Ministère des Enseignements Secondaires
Centre de Répétition la Conquête

Examen : **Probatoire Blanc**
Session : **Mars 2024**
Spcialité : **F**
Épreuve : **Mathématiques**
Durée : **2h** ; Coefficient : **4**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème que le candidat traitera obligatoirement.

Ap 5

EXERCICE 1 : 5 points

I. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient A, B et C les points d'affixes respectif $z_A = i\sqrt{3} + 1, z_B = -i\sqrt{3} + 1$ et $z_C = -2$.

1. a) Calculer $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$. **0,5pt**

   b) Déterminer le module et l'argument du nombre complexe Z. **1pt**
2. Déterminer l'affixe du centre de gravité G du triangle ABC. **0,5pt**

II. On considère dans le plan complexe les nombres $z_1 = -\sqrt{3} + i, z_2 = 1 + i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Donner la forme algébrique de z_3. **0,5pt**
2. Ecrire sous forme trigonométrique z_1 et z_2. **1pt**
3. En déduire la forme trigonométrique de z_3. **0,5pt**
4. Déterminer les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$. **1pt**

EXERCICE 2 : 4 points

1. Développer $\left(\sqrt{3} - 1\right)^2$. **0,5pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. **1pt**
3. a) En déduire dans $[0; 2\pi[$ les solutions de l'équation

$$(E): 2\cos x^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$ **1,5pt**

   b) Représenter les images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. **1pt**

PROBLEME : 11 points

Partie A : 2 points

Soit ABC un triangle, I et J sont des points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. On note G le milieu du segment $[IB]$.

1. Ecrire I come barycentre de A et C et J comme barycentre de A et B. **1pt**
2. Montrer que $G = \{(A, 1); (B, 3); (C, 2)\}$. **0,5pt**
3. En déduire que les ponts G, J et C sont aligné. **0,5pt**

Partie B : 3 points

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

1. On considère le cercle (C) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 3 + \cos t \\ y = 3 + \sin t \end{cases} t \in]-\pi; \pi]$

   a) Déterminer les éléments caractéristiques de (C). **0,75pt**

   b) Ecrire une équation cartésienne de (C). **0,75pt**

Mars 2024

2. On considère le point $A(3\ ;\ 3)$ et E le milieu du segment $[OA]$. Déterminer et représenter l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MO^2 + MA^2 = 18$. **1,5pt**

Partie C : 6 points

a, b et c sont des nombres réels. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$, dont le tableau de variation est dressée ci-dessous.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	-1	↘	‖ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				$-\infty$ ‖		3		

I. En vous aidant du tableau de variation ci-dessus :

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,5pt**
2. a) Déterminer $f(0), f(2)$ et $f'(0)$. **0,75pt**

   b) En déduire les réels a, b et c. **1pt**

II. On suppose que $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$.

1. Déterminer l'asymptote verticale. **0,25pt**
2. Montrer que la droite d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à C. **0,75pt**
3. Montrer que le point $\Omega(1; 1)$ est centre de symétrique à C. **0,5pt**
4. Construire C. **1,25pt**
5. Déterminer suivant les valeurs du paramètres du réel m, le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$. **1pt**

Mars 2024