REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

Examen : BAC BLANC N° 2
Série : C/E   Session : Mars 2024
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h   Coefficient : 7
Prof : T. N. AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

On considère trois urnes U, V et W contenant chacune des boules portant le numéro ① ou le numéro ② .La probabilité de tirer une boule numérotée ① de U est $p_1 = 0,4$; celle de tirer ① de V est $p_2 = 0,5$ et enfin celle de tirer ① de W est $p_3 = 0,7$. On tire une boule de U , une boule de V et une autre de W. On désigne par a, b et c les numéros respectifs de ces boules. Soit (Q) le plan d'équation : $ax + by + cz + 6 = 0$, et soit $\mathscr{E}$ la conique d'équation $\frac{x^2}{a^2} - (-1)^c \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Calcule la probabilité pour que :

1. (Q) soit parallèle au plan $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$. **0,75pt**
2. (Q) contienne le point $M(0;-2;-1)$. **0,75pt**
3. $\mathscr{E}$ soit une ellipse. **0,75pt**
4. $\mathscr{E}$ soit une hyperbole équilatère. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$, on considère l'ensemble (H) des points M de coordonnées (x, y) vérifiant la relation $-23x^2 + 3y^2 + 26\sqrt{3}xy = 36$.

Soit f l'application qui au point $M(x, y)$ associe le point $M'(x' ; y')$ tel que : $\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y. \end{cases}$

1. Donne l'écriture complexe de f puis la nature et les éléments caractéristiques de f. **0,75pt**
2. **(a)** Détermine une équation cartésienne de (H') image de (H) par f. **0,75pt**
   (b) Donne la nature de (H') ; précise ses sommets, les foyers et l'excentricité. **0,75pt**
   (c) Construis (H') puis déduis-en la nature et une construction de (H). **1pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

On considère les fonctions f, F et H définies sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$, $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$ et $H(x) = \int_x^{2x} f(t)\,dt$.

1. **(a)** Justifie que f et H sont bien définies sur $[1; +\infty[$. **0,5pt**
   (b) Quelle relation existe-t-il entre F et f ? **0,25pt**
   (c) Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
   Donne une interprétation graphique du nombre $F(3)$. **0,25pt**
2. On se propose, dans cette question, de donner un encadrement du nombre $F(3)$.
   (a) Montre que pour tout réel $x > 0$, $\frac{x}{e^x - 1} = \frac{xe^{-x}}{1 - e^{-x}}$. **0,25pt**

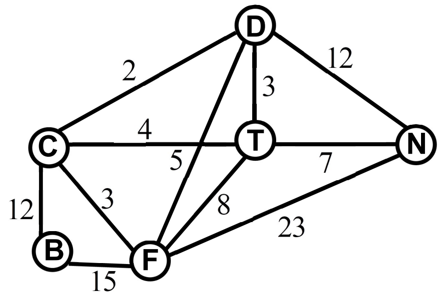
(b) Déduis-en que $\int_1^3 f(t)\,dt = 3\ln\left(1-\frac{1}{e^3}\right)-\ln\left(1-\frac{1}{e}\right)-\int_1^3 \ln\left(1-e^{-x}\right)dx.$ **0,75pt**

(c) Déduis-en un encadrement de $F(3)$. **0,5pt**

3. Montre que la fonction H est dérivable sur $[1;+\infty[$, puis détermine sa dérivée. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4,75 points)

A) On considère le graphe pondéré ci-contre.



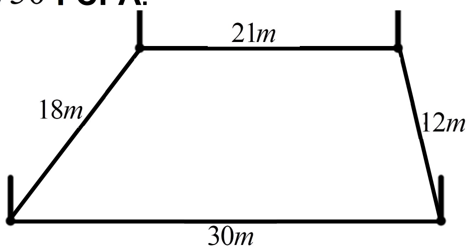
1. Justifie que ce graphe n'est pas complet. **0,5pt**
2. Montre que ce graphe admet une chaine eulérienne. **0,5pt**
3. En utilisant le lemme des poignées de main, détermine le nombre d'arêtes du graphe. **0,5pt**
4. En utilisant l'algorithme de **DIJKSTRA**, détermine la chaine de poids minimal reliant le sommet B au sommet N. **1,25pt**
5. En utilisant l'algorithme de **KRUSKAL**, détermine un arbre couvrant de poids minimal de ce graphe et précise le poids de cet arbre. **1pt**

B) Soit $\theta \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$. Résous sur $\mathbb{R}$ l'équation $(E_\theta):(1+\cos 2\theta)y''-2y'\sin 2\theta+2y=0.$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

Un lot à usage d'habitation a la forme d'un trapèze dont les deux bases mesurent respectivement $30m$ et $21m$; les deux autres côtés mesurent $18m$ et $12m$. Pour la clôture, le propriétaire a besoin des poteaux de support à égale distance mesurée en nombre entier de mètres pour un minimum de poteaux, avec un poteau à chaque sommet. Le prix d'un poteau est de 750 **FCFA**.



Sur une partie de ce lot, le propriétaire fait construire une piscine. Dans le plan affine euclidien rapporté a un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la piscine est représentée par l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan vérifiant l'équation $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$. Le fond de la piscine sera entièrement recouverte par des carreaux vendus en cartons. Chaque carton coûte 15.000 **FCFA** et peut recouvrir $1m^2$. L'unité graphique est le mètre.

Tâches :

1. Calcule la somme à prévoir par le propriétaire pour l'achat des poteaux. **1,5pt**
2. Calcule la somme à prévoir par le propriétaire pour l'achat des carreaux. **1,5pt**
3. Représente à l'échelle $\frac{1}{100}$ le schéma du bord de la piscine. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt