



Cette épreuve repartie sur deux pages comporte deux parties indépendantes A et B.

PARTIE A : Evaluation des ressources [15 points]

AP 4/11 : 3

EXERCICE 1 : 5,5 points

On définit la fonction f par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{1 - x}$; et on note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On note D_f son ensemble de définition.

- Justifier que $D_f =] - \infty ; 1[\cup] 1 ; +\infty [$. 0,25pt
- a) Déterminer les limites de f en $-\infty, +\infty, 1^-$ et 1^+ . 1pt
b) En déduire une équation de l'asymptote verticale à (C). 0,25pt
- Montrer que $f(x) = -x + 1 + \frac{4}{1-x}$. 0,5pt
- Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f . 1pt
- soit (D) la droite d'équation : $y = -x + 1$.
 - Démontrer que (D) est asymptote oblique à la courbe (C). 0,5pt
 - Etudier la position relative de (C) et (D). 0,75pt
- Tracer (C) et (D). 1,25pt

EXERCICE 2 : 4 points

- Soit α de $]0, \frac{\pi}{2}[$ et $\Sigma = \cos(\alpha + 331\pi) + \sin\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\alpha - \frac{31\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$
 - Démontrer que $\Sigma = -2 \cos \alpha$. 0,75pt
 - Déterminer les valeurs de α pour lesquelles $\Sigma < 1$. 0,75pt
- On considère les équations (E): $x^2 - 2bx + 1 = 0$ et (E'): $a \cos x + b \sin x + 1 = 0$; a et b sont des nombres entiers.
Une urne contient 5 boules portant les numéros -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; -2. On tire successivement et avec remise 2 boules de l'urne, on attribue à a le numéro obtenu au premier tirage et à b celui obtenu au second tirage.
Combien :
 - De couples distincts (a, b) peut-on avoir ? 0,5pt
 - De couples distincts (a, b) peut-on avoir tel que (E) n'admet pas de solution ? 0,75pt
 - De couples distincts (a, b) peut-on avoir tel que (E) admet deux solutions ? 0,75pt
 - De couples distincts (a, b) peut-on avoir tel que $\frac{\pi}{2}$ soit solution de (E'). 0,5pt

EXERCICE 3 : 5,5 points

- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points $A(0; 2)$; $B(-2; 0)$ et $C(2; 0)$. On note G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(C, 1)$.

1. Montrer que le point O est le milieu du segment [BC]. 0,5pt
 2. En déduire que le point G appartient à la droite (OA). 0,25pt
 3. Déterminer les coordonnées du point G. 0,5pt
 4. Montrer que pour tout point M du plan, $AM^2 + OM^2 = 2GM^2 + 2$. 0,5pt
 5. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :

$$2AM^2 + BM^2 + CM^2 = 28.$$
 1,75pt
- II. Soit ABC un triangle, I et J sont des points tels que $\vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AC}$ et $\vec{AJ} = \frac{3}{4}\vec{AB}$. On note G le milieu du segment [IB].
1. Ecrire I comme barycentre de A et C et J comme barycentre de A et B. 1pt
 2. Montrer que $G = \{(A, 1); (B, 3); (C, 2)\}$. 0,5pt
 3. En déduire que les points G, J et C sont alignés. 0,5pt

PARTIE B : Evaluation des compétences [5 points]

Situation :

Un agriculteur a un terrain d'aire $750m^2$ ayant la forme d'un triangle rectangle dont le plus long côté mesure $65m$. Sur ce terrain, il souhaite effectuer la culture des pommes. Pour sécuriser ce terrain, il a pour projet de l'entourer de 3 rangers de fils barbelé qui se vend à 1250 FCFA le mètre sur le marché.

Pour accroître son capital, il a placé une somme de $6\,000\,000 \text{ FCFA}$ au taux d'intérêt de $x\%$ dans une banque. Après deux ans il a retiré tout le capital et les intérêts produits soit un montant de $6\,615\,000 \text{ FCFA}$, ce qui lui donne le capital suffisant pour investir dans la culture des pommes et la vente des pommes.

Après l'étude du projet, son technicien agricole lui dit que s'il plante 48 pommiers sur son terrain ; chaque arbre produira 600 pommes par an et chaque qu'il plantera un arbre de plus, la production de chaque arbre diminuera de 6 pommes.

Tâches :

1. Déterminer combien il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé. 1,5pt
2. Déterminer le taux d'intérêt de la banque dans laquelle il a placé son argent. 1,5pt
3. Déterminer le nombre de pommier à planter pour une production maximale. 1,5pt

Présentation : 0,5pt