

COLLEGE PRIVE MONGO BETI			B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé		
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2023-2024	N°05	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15,5 POINTS

Exercice 1 : 4 points

- Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (5 + 7i)z^2 - (4 - 25i)z - 12i + 30$ où z est un nombre complexe.
 - Vérifier que 3 est une solution de (E). 0,25pt
 - Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
 - En déduire dans $\mathbb{C}$ la solution l'équation : $P(z) = 0$. 0,75pt
- Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, $C\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$ et S la similitude directe de centre A qui transforme B en C .
 - Déterminer le rapport et l'angle de S . 0,5pt
 - En déduire l'écriture complexe de S . 0,5pt
 - Soit D l'image de C par S , Montrer $Z_D = 7 + 6i$ 0,5pt
 - Quelle est la nature du triangle ACD . 0,5pt
- Déterminer l'image par S du cercle de centre C et de rayon 3cm. 0,5pt

Exercice 2 : 5 points

- Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $] -2; +\infty[$ par $g(x) = (x + 2)^2 - 1 + \ln(x+2)$
 - Calculer $g'(x)$, en déduire le sens de variation de g . 0,5pt
 - Calculer $g(-1)$, en déduire le signe de g suivant les valeurs de x . 0,5pt
- On considère la fonction f définie sur $] -2; +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$
 - Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition 0,5pt
 - Démontrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ et dresser son tableau de variation. 0,75pt
- Montrer l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β tels que $\alpha \in] -2; -1]$ et $\beta \in [0; 1]$ 0,5pt
- On appelle (C) la courbe représentative de f et (D) la droite d'équation $y = x$:
 - Montrer que la droite (D) : $y = x$ est asymptote à (C) et étudier sa position relative par rapport à (D). 0,75pt
 - Tracer avec soin (C) et (D) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité sur les axes 2cm) 0,5pt
- On désigne par h la restriction de f à l'intervalle $I = [-1; +\infty[$
 - Montrer que h réalise une bijection I vers un intervalle J à préciser 0,25pt
 - Tracer la courbe représentative de $(C_{h^{-1}})$, dans le même repère que (C) 0,25pt
- Déterminer sur l'intervalle $] -2; +\infty[$ la primitive F de f qui prend la valeur 0 en -1 0,5pt

Exercice 3 : 3 points

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}(u_n)^2 \end{cases}$ et $v_n = \ln(\frac{3}{2}u_n)$

- Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison 1pt
- Exprimer (u_n) puis (v_n) en fonction de n 0,5pt
 - En déduire la limite de (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$ 0,25pt
- pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ et $T_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$
 - Exprimer S_n en fonction de n 0,5pt
 - En déduire que $T_n = (\frac{2}{3})^n e^{S_n}$ puis exprimer T_n en fonction de n 0,75pt

Exercice 4 : (3,5 points)

Une urne contient 8 boules blanches et 4 boules noires toutes indiscernables au toucher.

1. On tire simultanément 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir

a) Deux boules blanches et deux boules noires ? 0,5pt

b) Des boules de couleurs différentes ? 0,5pt

2. On tire successivement et sans remise 3 boules de cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir

a) Exactement une boule blanche ? 0,5pt

b) Au moins une boule blanche ? 0,5pt

3. Un jeu consiste à tirer successivement 3 boules de cette urne en remettant la boule tirée après chaque tirage. On gagne 100F par boule blanche tirée et on perd 75F par boule noire tirée. Soit X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu à l'issue de trois tirages..

a) Déterminer la loi de probabilité de X 1pt

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X 0,25pt

c) Ce jeu est-il équitable ? 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES: 4,5 points

ESSO et YOPA sont deux grands commerçants d'une ville A. La Figure 1 ci-dessous est la carte du réseau routier d'une ville du Cameroun sur laquelle on a précisé la consommation en carburant entre deux quartiers. ESSO n'a plus assez d'argent sur lui et son tableau de bord indique qu'il y' encore 21 litres d'essence dans le réservoir de son véhicule. Cependant, il doit impérativement livrer une marchandise dans la ville F avant la fin de la journée.

YOPA quant-à lui a des livraisons à faire dans 8 supermarchés (partant du supermarché S au supermarché E) d'une autre ville X dont les liaisons possibles sont données par la Figure 2 ci-dessous. Les poids sur les arêtes représentent la durée moyenne en heures de parcours dudit trajet. Ne disposant que de 13 heures pour faire ces livraisons dans cette ville avant de passer à la prochaine, YOPA cherche à connaître le trajet qu'il devra emprunter pour terminer ces huit livraisons à temps.

A la fin de sa livraison, YOPA a regroupé dans le tableau ci-dessous la production moyenne en tonne y de son jardin en fonction du nombre d'année pendant 10 ans. Par des calculs, il désire estimer la production de son jardin la quinzième année ; si le couple x, y formé de l'année x et de sa production y est solution de la droite de régression de y en x obtenue à partir de la méthode des moindres carrés.

année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
production (y_i)	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

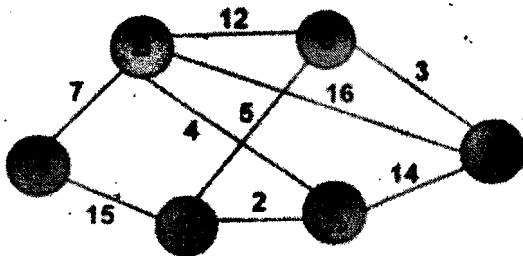


Figure 1.

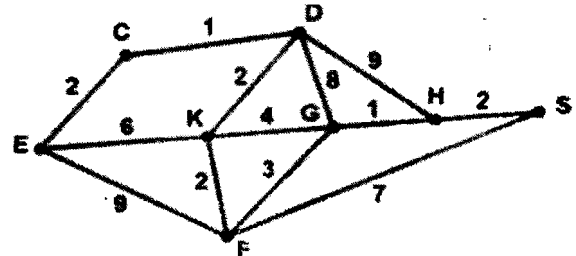


Figure 2.

Tâches :

1- ESSO pourra-t-il arriver dans la ville F avec cette quantité de carburant ?

1,5 pt

2- Quel itinéraire doit prendre YOPA pour terminer sa livraison à temps ?

1,5 pt

3- Aider YOPA à déterminer sa production la quinzième année.

1,5 pt