

**Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)**

**EXERCICE 1 : (3,75 points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

Soient  $z = x + iy$  et  $z' = x' + iy'$  deux nombres complexes. On considère la transformation R définie par : à tout point M d'affixe  $z$ , on associe le point M' d'affixe  $z'$  tel que :

$$\begin{cases} 2x' = x - y\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 2y' = x\sqrt{3} + y + 1 \end{cases}$$

1. (a) Donne l'écriture complexe de R. 1pt  
(b) Déduis-en la nature exacte et les éléments géométriques de R. 0,75pt
2. Soit  $h$  l'application du plan dans lui-même d'écriture complexe  $z' = -2z + 3i$ .  
Montre que  $h$  est une homothétie de centre  $\Omega$  d'affixe  $i$ . 1pt
3. On pose :  $S = h \circ R$ . Détermine la nature et les éléments géométriques de  $S$ . 1pt

**EXERCICE 2 : (4,5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$ . On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . L'unité graphique est de  $2cm$  sur l'axe des abscisses et de  $5cm$  sur l'axe des ordonnées.

1. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^x - x - 1$ .  
(a) Etudie les variations de  $g$  et dresse son tableau de variations. 0,75pt  
(b) Déduis-en le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 0,25pt
2. (a) Justifie que  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  et montre que pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $f(x) = \frac{1}{\frac{e^x}{x} - 1}$ . 0,75pt  
(b) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . 0,5pt
3. Montre que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$ , puis dresse le tableau de variations de  $f$ . 1pt
4. Ecris une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C_f)$  au point d'abscisse 0. 0,25pt
5. Trace la droite  $(T)$ , les asymptotes et la courbe  $(C_f)$ . 1pt

**EXERCICE 3 : (3 points)**

On considère les suites numériques  $(U_n)$  et  $(V_n)$  définies sur  $\mathbb{N}$  :  $\begin{cases} U_0 = e^3 \\ U_{n+1} = e\sqrt{U_n} \end{cases}$  et  $V_n = -2 + \ln(U_n)$ .

1. Justifie par calculs que  $V_1 = \frac{1}{2}$ . 0,5pt
2. Démontre que  $(V_n)$  est une suite géométrique. Précise son 1<sup>er</sup> terme et sa raison. 1pt
3. Exprime  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . 1pt

4. Etudie la convergence de la suite  $(U_n)$ .

0,5pt

**EXERCICE 4 : (3,75 points)**

On considère le graphe pondéré ci-contre.

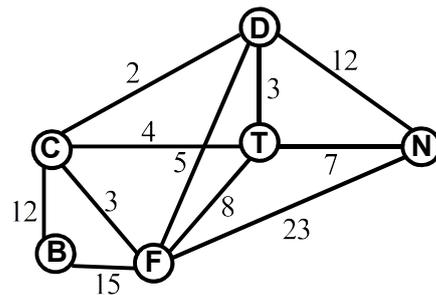
1. Justifie que ce graphe n'est pas complet. **0,5pt**

2. Montre que ce graphe admet une chaîne eulérienne. **0,5pt**

3. En utilisant le lemme des poignées de main, détermine le nombre d'arêtes du graphe. **0,5pt**

4. En utilisant l'algorithme de **DIJKSTRA**, détermine la chaîne de poids minimal reliant le sommet  $B$  au sommet  $N$ . **1,25pt**

5. En utilisant l'algorithme de **KRUSKAL**, détermine un arbre couvrant de poids minimal de ce graphe et précise le poids de cet arbre. **1pt**



**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

**SITUATION :**

Au début de la croissance de certaines plantes (telles que le cacao, le café,...), on estime que le poids de la plante varie proportionnellement à lui-même. Pour une espèce donnée de cacao, le poids  $P$  (en  $g$  par jour) varie en fonction du temps  $t$  (en jours) selon l'équation  $P'(t) = 0,18P(t)$ . Le poids de la plante après un jour est de  $2g$ .

Lors d'une période de sécheresse, **M. AKOA**, un agriculteur relève la quantité totale d'eau (en  $m^3$ ) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés $x_i$	1	3	5	8	10
Volume d'eau utilisé (en $m^3$ ) $y_i$	2,25	4,3	8	17,5	27

Au cours de la campagne café-cacao, **M. AKOA** décide de louer un magasin de stockage. Le loyer annuel initial du magasin est de 600.000 FCFA. **M. AKOA** s'engage à le louer pendant 5 années successives. Le propriétaire du magasin lui fait alors deux contrats au choix.

**Contrat 1:** Il y aura une augmentation forfaitaire de 2000 FCFA du loyer annuel de l'année suivante ;

**Contrat 2:** Il y aura une augmentation de 2% du loyer annuel de l'année suivante.

**Tâches :**

1. Quel est le poids de la plante après 30 jours ? **1,5pt**

2. Donne une estimation du volume d'eau utilisé au 20<sup>ème</sup> jour. **1,5pt**

3. Quel est le contrat le plus avantageux pour **M. AKOA** ? **1,5pt**

**Présentation générale:** **0,5pt**