AP

L'épreuve comporte deux exercices et un problème que le candidat traitera obligatoirement.

EXERCICE 1 : 5 points

I. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système $(S)\begin{cases} x + y = 56 \\ 25x + 29y = 1448 \end{cases}$. **1pt**

II. Le tableau ci-dessous représente les masses en kilogramme de 150 élèves de première F d'un lycée technique de la ville.

Masse (kg)	$[40;44[$	$[44;48[$	$[48;52[$	$[52;56[$	$[56;60[$	$[60;64[$
Effectif	20	31	a	38	b	5
ECD						

1. Sachant que la masse moyenne est $M = 50{,}16\ kg$, montrer que les réels a et b vérifient le système (S). Et en déduire a et b. **1pt**
2. On suppose pour la suite $\mathrm{a} = 44$ et $\mathrm{b} = 12$.
   a) Donner la classe modale de cette série statistique. **0,5pt**
   b) Compléter le tableau et construire le polygone des effectifs cumulés décroissants. **1,5pt**
   c) Déterminer par interpolation linéaire la médiane de cette série. **1pt**

EXERCICE 2 : 4 points

Dans le plan complexe, on considère les nombres z_1 et z_2 tels que : $z_1 = 5 + 5i$ et $z_1 \times z_2 = 10\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$.

1. Déterminer le module et l'argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2. **1,5pt**
2. En déduire la forme algébrique de nombres complexes z_1 et $z_1 \times z_2$. **1,5pt**
3. En déduire que $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. **1pt**

PROBLEME : 11 points

Partie A :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On considère la fonction définie sur $]-\infty;-2[\,\cup\,]-2;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$; (C) désigne la courbe représentative de f.

1. a) Déterminer les limites de f en $-\infty, +\infty, -2^-$ et -2^+. **1pt**
   b) En déduire l'existence de de asymptotes (Δ) et (D) à (C) **0,5pt**
2. a) Calculer la dérivée de f et étudier ses variations. **1pt**
   b) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**
3. Montrer que le point $I(-2\,;2)$ est centre de symétrique à (C). **0,5pt**

1er Mai 2024

4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3. **0,75pt**
5. On considère la fonction g définie sur $[-1; +\infty[$ par $g(x) = f(x) - 1$.
   a) Indiquer la transformation qui permet de tracer (C') la courbe représentative de g à partir de (C). **0,5pt**
   b) Tracer dans le même repère (C'). **0,5pt**
6. On considère dans ce même repère le point $A\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}$ et (Γ) le cercle d'équation :
   $x^2 + y^2 + 4x - 4y - \frac{9}{4} = 0.$
   a) Déterminer les éléments caractéristiques de (Γ). **1pt**
   b) Ecrire une équation cartésienne de la droite (d) tangente à (Γ) au point A. **1pt**

Partie B :

On considère pour tout entier naturel non nul n, la suite (U_n) définie par $U_1 = \frac{72}{10}$ et $U_n = \frac{72}{10^n}$

1. Calculer $\frac{U_{n+1}}{U_n}$, puis en déduire que (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison q. **1pt**
2. Exprimer U_n en fonction de n. **0,75pt**
3. On pose $S_n = 2(U_1 + U_2 + \cdots + U_n)$.
   a) Calculer S_n en fonction de n. **1pt**
   b) Montrer que $\lim_{n\to+\infty} S_n = 16$. **1pt**

Mai 2024