MINESEC	25 Mars 2024
COLLEGE NGOUNOU	BAC BLANC N°2
BP : 9537 Bonabéri	Classe de Tle C
Département de Mathématiques	4H00' – Coef : 7

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 30 points

Exercice 1 : 10 points

I – Equations différentielles (3,5 points)

Soit les équations différentielles :

$(E): y'' - 4y' + 4y = 2cosx + sinx$ et $(E_0): y'' - 4y' + 4y = 0$.

1. Déterminer les réels a et b pour lesquels la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = acosx + bsinx$ est solution de (E). $[1pt]$
2. Soit f une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E_0). $[1pt]$
3. Résoudre (E_0) et en déduire la forme générale des solutions de (E). $[1,5pt]$

II – Coniques (6,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit (D) la droite d'équation $x = 6$.

F est le point de coordonnées $(8; 0)$. θ est le réel tel que $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$. (Σ_θ) désigne l'ensemble des points M du plan tel que $\frac{MF}{MH} = \frac{1}{sin\theta}$ où H est le projeté orthogonal de M sur (D).

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de (Σ_θ) suivant les valeurs de θ. $[2pts]$
2. Ecrire une équation cartésienne de $(\Sigma_{\frac{\pi}{3}})$. $[1pt]$
3. Préciser les éléments caractéristiques de $(\Sigma_{\frac{\pi}{3}})$. $[1,5pt]$
4. Représenter la courbe de $(\Sigma_{\frac{\pi}{3}})$. $[2pts]$

Exercice 2 : 10 points

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{(lnx)^2}{x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

(unités sur les axes : $1cm$ sur l'axe des abscisses, $2cm$ sur l'axe des ordonnées).

1. Etudier les variations de f puis dresser son tableau des variations. $[2pts]$
2. Tracer $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $[1,5pt]$
3. Pour tout entier $n \geq 1$, on pose $I_n = \int_1^{e^2} \frac{(lnx)^n}{x^2} dx$.

3.a) Calculer I_1 à l'aide d'une intégration par partie. $[1pt]$

3.b) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $I_{n+1} = -\frac{2^{n+1}}{e^2} + (n+1)I_n$. $[1,5pt]$

3.c) Calculer alors I_2 et I_3. $[1pt]$

4. Soit $(\mathcal{E})$ le domaine du plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = e^2$. Calculer l'aire du domaine $(\mathcal{E})$ en cm^2. $[1,5pt]$
5. On fait tourner le domaine $(\mathcal{E})$ autour de l'axe des abscisses et on obtient ainsi un solide de révolution $(\mathcal{S})$. Calculer le volume de ce solide en cm^3. $[1,5pt]$

Exercice 3 : 10 points

I – Similitude directe (3 points)

ABCD est un carré direct de centre I inscrit dans un cercle $(\mathcal{C})$ et $mes(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$.

On note S la similitude directe de centre B qui transforme A en D.

Soit E et F les images respectives de D et I par S.

1. Calculer en fonction de AB, l'aire du disque délimité par $(\mathcal{C})$. $[0,5pt]$
2. Préciser les éléments géométriques (rapport et angle) de S. $[1pt]$
3. Montrer que $S(C) = F$. $[0,5pt]$
4. En déduire que C est le milieu du segment $[BE]$. $[0,5pt]$
5. Soit $(\mathcal{C}')$ l'image du cercle $(\mathcal{C})$ par S. Evaluer l'aire du disque délimité par $(\mathcal{C}')$. $[0,5pt]$

II – Suites numériques (4 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = -\frac{3}{2}$ et $u_{n+1} + u_n = -\frac{1}{2}e^{-\frac{n}{2}} - 2$ $(*)$

1. Déterminer la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = be^{-\frac{n}{2}} + c$, ($b$ et $c \in \mathbb{R}$) telle que (v_n) vérifie la propriété $(*)$. $[1,5pt]$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $w_n = u_n - v_n$. Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera son 1^er terme et sa raison. $[1,5pt]$
3. Exprimer u_n en fonction de n. $[1pt]$

III – Pour chacune des questions suivantes, choisir la bonne réponse (3 points)

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) On donne $A(-1-2i)$; $B(1+i)$ et $C(4-i)$. S est la similitude directe de centre A qui transforme B en C. L'expression analytique de S est :	$\begin{cases} x' = x+y-2 \\ y' = x+y-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x-y-2 \\ y' = -x+y-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x+y-2 \\ y' = -x+y-1 \end{cases}$
2) Une racine sixième de $-8i$ est :	$1-i$	$-1+i$	$-1-i$
3) Si f est un endomorphisme d'un espace vectoriel réel E tel que : $f(\vec{u}) = (x-y)\vec{i} + (x+2y+z)\vec{j} + (-x-y)\vec{k}$. Alors :	$f\circ f = -f$	$f\circ f = Id_E$	$f\circ f = f$

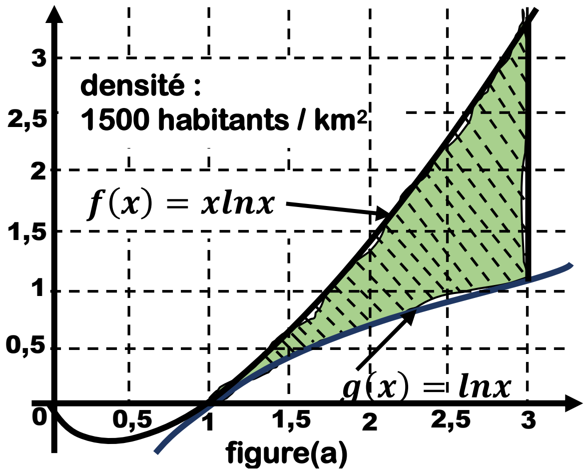
Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES : 09 points

Situation :

Pour cette année 2024, le gouvernement d'un pays voudrait connaitre l'effectif de sa population, connaitre le nombre d'habitants vivants dans sa capitale économique, et réaliser un monument rendant hommage à ses héros.

Mme OUM est l'agent du service de recensement chargée de faire ce travail. Les informations mis à sa disposition sont les suivantes :

- Le taux d'augmentation de la population de ce pays est à chaque instant proportionnel à cette population. En 2000 la population de ce pays était de 30 millions d'habitants, et en 2005 de 40 millions d'habitants.
- La figure(a) ci – contre présente les limites de la capitale économique, avec $2000km^2$ d'unité d'aire. (partie hachurée sur $[1;3]$). Prendre $ln3 \simeq 1,1$.



figure(a)

M. NGWA le technicien en charge de la réalisation de ce monument constate qu'une modélisation en 3D permet d'obtenir une maquette de cet objet lorsqu'on réalise la rotation de la courbe (C_f) de la fonction numérique $f: x \mapsto x\sqrt{2x - x^2}$ sur $[0;2]$, autour de l'axe $(O;\vec{i})$ d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, (unités sur les axes $2m$). Prendre $\pi = 3,15$. Ce monument doit être rempli d'un béton particulier qui coûte 75000 FCFA le m^3.

Tâches:

1. Aider Mme OUM à déterminer l'effectif de la population de ce pays en 2024. $[3pts]$
2. Aider Mme OUM à déterminer le nombre d'habitants de la capitale économique. $[3pts]$
2. Aider M. NGWA à déterminer la somme à prévoir pour réaliser ce monument. $[3pts]$

Présentation : $[1pt]$