B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28
e-mail : collegevogt@yahoo.fr

Département de Mathématiques	MINI SESSION	Situation 2

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Classe : P^{ère}C & C* | Durée : 2 heures 45min | coefficient :

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 POINTS

EXERCICE 1 : (05 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère les droites (D_1) et (D_2) d'équations cartésiennes respectives $-5x+3y=26$ et $5x-3y=8$. A est le point de coordonnées $(-4;2)$.

1) Soient C et F les points de coordonnées respectives $\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ et $(-9;5)$.
   a- Déterminer une représentation paramétrique du cercle (C) de centre F et de rayon 8. **0,75pt**
   b- Déterminer une équation cartésienne du cercle (C') de centre C et de rayon $\sqrt{34}$. **0,75pt**
   c- Montrer que les cercles (C) et (C') sont sécants. **0,75pt**
2) Soit la droite (Δ), l'axe médian des droites (D_1) et (D_2) ((D_1) et (D_2) sont parallèles).
   a- Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (Δ) est $5x-3y=-9$. **1pt**
   b- Soit m un nombre réel et Ω_m le point de coordonnées $\left(3m-\frac{3}{2};5m+\frac{1}{2}\right)$. Déterminer l'ensemble décrit par les points Ω_m lorsque m varie sur $\mathbb{R}$. **0,75pt**
   c- Déterminer la famille des cercles tangents simultanément aux droites (D_1) et (D_2). **1pt**

EXERCICE 2 : (06,5 points)

1) En remarquant que $\frac{\pi}{6}=2\times\frac{\pi}{12}$, montrer que $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et que $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. **0,5pt**
2) On donne $A(x)=\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\cos x+\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\sin x$.
   a- Déterminer les nombres réels r et θ tel que $A(x)=r\sin(x+\theta)$. **0,75pt**
   b- Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $A(x)=2$. **0,75pt**
   c- En déduire de la question précédente la résolution dans $]-\pi;\pi]$ de l'inéquation $A(x)<2$. **0,75pt**
3) On donne les expressions suivantes $A=cos^3\left(\frac{\pi}{12}\right)+cos^3\left(\frac{5\pi}{12}\right)+cos^3\left(\frac{7\pi}{12}\right)+cos^3\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $B=sin^3\left(\frac{\pi}{12}\right)+sin^3\left(\frac{5\pi}{12}\right)+sin^3\left(\frac{7\pi}{12}\right)+sin^3\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.
   a- Montrer que pour tout réel x, $cos^3x=\frac{1}{4}(\cos 3x+3\cos x)$ et $sin^3x=\frac{1}{4}(3\sin x-\sin 3x)$. **1pt**
   b- En déduire de la question 3)a- la valeur exacte de A et celle de B. **1pt**
4) EFG est un triangle quelconque. Les nombres a,b et c sont respectivement les mesures en radian des angles aux sommets E, F et G.
   a- Justifier que $\frac{a+b}{2}=\frac{\pi-c}{2}$ et $\frac{c}{2}=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{a+b}{2}\right)$. **0,25pt**
   b- Montrer que $\sin a+\sin b=2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$. **0,75pt**
   c- En déduire des questions 4)a- et 4)b- que $\sin a+\sin b+\sin c=4\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}\cos\frac{c}{2}$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (03,5 points)

Soient α et β deux nombres réels tels que $\alpha\leq\beta$ et vérifiant (S): $\begin{cases}3\alpha\beta-2(\alpha+\beta)=\frac{2m+3}{m+3}\\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{5m}{4m+1}\end{cases}$ $(m\in\mathbb{R})$

On pose $S=\alpha+\beta$ et $P=\alpha\beta$. Le but de l'exercice est de résoudre (S) suivant les valeurs de m.

1) Montrer que pour tout nombre réel m différent de -3, $S=\frac{5m}{m+3}$ et $P=\frac{4m+1}{m+3}$. **0,5pt**

ntrer que α et β sont solutions de l'équation (E): $(m+3)x^2 - 5mx + 4m + 1 = 0$. **0,5pt**

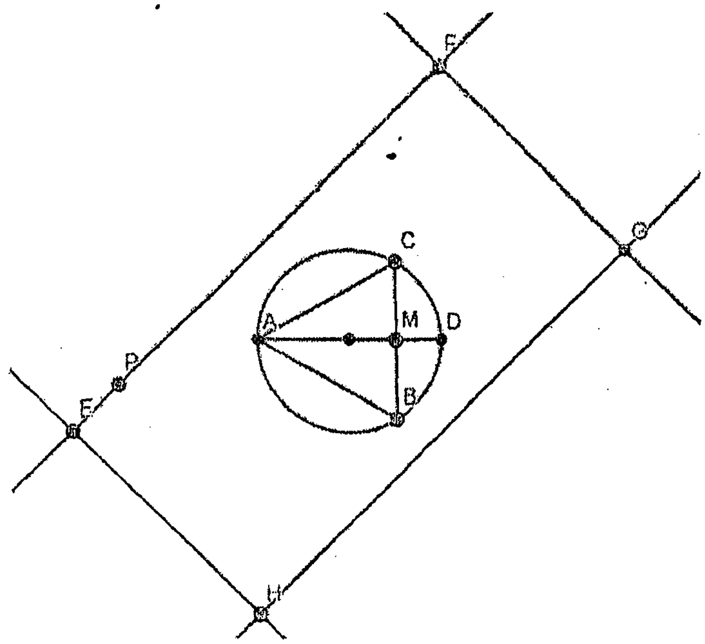
it Δ le discriminant de l'équation (E). Montrer que $\Delta = 9m^2 - 52m - 12$. **0,5pt**

soudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $9m^2 - 52m - 12 \geq 0$. **0,5pt**

déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système (S) suivant les valeurs de m. **1,5pt**

E B : EVALUATION DES COMPETENCES — 05 POINTS

: plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ **d'unité le décamètre**. La figure ci-contre où EFGH ı rectangle représente le domaine de Monsieur IGREC. Ce domaine est délimité par les droites (EF), (EH) et (FG). Les droites (EF) et (FG) ont pour équations cartésiennes respectives $-x + y = 4$ et $= 8$. La borne H a pour coordonnées $(-2; -6)$. Monsieur IGREC aimerait avoir une idée sur la ficie de son domaine afin d'optimiser son itation.



onsieur IGREC désire construire une piscine sur lomaine. Cette piscine est représentée par le gle isocèle ABC isocèle en A et inscrit dans un circulaire de rayon 2 décamètres. Les points A sont diamétralement opposés. La droite endiculaire à la droite (AD) en M rencontre le circulaire en B et C. En posant AM=x, Monsieur C veut déterminer l'aire occupée par la piscine ınt que la distance BM est égale au tier de la ıce AM.

entrée principale du domaine se trouve au point la frontière représentée par la droite (EF). Le P a pour coordonnées $(-5; -1)$. Pour surveiller son domaine, il doit placer un mirador tanément à $2\sqrt{2}$ décamètre du point P et de la frontière (EF). Son gardien déclare qu'à plus de 10 mètres, le contrôle ne peut être efficace. Le gardien réitère qu'à partir du mirador, il ne pourra pas er un contrôle efficace de la zone proche de la frontière représentée par la droite (FG).

IES.

ide Monsieur IGREC à déterminer la superficie de son domaine. **1,5pt**

éterminer la superficie occupée par la piscine. **1,5pt**

e gardien a-t-il raison ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt