g(M) = 3MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$

Démontrer que pour tout point M du plan, $g(M) = 4MG^2 + 6GA^2 - GB^2$; puis déterminer l'ensemble des point M qui vérifie $g(M) = 72$ (1,5pt)

3- E est un espace vectoriel de dimension 2 de base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. f est un endomorphisme de E tel que $f(\vec{i}) = \sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -3\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$

- L'application f est-elle un automorphisme ? (0,5pt)
- Déterminer $\text{Ker}f$, puis préciser une base \vec{e}_1 . (0,5pt)

c) Déterminer Imf , puis préciser une base \vec{e}_2 .

(0,5pt)

EXERCICE 4 (04 points)

On considère la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{5\}$ par $f(x) = ax + b + \frac{c}{5-x}$ où a, b et c sont des nombres réels. (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) . la courbe de f passe par deux points $A(7, -8)$ et $B(4, 1)$. La fonction f est dérivable sur

$$D_f \text{ et sa dérivée est : } f'(x) = \frac{-x^2+10x-21}{(5-x)^2}$$

1. Montrer que $a = -1$ $b = 1$ et $c = 4$. (0,75pt)
2. Dresser le tableau des variations f . (0,75pt)
3. Construire les asymptotes éventuelles et la courbe de f . (1,25pt)
4. On considère les fonctions g et h définies par $g(x) = f(x - 2) - 3$ et $h(x) = g(|x|)$
 - a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{7\}$, on a $g(x) = \frac{x^2-7x+4}{7-x}$ (0,5pt)
 - b) Construire la courbe de h dans le même repère que la courbe de f (0,75pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05 points)

Situation

SERGE a acheté un terrain de forme rectangulaire de longueur 36 m et de largeur 18 m dans une banlieue de Yaoundé. SERGE décide de construire sa maison sur la partie hachurée comme l'indique le schéma ci-contre où M et N sont des bornes mobiles telles que $MB = 2x$ et $BN = x$ où $x \in [0, 18]$. En recherchant les bonnes positions des bornes M et N , SERGE finit par bâtir sa maison sur la plus grande aire du trapèze $MNCD$. SERGE intègre la nouvelle maison en l'an 2010, au même moment, c'est la naissance de sa fille Anaïs. Cette année-là, SERGE ouvre un compte d'épargne pour elle où il y dépose 25.000 F CFA. Pour les années qui vont suivre, il dépose 15.000 F CFA à chaque anniversaire et il y ajoute mille fois l'âge de celle-ci en francs CFA, cet argent aidera au paiement de sa scolarité à l'entrée à l'université. Dans la nouvelle maison, SERGE et son épouse RAISSA forment une famille recomposée où chaque parent a eu des enfants avant le mariage. Au total, la maison compte 9 enfants, dont 7 enfants pour SERGE et 6 enfants pour RAISSA. La voiture qui fait la navette pour accompagner les enfants à l'école ne peut prendre que 4 enfants avec une priorité pour 2 enfants au moins issus du couple.

Taches

1. Déterminer l'aire de partie qu'occupe la maison de SERGE ? (1.5pt)
2. Quel est le montant total du capital d'Anaïs en 2024 juste après la célébration de son vingt quatrième anniversaire ? (1.5pt)
3. Déterminer le nombre total de combinaisons qu'on peut avoir au niveau du choix des enfants lorsqu'il faut les mettre dans le véhicule. (1.5pt)

