


COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 E-mail : mail:collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2023-2024
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	CONTRÔLE	Situation 5 Samedi 23 Mars 2024
CLASSE : Terminale D	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES Durée 3h45	Coefficient 4

PARTIE A/ EVALUATION DES RESSOURCES 15,50 POINTS

EXERCICE 1 (3,75 POINTS):

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ On donne trois points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i, z_B = 2 - i$ et $z_C = -1 + 2i$.

- Déterminer l'ensemble (D) des points M d'affixe z qui vérifie :
 $|z - 2 + i| = |z + 1 - 2i|$, puis vérifier que le point A appartient à (D). 0,75pt
- Calculer un argument du nombre complexe $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$, puis en déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{AC}, \widehat{AB})$. 0,75pt
- En déduire la nature exacte du triangle ABC. 0,25pt
- On considère la similitude direct S de centre B qui transforme le point A en C.
 - Déterminer le rapport et l'angle de la similitude S. 0,50pt
 - Donner l'écriture complexe de la similitude S. 0,50pt
 - (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC, déterminer les caractéristiques de (C') image de (C) par S et construire (C) et (C') sur la même figure. 1,00pt

EXERCICE 2 (1,75 POINTS):

On considère deux suites (U_n) et (V_n) définies par $U_0 = 1$ et $V_0 = 0$ et pour tout entier naturel

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n + V_n \\ V_{n+1} = V_n - U_n \end{cases} \text{ On pose } Z_n = U_n + iV_n \text{ avec } i^2 = -1.$$

- Montrer que la suite (Z_n) est géométrique de raison $1 - i$. 0,50pt
- Exprimer Z_n en fonction de n , puis donner sa forme trigonométrique. 0,75pt
- Exprimer U_n et V_n en fonction de n 0,50pt

EXERCICE 3 (5 POINTS) :

A/ Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : cinq vertes, trois jaunes et deux rouges. On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

- On considère les évènements : A « Les 3 boules tirées sont vertes », B « Les 3 boules tirées sont de la même couleur » et C « Les 3 boules tirées sont de couleurs deux à deux distinctes. » Calculer la probabilité de chacun des évènements A, B et C. 1,25pt
- Pascal décide de jouer à un jeu décrit comme suit : Il mise la somme de 1000 FCFA et tire simultanément trois boules de cette urne. S'il obtient trois boules vertes, on lui remet 2500 FCFA. S'il obtient deux boules vertes, on lui remet 1000 FCFA. Dans tout autre cas, il ne reçoit rien. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage des trois boules associe son gain algébrique.
 - Déterminer la loi de probabilité de X. 0,75pt
 - Calculer l'espérance mathématique de X. Ce jeu est-il favorable pour pascal, justifier. 0,75pt

B/ le tableau suivant donne pour 6 années consécutives, les montants X des frais de publicité d'une entreprise et Y de son chiffre d'affaires, exprimés en millions de francs CFA. On donne $\bar{x} = 5,5$, $\bar{y} = 124$ et $V(y) = 186,67$.

Nombre d'années xi	5,8	4	6,4	4,6	5,2	7
Prix yi en milliers de FCFA	128	102	138	116	118	142

- Représenter le nuage de points associé à cette série. 0,50pt
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Le résultat permet-il d'envisager un ajustement linéaire ? Justifier. 1,00pt
- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x en utilisant la méthode des moindres carrés. 0,75pt
- En déduire une estimation du chiffre d'affaire pour 9 millions de frais de publicité. 0,25pt

EXERCICE 3 (5 POINTS) :

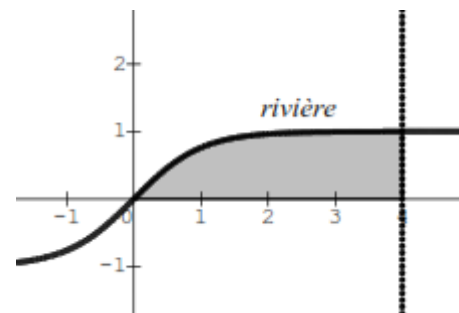
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1 cm.

- 1) On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{-x}$; on note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 - a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. 0,50pt
 - b) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = 2x(-x^2 + 5x - 4)e^{-x}$. 0,50pt
 - c) Donner le sens des variations de f et dresser son tableau de variation. 1,00pt
 - d) Tracer la courbe (C_f) . 0,50pt
- 2) Pour tout entier non nul n , on pose $U_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ $J_n = \int_0^2 x^n e^{-x} dx$.
 - a) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. 0,50pt
 - b) À l'aide d'une intégration par parties, montrer que $J_1 = 1 - 3e^{-2}$. 0,50pt
 - c) Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 2$; on $J_n = nJ_{n-1} - \frac{2^n}{e^2}$, puis calculer J_2 et J_3 . 1,00pt
 - d) Soit \mathcal{A} l'aire en cm^2 du domaine du plan limité par l'axe des abscisses, la courbe (C_f) et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$. Calculer \mathcal{A} . 0,50pt

PARTIE B/ EVALUATION DES COMPETENCES 4,5 POINTS

SITUATION :

BILOA et ATAZANG sont deux jeunes ingénieurs installés dans une localité du Cameroun. Ils font dans la culture et la transformation des tomates qu'ils vendent dans des boîtes de conserves. Grâce à leur expertise et leur capacités financières, ils sont les seuls dans la localité à commercialiser ces produits. Sur le marché local, 40% des tomates en boîtes proviennent de la firme de ATAZANG et 60% de celle de BILOA. Lors d'un contrôle phytosanitaire effectué sur les boîtes de conserve produites par les deux firmes, on a constaté que 15 % des boîtes provenant de la firme de ATAZANG présentent des traces de pesticides et 25% de celles provenant de la firme de BILOA présentent aussi les traces de pesticides. On a prélevé au hasard une boîte de conserve d'un stock de boîtes dans une boutique de cette localité. Ce stock sera retiré du marché si la probabilité qu'elle présente des traces de pesticides est supérieur à 0,015.



La plantation de monsieur ATAZANG située au bord d'une rivière a une forme rectangulaire en saison sèche. D'après les données topographiques, ce terrain est représenté dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 1 hm. La longueur L et la largeur l sont tels que $l = |b - c|$ et $5l + aL = 0$ où a , b et c sont des nombres complexes solutions de l'équation : $z^3 + 8z^2 + 24z + 32 = 0$. Avec a un nombre réel.

En saison pluvieuse, une partie de cette plantation est généralement envahie par les eaux de la rivière. Ainsi la partie cultivable subit une déformation. Elle est représentée par la partie grisée de la figure ci-contre, délimitée dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1hm par les axes du repère, la droite d'équation $x = 4$ et la courbe $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, représentant la trajectoire de la rivière

Tâches :

1. Déterminer en m^2 la superficie de la plantation de monsieur ATAZANG en saison sèche 1,50pt
2. Déterminer en m^2 la superficie de la plantation de monsieur ATAZANG en saison pluvieuse 1,50pt
3. Dire en justifiant si le stock testé sera retiré du marché 1,50pt