FASCICULE DE MATHÉMATIQUE NIVEAU SYSTÈME

SECONDE SCIENTIFIQUE

Proposé par Mr Adbéel MAYOUMA Professeur certifié de lycée

Tél : 06 877 94 96. 06 9986898. 05 5991301.

Nous sollicitons et accueillerons avec intérêt les remarques susceptibles de l'améliorer

Premier trimestre

Chapitre 1 : Connaître les nombres et Calculs dans $\mathbb{R}$ et expressions algébriques

Exercice1

1) Reproduire et compléter les pointillés à l'aide des symboles $\in$ ou $\notin$.

a) $11 \ldots . \mathbb{N}$; $\sqrt{7} \ldots . \mathbb{Q}$; $\sqrt{9} \ldots . \mathbb{Z}$

b) $11 \ldots \mathbb{Z}$; $413 \times 10^{-2} \ldots . \mathbb{Z}$; $\frac{5}{4} \times 10^{2} \ldots \mathbb{Q}$

c) $0,33 \ldots \mathbb{D}$; $0 \ldots \mathbb{Z}$; $\left(\sqrt{3}\right)^{2} + 1 \ldots \mathbb{N}$

d) $\frac{1}{3} \ldots \mathbb{D}$; $\frac{\pi}{3,14} \ldots \mathbb{N}$; $\frac{\pi}{2} \div \frac{\pi}{3} \ldots \mathbb{D}$

e) $\left(3 - \sqrt{2}\right)^{2}$; $\frac{4}{3} + \frac{5}{2} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{25}{3}$

f) $\frac{1,21}{1,1} \times 10^{-3}$; $3\sqrt{2} \times \sqrt{2}$; $\frac{-4\pi}{\pi}$

g) $\frac{9 \times (10^{4})^{3}}{10^{7} \times 12 \times 10^{5}} \times 4^{7} \ldots \mathbb{Z}$; $\sqrt{500} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5} \ldots \mathbb{D}$; $\left(1 + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3} - 1\right) \ldots \mathbb{N}$

2) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Intervalle	Encadrement	Valeur absolue	Schéma
$x \in [-2; 10]$			
	$1 \leq x \leq 3$		
		$\lvert x-3 \rvert \leq 4$	

Exercice2

Déterminer la nature des nombres suivants :

$A = (2^3)^5 - 4^{-1}$; $B = \left(\sqrt{3} - 5\right)^2 + 9\sqrt{3}$; $C = \frac{3\times10^{-5}\times(10^2)^4}{6\times10^{14}}$; $D = \frac{5}{3} \div \frac{-4}{9}$

$E = \sqrt{100} - \sqrt{72} + 6\sqrt{2}$; $F = \frac{50}{9} \times \frac{21}{2} + 3$; $G = \frac{1,5}{0,5} \times 10^3$

Exercice3

Ecrire chaque nombre sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{4}{7} \times \frac{7}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3} - 3 \times \frac{1}{2}\right)$; $B = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{14}{15}}{\frac{7}{6} + 1 \div \frac{12}{5}}$; $C = \frac{7}{16} \times \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{11}{7} \div \frac{44}{5}$; $D = \frac{1 - \frac{1}{\pi}}{1 + \frac{1}{\pi}} \div \frac{\pi^2 - \pi}{\pi^2 + \pi} \times \frac{1}{\pi}$

Exercice4

1) On donne : $A = 97,9$; $B = 4013,04$; $C = 0,035$; $D = 7,3 \times 10^{-5}$. Donner l'ordre de grandeur de A, B, C et D.
2) Donner l'ordre de grandeur de AB et CD^2.
3) Donner l'ordre de grandeur des nombres suivants :
   $E = 503,4 \times 10^{-3}$; $F = 1251 \times 10^7$; $G = 83,01 \times 10^{11}$.

Exercice5

1) x désigne un nombre réel tel que : $0,1 < x < 0,5$. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de $3 + 5x^2$.
2) Déterminer les arrondis d'ordre 0 et 1 du volume d'une sphère de rayon $15\ cm$.
3) Déterminer les arrondis d'ordre 0 et 1 du volume d'un cône de révolution de hauteur $3cm$ et de rayon de base $5cm$.

Exercice6

1) Donner un nombre entier non naturel.
2) Donner un nombre rationnel non décimal.

3) Donner un nombre réel positif non rationnel.
4) Donner un nombre décimal négatif non entier.

Exercice7

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

1) L'opposé d'un nombre entier relatif est un nombre entier naturel.
2) L'inverse d'un nombre entier naturel non nul est un nombre décimal.
3) La racine carrée d'un carré est un nombre entier naturel.
4) Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

Exercice8

Ecrire chaque nombre sous la forme scientifique.

1) $5900 \times 0,032$.
2) $5 \times 10^{7} \times 4,1 \times 10^{-4}$.
3) $\frac{36\times10^{5}\times0,4}{4^{2}\times3\times10^{3}}$.
4) $\frac{15,5\times(10^{4})^{2}\times0,7}{(10^{-2})^{3}\times5}$

Exercice9

Montrer chacune des égalités suivantes :

1) Pour $x \neq 2$, $x + 1 - \frac{1}{x-2} = \frac{x^{2}+3x+1}{x+2}$
2) $x > 2, \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \frac{4}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$

Exercice10

Comparer les nombres suivants ;

1) $7\sqrt{2}$ et $2\sqrt{7}$.
2) -10 et $-6\sqrt{10}$.
3) $2 + \sqrt{3}$ et $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.
4) $\frac{n}{n+1}$ et $\frac{n+1}{n+2}$ avec $n \in \mathbb{N}$
5) $\frac{50000}{50001}$ et $\frac{49999}{50000}$
6) a, b et c désignent des nombres réels strictement positifs $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+c}{b+c}$
7) $\frac{5,5}{3,5}$ et $\frac{\sqrt{2}+7,5}{\sqrt{2}+5,5}$
8) x désigne un nombre réel strictement négatif $\frac{5x}{7}$ et $\frac{3x}{4}$; $\frac{5}{7x}$ et $\frac{3}{4x}$
9) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $\sqrt{a+b}$

Exercice11

Donner un intervalle :

a) Majoré et minoré.
b) Minoré et no majoré.
c) Majoré et ayant un minimum.
d) Non minoré et non ayant un maximum.

Exercice12

Pour chaque intervalle, déterminer, lorsqu'il existe, un majorant, un minorant, le maximum et le minimum.

a) $[0; 10]$.
b) $[-3; 28[$.
c) $]1; 4[$.
d) $]-\infty; 0]$.
e) $[-5; +\infty[$.
f) $]-2; +\infty[$.

Exercice13

1) On donne $x = 0,01010101\ldots$ et $y = 7,01010101\ldots$

On dit que les développements décimaux de x et y sont périodiques.

a) Montrer que $100x = 1 + x$.
b) En déduire que $x = \frac{1}{99}$ puis la nature de x.
c) De la même manière, donner la valeur de y et sa nature.

2) En utilisant le même type de raisonnement, montrer que :
   a) $0,9999999999\ldots. = 1$.
   b) $1,11999999\ldots = 1,12$.

Exercice14

1) Montrer que pour tous nombres réels x et y : $\left||x| - |y|\right| \leq |x - y|$.
2) x et y désignent deux nombres réels : $|x| < 1$ et $|y| < 1$.
   a) Montrer que $|xy| < 1$, puis $1 + xy > 0$.
   b) Développer $(1 + x)(1 + y)$ et $(1 - x)(1 - y)$.
   c) En déduire que : $\left|\frac{x+y}{1+xy}\right| < 1$.

Exercice15

Sans calculatrice, calculer les nombres suivants :

a) 101^3
b) $70^3 + 30^3$

c) $100^3 - 90^3$
d) 99^3
e) $100^2 - 98^2$
f) $101^2 - 99^2$
g) $102^2 - 100^2$.

Exercice16

1) Montrer que pour tous nombres réels a, b, c, d :
$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$.
2) On donne $A = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$ tels que $a \geq b \geq 0$.
   a) Justifier l'existence de A.
   b) Calculer A^2.
   c) En déduire la valeur exacte de A.

Exercice17

La vitesse de la lumière dans le vide est $299,79 \times 10^3 km/s$.

La distance entre la terre et le soleil est $149597 \times 10^6 km$.

1) Donner l'ordre de grandeur des nombres donnés.
2) En déduire l'ordre de grandeur du temps en secondes, puis en minutes mis par la lumière pour aller du soleil à la terre.

Exercice18

1) Définir les termes suivants :
   a) Nombre rationnel.
   b) Nombre irrationnel.
2) Calculer $B = \frac{10^2 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^5 \times 3^5}{6}}$
3) Simplifier l'expression suivante : $C = \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{30}}$

Exercice19

1) Soit a, b et c trois nombres réels non nuls et on donne :
$A = \frac{(a^{-3} \times c^2)^4 (b^3 \times a^2 \times c^{-5})^{-2}}{(a^{-1} \times b^{-4} \times c^7)^3}$ Ecrire A sous la forme $A = a^m \times b^n \times c^p$ où m, n et p sont des entiers relatifs.
2) Simplifier les expressions suivantes :

$B = \sqrt[3]{8} - \sqrt{\sqrt[3]{16}} + \sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{2}$ et $C = \frac{\frac{\frac{x}{y}}{1 - \frac{x}{y}} + \frac{1}{1 + \frac{x}{y}}}{\frac{\frac{x}{y}}{1 + \frac{x}{y}} - \frac{1}{1 - \frac{x}{y}}}$ avec $y \neq 0$.

3) Soit a, b, c des nombres réels strictement positifs. Ecrire plus simplement les expressions suivantes :

a) $A = \frac{a^{\frac{2}{3}} \times b^{\frac{2}{5}}}{5\sqrt{a} \times \sqrt[5]{\sqrt[3]{\frac{1}{b}}}} \times \sqrt[15]{a^8 \times b^8}$

b) $B = (a^2 + a^{\frac{2}{3}} \times b^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} + (b^2 + a^{\frac{4}{3}} \times b^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$

Exercice20

1) Mettre sous la forme d'intervalle :
   a) $|x-3| \leq 4$.
   b) $|y+2| \leq 3$.
   c) $|z-1| > 3$.
2) On donne : $A = [-1; 7]$ et $B = [-5; 1]$. Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.
3) Mettre sous forme de valeurs absolues les intervalles suivants :
   a) $x \in]-\infty; 8] \cup [12; +\infty[$.
   b) $x \in [-2; 10]$
4) Démontrer que : $|x+y| = |x| + |y| \Leftrightarrow |xy| = xy$

Exercice21

1) Comparer les réels :
   a) $7 - 3\sqrt{5}$ et $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$;
   b) $A = 2x + 5y$ et $B = 5x + 2y$ sachant que $x \leq y$;
   c) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ et $\frac{a+b}{2}$ sachant que $a > 0$ et $b > 0$.
2) On donne deux nombres entiers naturels : $a = 1240$ et $b = 320$.
   a) Déterminer le $PGCD(a; b)$.
   b) En déduire le $PPCM(a; b)$.

Exercice22

Soit $A =]-\infty; 1] \cup [\sqrt{5}; +\infty[$ et $B = [-\sqrt{2}; 7]$.

1) Déterminer $A \cap B$
2) Déterminer $A \cup B$.
3) Démontrer que : $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{2}$.
4) Calculer $C = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{\frac{4\sqrt{48}}{\sqrt{3}}}}}}} - 3$

Exercice23

Soient x, y et z trois réels positifs.

1) Développer $(x-y)^2$.
2) Exprimer xy en fonction de x et y.
3) Montrer que : $xy \leq \frac{1}{2}(x^2+y^2)$.
4) En déduire que : $xy + yz + xz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice24

Soit x_0 un nombre réel, $\propto$ et β sont deux nombres réels strictement positifs.

Soit $E = \{x \in \mathbb{R} \,/\, d(x, x_0) < \propto\}$ et $F = \{x \in \mathbb{R} \,/\, d(x, x_0) < \beta\}$

1) Ecrire E et F sous forme d'intervalle.
2) Déterminer $E \cap F$ lorsque $\propto = \beta$.
3) Soit $X = \sqrt{4+\sqrt{15}}$ et $Y = \sqrt{4-\sqrt{15}}$. Calculer le produit XY.
4) On pose $A = X + Y$ et $B = X - Y$.
   a) Vérifier que $A > 0$ et $B > 0$.
   b) Calculer A^2 et B^2.
   c) En déduire A et B.

Exercice25

1) On donne $C = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(ac-a)(c-b)}$ avec $a \neq b \neq c$. Démontrer que $C = 0$.
2) Calculer $D = \left[\frac{4}{\frac{1}{1+\frac{a}{b+c}} + \frac{1}{1+\frac{b}{a+c}} + \frac{1}{1+\frac{c}{a+b}}}\right] - \left[\frac{1+\frac{5}{3}}{1-\frac{5}{3}}\right]$
3) Le nombre $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé nombre d'or.
   a) Montrer que $a^2 = a + 1$.
   b) En déduire le calcule de $B = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}}$
4) On donne $X = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$
   a) Montrer que $X < 0$.
   b) Calculer X^2 puis en déduire la valeur de X.
5) On donne $a = 0,72222222\ldots$
   a) Montrer que $a = \frac{7}{10} + \frac{2}{90}$

b) Calculer $a = \frac{7}{10} + \frac{2}{90}$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice26

1) Montrer que pout tout entier naturel n, $(n+2)^2 - n^2$ est divisible par 4.
2) Démontrer que pour tous réels x et y strictement positifs :
   a) $\frac{1}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2xy}$
   b) $\frac{x+y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$
3) Soit $B = \sqrt{\propto + \beta + \sqrt{\propto \beta}}$. Simplifier B.
4) Calculer $A = \frac{\left(\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}\right)^2 \left(\sqrt{\sqrt[7]{8}}\right)^{14}}{\sqrt[3]{\sqrt[10]{\sqrt{16}}}}$
5) Démontrer que : $a > b$; $\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(a + \sqrt{a^2 - b}\right)} + \sqrt{\frac{1}{2}\left(a - \sqrt{a^2 - b}\right)}$
6) Déterminer les réels a et b tels que : $\sqrt[9]{a} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{24}}\sqrt[6]{\sqrt[7]{8}}}{\sqrt[3]{\sqrt[5]{54}}}$ et $b^7 = \frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}}}}{\sqrt[3]{\sqrt[6]{\sqrt{6}}}}\sqrt[3]{\sqrt{3}}$

Exercice27

1) Calculer $A^2 = \frac{\sqrt[4]{\sqrt{25}} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[6]{\sqrt{625}}}{\left(\sqrt[12]{5}\right)^{-13}}$
2) En déduire la valeur de A
3) Calculer $C = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{65536}}}}$
4) Simplifier le nombre : $B = \frac{\sqrt{9}\sqrt{27}\left(\sqrt[3]{9}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}}$
5) Ecrire sous la forme a^q avec $a \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{Q}$ les nombres suivants :
   a) $A = \frac{\sqrt[3]{25}}{5} \times \frac{8\sqrt[3]{4}\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}$
   b) $B = \frac{\sqrt[5]{2} \times \sqrt{8}}{\sqrt{\sqrt[5]{128}}}$
   c) $C = \sqrt{\sqrt{3}} + \sqrt[4]{1875} - \sqrt[4]{243}$
   d) $D = \sqrt{\sqrt{3}} + \sqrt[4]{1875} + \sqrt[4]{243}$

Exercice28

Soit $\propto$ un nombre réel.

1) Développer l'expression $(1-\propto)\left(1+\propto+\propto^2+\propto^3+\propto^4+\propto^5+\propto^6\right)$

2) En déduire que pour tout $\propto \neq 1$, $1+\propto+\propto^2+\propto^3+\propto^4+\propto^5+\propto^6=\frac{1-\propto^7}{1-\propto}$
3) En déduire la valeur exacte de $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$

Exercice29

Soit n un entier naturel vérifiant : $n^2(n+1)^2+2n(n+1)=1848$.

On pose : $A=n^2(n+1)^2+2n(n+1)$.

1) Après avoir factoriser A, montrer que $A=a(a+2)$ avec $a=n(n+1)$.
2) En déduire que $A+1$ est un carré parfait s'exprimant en fonction de a.
3) Trouver alors la valeur de $a+1$ puis celle de a.
4) En déduire de la question précédente la valeur de n.

Exercice30

Soit x, y et z trois réels distincts et non nuls tels que : $x+y+z=0$.

1) Développer $(x+y+z)^3$.
2) Montrer que $\frac{x}{y-z}\left(\frac{z-x}{y}+\frac{x-y}{z}\right)=\frac{2x^2}{yz}$
3) On pose $A=\left(\frac{x}{y-z}+\frac{y}{z-x}+\frac{z}{x-y}\right)\left(\frac{y-z}{x}+\frac{z-x}{y}+\frac{x-y}{z}\right)$
a) Montrer que $A=3+2\left(\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}\right)$
b) Montrer que $x^3+y^3+z^3=3xyz$
c) En déduire la valeur de A.

Exercice31

Sur une droite (Δ) munie d'un repère $(O,\vec{\imath})$, on considère des points fixes A, B et C d'abscisses respectives $\propto, 1+\propto, 2+\propto$. Soit M un point de (Δ) d'abscisses x.

1) Exprimer en fonction de $\propto$ et x le nombre :

$$P(x)=MA^2\times\overline{BC}+MB^2\times\overline{CA}+MC^2\times\overline{BA}+\overline{BC}\times\overline{CA}\times\overline{AB}$$

2) On considère le polynôme $P(x)=(x-\propto)^2-2(x-\propto-1)^2+(x-\propto-2)^2-2$.
a) Quel est le degré maximal du polynôme P ?
b) Calculer $P(\propto)$, $P(\propto+1)$ et $P(\propto+2)$.
c) En déduire que $\forall x\in\mathbb{R}$, $P(x)=0$.

Chapitre2 : Outil vectoriel du plan

Exercice1

$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **désigne un repère du plan.**

$\vec{u}(2;\ 1), \vec{v}(3;1)$ **et** $\vec{w}(-1;2)$ **sont trois vecteurs.**

1) **Justifier que** $(\vec{u},\vec{v})$ **est une base du plan.**
2) **Déterminer les coordonnées de** $\vec{w}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.

Exercice2

$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **désigne un repère du plan.**

On donne les points $A(-4;\ -2)$, $B(8;7)$ **et** $C(2;\ -1)$.

1) **Placer les points** A, B **et** C **dans le repère.**
2) **On donne les vecteurs** $\vec{u}(-2;1)$ **et** $\vec{w}(1;-2)$
   a) **Montrer que** $(\vec{u},\vec{v})$ **est une base du plan.**
   b) **Calculer les coordonnées des vecteurs** $\vec{\imath}$ **et** $\vec{\jmath}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.
   c) **Donner les coordonnées des vecteurs :** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ **et** $\overrightarrow{BC}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.

Exercice3

$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **désigne un repère du plan.**

$\vec{u} = -2\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}$ **et** $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ **sont deux vecteurs.**

1) **Montrer que** $(\vec{u},\vec{v})$ **est une base du plan.**
2) **Exprimer** $\vec{\imath}$ **et** $\vec{\jmath}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.
3) **En déduire les coordonnées de** $\vec{\imath}$ **et** $\vec{\jmath}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.

Exercice4

On désigne par $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **et** $(\vec{u},\vec{v})$ **deux vecteurs de bases du plan vectoriel tels que :** $\vec{\jmath} = -\frac{2}{3}\vec{u} + 2\vec{v}$ **et** $\vec{u} = -2\vec{\imath} + \frac{3}{2}\vec{\jmath}$

1) **Déterminer les coordonnées des vecteurs** $\vec{\imath}$ **et** $\vec{\jmath}$ **dans la base** $(\vec{u},\vec{v})$.
2) **Déterminer les coordonnées des vecteurs** $\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ **dans la base** $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
3) $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **désigne un repère du plan. On donne dans ce repère les points** $A(-3,2)$ **et** $M(x,y)$. **Exprimer les coordonnées** x' **et** y' **du point** M' **dans le repère** $(A,\vec{u},\vec{v})$ **en fonction de** x **et** y.

Exercice5

$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ **désigne un repère du plan.**

$\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ **et** $\vec{v} = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ **sont deux vecteurs.**

1) **Montrer que** $(\vec{u},\vec{v})$ **est une base du plan.**

2) Exprimer $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.
3) Soit $\vec{w}$ un vecteur du plan défini par : $\vec{w} = \vec{\imath} + (m^2 - 1)\vec{\jmath}$ avec m un réel. Exprimer $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

<u>Exercice6</u>

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ désignent deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| \leq 4$ et $\|\vec{v}\| \leq 3$

1) Tracer deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ possibles.
2) Tracer $3\vec{u} - \vec{v}$
3) Démontrer que $\|3\vec{u} - \vec{v}\| \leq 15$
4) Soit $\vec{w}$ un troisième vecteur de ce plan :
   a) Démontrer que $\|\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| + \|\vec{w}\|$
   b) Construire $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} + \vec{w}$; $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$; $\vec{u} - \vec{v} + \overrightarrow{w}$; $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ et $-\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$.

<u>Exercice7</u>

$(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ désignent une base du plan.

Calculer :

1) dét$(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$
2) dét$(2\,\vec{\imath}, 3\,\vec{\jmath})$
3) dét$(\vec{\imath},\ \vec{\imath} + \vec{\jmath})$
4) dét$(\vec{\imath} + \vec{\jmath},\ \vec{\imath} - \vec{\jmath})$
5) Démontrer que : pour tout vecteur $\vec{u}(a, b)$, $\vec{v}(c, d)$, $\vec{w}(e, f)$ on a :
   dét$(\vec{w},\ \vec{u} + \vec{v})$ =dét$(\vec{w}, \vec{u})$ +dét$(\vec{w}, \vec{v})$

<u>Exercice8</u>

$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ désigne un repère du plan.

$\vec{u} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ sont deux vecteurs.

1) Montrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base du plan.
2) Exprimer $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.
3) On donne $\vec{w}$ un vecteur du plan défini par : $\vec{w} = 2\vec{\imath} + (m + 2)\vec{\jmath}$ avec m un réel. Exprimer $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et du réel m.

<u>Exercice9</u>

Soit ABC un triangle quelconque. On désigne par D et E les points tels que : $\overrightarrow{CD} = -2\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = 2\,\overrightarrow{AB}$

1) Faire la figure.

2) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Déterminer le réel k tel que : $\overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{EC}$
4) Que peut-on dire des droites (AD) et (EC) ?
5) Montrer que $ADCE$ est un parallélogramme.

Exercice10

A et B désignent deux points tels que : $\|\overrightarrow{AB}\| = 6\ cm$ peut-on construire un point C tel que :

1) $\|\overrightarrow{AC}\| = 6\ cm$ et $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\| = 5\ cm$?
2) $\|\overrightarrow{AC}\| = 3\ cm$ et $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\| = 11\ cm$? Si oui, proposer un programme de construction

Exercice11

$IJKL$ est un parallélogramme. On désigne par M et N deux points du plan tels que $\overrightarrow{IM} = 4\,\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{LN} = 2\,\overrightarrow{JK} - 5\,\overrightarrow{IJ}$

1) Faire la figure
2) Démontrer que $\overrightarrow{KM} = 3\,\overrightarrow{JK} - \overrightarrow{JK}$
3) Démontrer que $\overrightarrow{KN} = 2(-3\,\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JK})$
4) En déduire que les points M, K et N sont alignés.

Exercice12

ABC est un triangle quelconque.

Soient I et J deux points définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\,\overrightarrow{AC}$

1) Faire la figure
2) Exprimer $\overrightarrow{IC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Exprimer $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
4) En déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles
5) Déterminer les coordonnées des points I et J dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Exercice13

ABC est un triangle quelconque.

Soient D, E, G et I les points définis par : $\overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,

$\overrightarrow{BI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{BE}$

1) Faire la figure
2) Démontrer que $\overrightarrow{BG} = -\frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$

3) Exprimer $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{ID}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
4) Montrer que $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont colinéaires. Que peut-on dire des points I, D et G ?
5) Déterminer tous les coordonnées des points de la figure dans le repère $(B, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.

Exercice14

VIH est un triangle quelconque.

Soient A, D, J et S les points définis par : $\overrightarrow{HS} = 2\,\overrightarrow{HI}$, $\overrightarrow{VD} = 3\,\overrightarrow{VI}$, $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IS} + \overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{VJ} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{VH}$ et un point du plan tel que $VIHK$ soit un parallélogramme.

1) Construire les points A, D, J et S
2) Quelle est la nature du quadrilatère $SIDA$?

Exercice15

On désigne par A', B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC], [CA]$ et $[AB]$ d'un triangle ABC.

1) En utilisant la relation de Chasles et les inégalités vectorielles caractérisant le milieu d'un segment, exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
2) Démontrer que $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{O}$

Exercice16

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Construire les points M, N, P, Q et R définis par :
$\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AQ} = -\frac{4}{3}\,\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AR} = -\frac{3}{4}\,\overrightarrow{BC}$
2) Démontrer que $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{BA}$

Exercice17

Soit RST un triangle et K le milieu du segment $[RS]$.

1) Construire les points H et L tels que : $\overrightarrow{TH} = -3\,\overrightarrow{TR}$ et $\overrightarrow{SL} = -2\,\overrightarrow{ST}$
2) Démontrer que : $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TS} = 2\,\overrightarrow{TK}$
3) Ecrire le vecteur $\overrightarrow{HL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{TR}$ et $\overrightarrow{TS}$
4) En déduire que : $\frac{1}{6}\overrightarrow{HL} = \overrightarrow{TK}$
5) Les droites (HL) et (TK) sont-elles parallèles ?

Exercice18

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6\ cm$, $BC = 5\ cm$ et $AC = 3\ cm$.

1) Construire le triangle ABC puis placer les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$
2) Exprimer $\overrightarrow{BN}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Exprimer $\overrightarrow{CM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
4) Démontrer que les droites (BN) et (MC) sont parallèles.

Exercice19

$ABCD$ désigne un quadrilatère, le point I est le milieu du segment $[AD]$ et le point J est le milieu du segment $[BC]$

1) Faire la figure
2) Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{IJ}$

Exercice20

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points M et K définis par : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
2) Tracer le segment $[MC]$
3) Placer le point I tel que : $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$
4) Exprimer :
   a) $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   b) $\overrightarrow{AK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   c) Démontrer que les points A, I et K sont alignés.

Exercice21

Soit ABC un triangle quelconque. On désigne par N et P les points tels que : $\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

1) Faire la figure.
2) Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Placer les points N et P
4) On choisit le repère : $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
   a) Déterminer les coordonnées des points N et P.
   b) Montrer que les points A, N et P sont alignés.

Exercice22

On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que :

$AB = AC = 3\ cm$, on désigne par M, N et P les points du plan tels que :

$\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

1) Construire les points M, P et N
2) Exprimer $\overrightarrow{PM}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$
3) Que peut-on déduire des droites (PM) et (AC) ?
4) Exprimer $\overrightarrow{PN}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$
5) Montrer que les points P, M et N sont alignés.

Exercice23

$ABCD$ est un rectangle. Les points P et R sont tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{11}{7}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CR} = \frac{x}{3}\overrightarrow{CD}$.

1) On suppose que $x = 2$.
   a) Les points B, P et R sont-ils alignés ?
   b) Déterminer le nombre réel x pour que les points B, P et R soient alignés.

Exercice24

$ABCD$ désigne un carré, I est le milieu du segment $[AB]$ tel que $AM = x$.

On cherche la position du point M pour que $MBNP$ soit un carré avec $P \in [IC]$.

1) Faire la figure
2) Définir un repère orthonormé utilisant les points A, B, C et D.
3) Donner les coordonnées des points I, C et P dans ce repère
4) Calculer x en utilisant dét$(\overrightarrow{IP}, \overrightarrow{IC})$. Conclure.

Exercice25

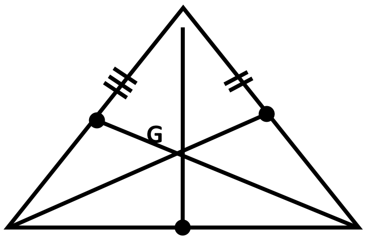
$ABCD$ désigne un carré, I est le milieu du segment $[AB]$ tel que $AM = x$.

On cherche la position du point M pour que $MBNP$ soit un carré avec $P \in [IC]$.

1) Faire la figure
2) Utiliser la relation de Chasles pour démontrer :
   a) $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
   b) $\overrightarrow{IP} = \left(x - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AB} + (1 - x)\overrightarrow{BC}$.

3) On suppose que les points I, P et C sont alignés. Il existe donc un nombre réel k tel que : $\overrightarrow{IP} = k\,\overrightarrow{IC}$.
   a) Ecrire un système de deux équations d'inconnues x et y.
   b) Résoudre ce système
   c) Donner la position du point M sur le segment $[AB]$.

<u>Exercice 1</u> : On donne le triangle ABC et G son centre de gravité.



1-Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{GC'}$

a-Dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

b-Dans la base $(\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GC})$

2-Déterminer x et y tel que $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

<u>Chapitre3</u> : Fonction vectorielle de Leibniz

<u>Exercice1</u>

On considère une fonction vectorielle de Leibniz $\vec{f}$ définie par :

$\vec{f}(M) = 3\,\overrightarrow{MA} - 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1) Donner la nature de $\vec{f}$
2) Calculer $\vec{f}(A)$, $\vec{f}(B)$ et $\vec{f}(C)$
3) Démontrer que $\vec{f}(M) = 2\overrightarrow{MA} + \vec{f}(A)$
4) Pour tout point N du plan, exprimer $\vec{f}(M) - \vec{f}(N)$ en fonction de $\overrightarrow{MN}$

<u>Exercice2</u>

On donne $\vec{g}(M) = 3\,\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} - 5\,\overrightarrow{MC}$ et $\vec{g}(N) = 3\,\overrightarrow{NA} - 2\,\overrightarrow{NB} - 5\,\overrightarrow{NC}$

1) Calculer $\vec{g}(M) - \vec{g}(N)$.
2) En déduire la nature de $\vec{g}$.

<u>Exercice3</u>

1) Définir la fonction vectorielle de Leibniz $\vec{g}$ associée au système des points suivants : $S = \{(A,4),\ (B,-1),(C,-5)\}$
2) Que peut-on en déduire de cette fonction de Leibniz ?
3) Calculer $\vec{g}(A)$, $\vec{g}(B)$ et $\vec{g}(C)$
4) Montrer que pour tout point M et N du plan on a :
   $\vec{g}(M) - \vec{g}(N) = -2\overrightarrow{MN}$.

<u>Exercice4</u>

On donne $\vec{f}(M) = 3\overrightarrow{MA} - (m-2)\overrightarrow{MB}$ et $\vec{f}(N) = 3\overrightarrow{NA} - (m-2)\overrightarrow{NB},\ m \in \mathbb{R}$.

Déterminer m pour que l'application $\vec{f}$:

1) Bijective.
2) Constante

<u>Exercice5</u>

On donne les points $A(1,2)$, $B(2,-3)$ et $C(0,1)$.

1) Placer ces points dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
2) Démontrer que les A, B et C ne sont pas alignés
3) Soit $\vec{g}$ l'application définie par : $\vec{g}(M) = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$
   a) Démontrer que $\vec{g}$ est une application bijective
   b) Calculer $\vec{g}(A)$, $\vec{g}(B)$ et $\vec{g}(C)$
   c) Montrer que $\vec{g}(A) + \vec{g}(B) + \vec{g}(C) = \vec{O}$
4) Montrer que quelque soit N un point du plan on a: $\vec{g}(M) - \vec{g}(N) = 3\overrightarrow{MN}$.
5) Soit $\vec{f}$ l'application $\vec{f}(M) = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$. Démontrer que $\vec{f}$ est constante.

<u>Chapitre4</u> : Barycentres de points pondérés

<u>Exercice1</u>

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Placer le point H barycentre des points $(A,1)$ et $(B,2)$.
2) Placer le point G barycentre des points $(H,4)$ et $(C,4)$.

<u>Exercice2</u>

Soient A et B deux points distincts du plan.

On considère le point G tel que : $4\,\overrightarrow{GA} + 5\,\overrightarrow{GB} = \vec{O}$

1) Préciser les coefficients affectés aux points pondérés A et B
2) Justifier le barycentre G de ces points pondérés existe
3) Déterminer et construire le point G.

Exercice3

On donne les points $A(-2,2)$, $B(3,3)$ et $C(-1,-2)$.

1) Placer ces points dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
2) On considère le point G barycentre du système $S=\{(A,1),(B,2),(C,3)\}$
   a) Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   b) Construire le point G
   c) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$
   d) En déduire les coordonnées du point G
3) Montrons qu'en utilisant le théorème des barycentres partiels, on obtient la même construction du point G.

Exercice4

Soit G_m le barycentre des points pondérés $(A,4m^2-3)$, $(B,1-2m^2)$ et $(C,3-m^2)$. On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A et I le milieu du segment $[AB]$ tel que $AB=5\ cm$, m un nombre réel.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles G_m existe.
3) Exprimer $\overrightarrow{AG_m}$ en fonction de m, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
4) Construire le point G_1 , G_2 et G_3
5) Soit M un point du plan, on donne une fonction vectorielle de Leibniz $\vec{g}$ définie par : $\vec{g}(M)=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$
   a) Calculer $\vec{g}(A)$, $\vec{g}(B)$ et $\vec{g}(C)$
   b) Montrer que $\vec{g}(G_1)=\vec{O}$
   c) Montrer que $\vec{g}(M)=2\,\overrightarrow{MG_1}$
6) Pour tout point N du plan. Exprimer $\vec{g}(M)-\vec{g}(N)$ en fonction de $\overrightarrow{MN}$.

Exercice5

Soit $=bar\{(B,2),(C,1)\}$.

Soit ABC un triangle quelconque et I milieu du segment $[AB]$.

1) Faire la figure.
2) Construire le point J tel que $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$
3) Exprimer $\overrightarrow{BG}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ puis construire le point G.

4) En déduire que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
5) Montrer que les points I, J et G sont alignés.

Exercice6

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.

Soit I la barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, 1)$.

Soit J la barycentre des points pondérés $(C, -2)$ et $(D, 4)$.

1) Faire la figure puis construire les points I et J.
2) Soit G le point du plan défini par : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - 2\,\overrightarrow{GC} + 4\,\overrightarrow{GD} = \vec{O}$
   a) Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\,\overrightarrow{GI}$
   b) Montrer que $-2\,\overrightarrow{GC} + 4\,\overrightarrow{GD} = 2\,\overrightarrow{GJ}$
   c) En déduire que le point G est le milieu du segment $[IJ]$
   d) Construire alors le point G.
3) Quelle est la nature du quadrilatère $BAJD$?

Exercice7

Soit ABC un triangle. On désigne par $S = \{(A, m), (B, 1), (C, -1)\}$, le système des points pondérés et G_m le barycentre du système S avec m un réel.

1) Déterminer les valeurs de m pour que G_m existe.
2) Exprimer $\overrightarrow{AG_m}$ en fonction de m, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Construire le point G_2
4) Démontrer que : $2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\,\overrightarrow{MG_2}$
5) Déterminer et construire l'ensemble (F) des points M tel que :
   $\|2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 4$

Exercice8

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Faire la figure
2) Construire les points I, J, K et G tels que :
   a) $I = bar\{(B, -1); (C, 2)\}$
   b) $J = bar\{(A, 3); (C, 2)\}$
   c) $K = bar\{(A, 3); (B, -1)\}$
   d) $G = bar\{(A, 3); (B, -1); (C, 2)\}$
3) Montrer que les droites $(AI), (BJ)$ et (CK) sont concourantes en G.

Exercice9

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Faire la figure
2) Construire les points I, J et K tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$
3) Construire les barycentres partiels : G_1, G_2 et G_3 sachant que :
   a) $G_1 = bar\{(I,3),(C,3)\}$
   b) $G_2 = bar\{(A,2),(J,4)\}$
   c) $G_3 = bar\{(B,1),(K,5)\}$
4) Quel constat peut-on faire ?

Exercice10

Soit G le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,-1)$ et $(C,2)$. On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A et I le milieu du segment $[BC]$ tel que $AB = 6\ cm$.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Construire le point G
4) Soit G' le barycentre partiel des points pondérés $(A,1)$ et $(C,2)$.
   a) Montrer qu'il existe un réel β non nul tel que $\overrightarrow{AG'} = \beta\overrightarrow{AC}$
   b) Que peut-on dire des points A, G' et C ? Justifier la réponse
   c) Placer le point G' sur la figure.
5) Soit G est le barycentre des points pondérés $(B,-1)$ et (G', β)
   a) Trouver la valeur du coefficient β
   b) Montrer que les points B, G' et G sont alignés.

Exercice11

1) Soit G le point d'abscisse $\frac{9}{7}$ dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$. Déterminer $\propto$ et β pour que $G = \{(A,\propto),(B,\beta)\}$
2) Soit H le point d'abscisse m dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$. Déterminer a et b pour que $H = \{(A,a),(B,b)\}$
3) Déterminer les réels a, b et c pour que le point G défini par : $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC}$ soit barycentre des points pondérés $(A,a),(B,b)$ et (C,c)

Exercice12

Sur une droite (D) munie d'un repère $(O,\vec{\imath})$. On donne les points $A(2)$, $B(-5), C(-7), D(6)$ et $E(3)$.

1) Placer les points A, B, C, D et E dans le repère $(O,\vec{\imath})$.

2) Calculer les mesures algébriques suivantes : $\overline{AB}$, $\overline{BC}, \overline{ED}, \overline{AE}$, $\overline{AB} - \overline{AE}$ et $2\,\overline{BC} - \overline{ED}$.
3) Placer le point I telque : $\overline{AI} = 2\,\overline{DE}$
4) Déterminer l'abscisse x du point M de (D) tel que : $\overline{MB} - 3\,\overline{ME} = 0$.

<u>Chapitre5</u> : Produit scalaire et Relations métriques dans un triangle .

<u>Exercice1</u>

1) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan tels que : $\|\vec{v}\| = 2\|\vec{u}\| - 6$ et $\vec{u}^2 - \vec{v}^2 = 9$. Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$.
2) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan tels que :
$\|\vec{u}\| = 2$; $(2\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + \vec{v}) = 2$; $mes(\widehat{\vec{u}\,;\,\vec{v}}) = \frac{\pi}{3}$. Calculer $\|\vec{v}\|$.
3) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan tels que : $\|\vec{u}\| = 2$; $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}\,.\vec{v} = 2$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x : $\|x\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{33}$.

<u>Exercice2</u>

$ABCD$ désigne un rectangle constitué de deux carrés $BAFE$ et $EFDC$ de côté $10\,cm$ de centre O et O'.

1) Faire la figure. On prendra $[AD]$ horizontalement.
2) Calculer OE.
3) Calculer les produits scalaires :
   a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$;
   b) $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{FC}$;
   c) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{EC}$
   d) $\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{O'O}$.

<u>Exercice3</u>

ABC désigne un triangle tel que : $BC = a = 4c$, $AC = b = 5\,cm$; $AB = c = 7cm$.

On note I, J et K les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

1) Faire la figure.
2) Calculer les longueurs AI, BJ et CK.
3) En déduire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
4) En déduire une mesure au dixième de radian de l'angle $\widehat{BAC}$.
5) Construire le point G barycentre des points pondérés :
$(A, 1)$, $(B, -2)$, $(C, 3)$

Exercice4

ABC désigne un triangle dans lequel A' est le pied de la médiane de A.

1) Faire la figure.
2) Justifier l'égalité $AB^2 + AC^2 = \left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B}\right)^2 + (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C})^2$.
3) En déduire que : $AB^2 + AC^2 = 2AA'^2 + A'B^2 + A'C^2 + 2\overrightarrow{AA'}(\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C})$
4) Exprimer $\overrightarrow{A'B}$ et $\overrightarrow{A'C}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ puis simplifier $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.
5) Conclure.
6) Un sprint va s'élancer sur sa distance favorite de $100\,m$. Un photographe noté P situé à $60\,m$ du départ du sprinter et à $50\,m$ de son arrivée, souhaite déclencher son appareil à mi-course.
   A quelle distance du sprinter le photographe se trouvera-t-il au moment de la photo ? Arrondir au dm.

Exercice5

EFG désigne un triangle équilatéral de côté c. I est le milieu de $[FG]$.

1) Faire la figure
2) Exprimer les produits scalaires suivants en fonction de c.
   a) $\overrightarrow{GE}.\overrightarrow{GF}$;
   b) $\overrightarrow{GF}.\overrightarrow{FG}$;
   c) $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{EF}$
   d) $\overrightarrow{GI}.\overrightarrow{IF}$.

Exercice6

MNP désigne un triangle isocèle en N tel que : $MN = 5\,cm$ et $MP = 3\,cm$.

H est le pied de la hauteur issue de N.

1) Faire une figure.
2) Calculer les produits scalaires suivants :
   a) $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}$;
   b) $\overrightarrow{PN}.\overrightarrow{PM}$;
   c) $\overrightarrow{NP}.\overrightarrow{PM}$.
3) H' est le pied de la hauteur issue de P. Calculer PH'.

Exercice7

Dans chacun des cas construire un triangle ABC tel que :

1) $AB = 10,\ AC = 4$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 15$
2) $AB = 6,\ AC = 3$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -12$.

Exercice8

Un cheval tire une charrette le long d'une route rectiligne en exerçant une force $\vec{F}$ dont l'angle formé avec l'horizontal mesure $\frac{\pi}{12} rad$.

1) **A l'aller, la charrette est vide et le cheval exerce une force $\vec{F}$ d'intensité $3000\ N$. Calculer le travail en joule pour un trajet de $50\ m$; puis de $1\ km$.**
2) **Au retour, la charrette est pleine et le cheval produit un travail de 300.000 joule pour un déplacement de $100\ m$. Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ fournie. Arrondir à la centaine.**

Exercice9

1) **$ABCD$ désigne un parallélogramme Démontrer que : $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = AD^2 - AB^2$.**
2) **ABC désigne un triangle d'orthocentre H.**
a) **Faire une figure.**
b) **Démontrer que : $AB^2 - AC^2 = HB^2 - HC^2$.**

Exercice10

Partie A : ABC désigne un triangle. I est le milieu de $[BC]$.

1) **Faire une figure.**
2) **Démontrer que : $AB^2 + AC^2 = 2\ AI^2 + \frac{BC^2}{2}$**

Partie B : IJK désigne un triangle tel que : $IJ = 2\ cm$; $IK = 3\ cm$ et $JK = 4\ cm$.

1) **Faire une figure.**
2) **Calculer les produits scalaires suivants :**
   a) $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{JK}$.
   b) $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{KI}$.
3) **En déduire une mesure de l'angle $\hat{I}$ arrondir au dixième.**

Exercice11

$(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ désigne une base orthonormé du plan.

1) **$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$. Le couple $(\vec{u}, \vec{v})$ est-il une base orthonormée du plan ? $(\vec{u}, \vec{v})$ est-il une base orthogonale du plan ?**
2) **$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont deux vecteurs tels que $\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{13}}(\vec{u} + \vec{v})$ et $\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{17}}(\vec{u} - \vec{v})$.**
a) **Le couple $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-il unitaires ?**

b) La base $(\vec{a},\vec{b})$ est-elle orthonormée ?

Exercice12

ABC est un triangle tel que A', B' et C' les milieux des segments $[CB]$, $[CA]$ et $[AB]$ sachant que $AA' = 7\ cm$; $BB' = \sqrt{75}\ cm$; $CC' = \sqrt{106}\ cm$ et que $AB = 6\sqrt{2}\ cm$; $BC = 4\sqrt{37}\ cm$; $AC = 10\ cm$.

1) Faire une figure.
2) Calculer les produits scalaires suivants :
a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
b) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
c) $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA}$.
d) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$.
3) Dans le cas on suppose maintenant que $AB = c$; $BC = a$; $AC = b$.
Démontrer que : $AA'^2 + BB'^2 + CC'^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$. dite relation d'adbéel.

Exercice13

ABC désigne un triangle quelconque et H le pied de la hauteur issue de A.

1) Faire une figure.
2) Démontrer si le triangle ABC est rectangle en A alors :
   a) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.
   b) $BA^2 = \overline{BC} \times \overline{BH}$
   c) $AH^2 = -\overline{HB} \times \overline{HC}$

Exercice14

$ABCD$ désigne le rectangle de longueur L et de largeur l où H respectivement K est le projeté orthogonal de B respectivement de D sur la diagonal $[AC]$.

1) Faire une figure.
2) Exprimer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BD}$ de deux manières différentes afin d'en déduire HK en fonction de L et l.
3) Pour quelles valeurs de L et l a-t-on $AC = 3\ HK$?
4) Exprimer alors l'aire du parallélogramme $BHDK$ en fonction de l.

Exercice15

1) ABC désigne un triangle isocèle en A et $M \in [BC]$.

Démontrer que : $AM^2 - AB^2 = \overline{MB} \times \overline{MC}$.

2) $EFGH$ désigne le trapèze rectangle de grande base $[EF]$, de petite base $[HG]$ tel que $[FG]$ soit la hauteur. I est le milieu de $[GH]$.
   a) Faire une figure. On prendra $[FG]$ vertical.
   b) Utiliser la relation de Chasles, montrer que : $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FG}^2 + \overrightarrow{EI}.\overrightarrow{GH}$
   c) Sachant que : $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GI}$. Calculer $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{GH}$
   d) En déduire que les droites (EI) et (FH) sont perpendiculaires.

Exercice16

Profitant de ses vacances Arlionne qui habite dans une ville A voudrait rendre visite à son oncle Mr ballack et à sa tante Mme Loumpangou qui se trouvent respectivement dans les villes B et C distantes de $100\ km$. Sachant que les trois villes constituent les trois sommets d'un triangle ABC tels que :$mes\,\widehat{A} = 45^\circ$ et $mes\,\widehat{B} = 30^\circ$.

1) Déterminer la mesure en degré de l'angle $\widehat{C}$.
2) Calculer la distance qui sépare Arlionne de son oncle Mr ballack.
3) Calculer la distance qui sépare Arlionne de sa tante Mme Loumpangou.
   On arrondira les distances à l'unité prés.

Chapitre6 : Ensembles des points et Ligne de niveau

Exercice1

Soit ABC un triangle quelconque.

1) Construire le point D barycentre des points pondérés $(A,1); (B,1); (C,-1)$.
2) Démontrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$.
3) Déterminer le point M tel que : $M \in (\mathfrak{p})$, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CB}$.
4) Déterminer le point M tel que : $M \in (\mathfrak{p})$, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$.

Exercice2

Soit ABC un triangle quelconque. On désigne par G le point tel que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{O}$ et I le point tel que : $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{O}$.

1) Faire la figure

2) Démontrer que pour tout point M du plan :

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

b) $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{IA}$.

3) Déterminer et construire l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M du plan tel que : $\|3\overrightarrow{MG}\| = \|2\overrightarrow{IA}\|$.

4) Le point A appartient-il au cercle $(\mathcal{C})$? justifier votre réponse.

Exercice3

Soit ABC un triangle rectangle en A, avec $AB = 8\ cm$ et $AC = 4\ cm$.

Le point J est le symétrique de C par rapport à A.

K est le point tel que $K = bar\{(A, 3); (B, 1)\}$.

1) Placer les points J et K.

2) Montrer que les droites (CK) et (JB) sont perpendiculaires.

Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que : $\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 8$.

Exercice4

A et B désignent deux points tels que $AB = 1\ cm$.

1) Construire le ou les ensembles des points M tels que : $AM = 1\ cm$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = 1$.
2) Construire le ou les ensembles des points M tels que : $AM = 1\ cm$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}$.
3) A et B désignent deux points tels que $AB = 4\ cm$.
On note $L_k = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = k\}$.
a) Représenter graphiquement les lignes de niveaux -8; 0 et 4.
b) Déterminer k pour que la ligne de niveau k soit la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice5

1) Construire un triangle ABC quelconque de centre circonscrit O.
2) Déterminer puis construire l'ensemble des points M tels que :

a) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$.
b) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM} = 0$. Distinguer deux cas.

3) Quel est l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tel que :
   a) $|x| + |y| = 2$ puis représente cet ensemble en tenant compte d'origine du repère le point O.
   b) En déduire de la nature de la figure obtenue.
   c) $|x| + |y| \leq 2$?
   d) $|x| + |y| > 2$?

Exercice6

1) Construire un triangle ABC quelconque.
2) Utiliser la relation de Chasles pour démontrer que, pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB} = 0$.
3) On note H, le point d'intersection des hauteurs issues de A et de B dans le triangle ABC.
   a) Construire le point H.
   b) Démontrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice7

A et B désignent deux points distincts du plan. I milieu de $[AB]$.

1) Faire une figure.
2) Démontrer que, pour tout point M du plan : $MA^2 + MB^2 = 2\,MI^2 + \frac{AB^2}{2}$
3) On pose : $AB = 4\,ccm$. Déterminer et construire l'ensemble des points M qui vérifient :
   a) $MA^2 + MB^2 = 12$.
   b) $MA^2 + MB^2 = -3$.
   c) $MA^2 + MB^2 = 16$.
   d) $MA^2 + MB^2 = 8$.
4) On pose : $AB = 4\,ccm$.
   a) Démontrer que, pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$.
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que : $MA^2 - MB^2 = -16$.
5) Pour quelles valeurs du réel $k$existe-t-il des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$?
6) Quel est l'ensemble (C_k) des points M tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$, lorsque :

a) $k = -\frac{1}{4}AB^2$.

b) $k = \frac{1}{4}AB^2$.

c) $k = 0$.

Exercice8

$ABCD$ désigne le rectangle tels que :$DC = 2\ cm$ et $BC = 1cm$.

K est le point tel que : $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

1) Faire une figure. On prendra $[AB]$ horizontal.
2) Justifier que :
   a) $CD^2 - CB^2 = KD^2 - KB^2 = 3$.
   b) Utiliser une identité remarquable et la relation de Chasles, démontrer que, pour tout point M du plan :
   $MD^2 - MB^2 = 2\,\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{MD} - BD^2$.
   c) Montrer que $MD^2 - MB^2 = 3 \Leftrightarrow \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{MD} = 4$.
   d) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $MD^2 - MB^2 = 3$
   e) En déduire que les droites (BD) et (CK) sont perpendiculaires.
3) Choisir un repère orthonormé approprié pour calculer $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CK}$.
4) Conclure.

Exercice9

(C) désigne un cercle de centre O et de rayon R. M est un point intérieur à (C), (Δ) une droite passant par M et coupe le cercle (C) en deux points A et B. La droite (Δ') perpendiculaire en M à (Δ) coupe (C) en deux points C et D. On désigne par H et K les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$ et on pose $d = OM$.

1) Faire une figure.
2) Calculer en fonction de d le nombre réel $OH^2 + OK^2$.
3) En utilisant le théorème de la médiane dans le triangle AOB et COD,calculer en fonction de d et R le nombre réel $AB^2 + CD^2$.
4) Calculer, en fonction de R, le nombre réel : $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$.

Exercice10

1) Soit $\vec{u}$ un vecteur tel que : $\|\vec{u}\| = 3$ et A un point du plan.

Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = 6$.

2) Soit A et B deux points et O le milieu du segment $[AB]$.
   On pose $\|\overrightarrow{AB}\| = 4\ cm$.
   Etudier et représenter l'ensemble des points M du plan tels que :
   $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AB} = -6$.

Exercice11

$ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AB = 5cm$; $BC = 4\,cm$ et $\widehat{CBA} = 60^\circ$.

1) Faire. On prendra $[BA]$ horizontal.
2) Soit : $f : (\mathcal{P}) \longrightarrow \mathbb{R}$

$$M \longmapsto \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BM}.$$

a) Calculer $f(A)$, $f(B)$ et $f(C)$.
b) Déterminer et construire les lignes de niveaux -8 et 28 de f.
c) Déterminer le réel k de façon que le point D appartient à L_k.

Deuxième trimestre

Chapitre7 : équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$

Exercice1

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $3(x-5) - 16 = -1 + 5x$.
2) $\frac{3x+4}{2} = \frac{x-2}{5} + \frac{x-1}{3}$
3) $4x + 20 = 4(-2 + x) + 1$
4) $5(x-1) - 2 = 5x - 7$
5) $\frac{3x+1}{2} - \frac{5(x+10)}{15} = \frac{3(x+2)}{4}$
6) $\frac{x+3}{4} - \frac{x-10}{6} = \frac{x+1}{12} + 1$
7) $3x + \frac{x+1}{2} = 8 + x$
8) $x + 1 + \frac{x+4}{4} = \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3}$

Exercice2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, dans $\mathbb{Q}$ et dans $\mathbb{N}$ l'équation suivante :

$$\frac{(1+2\sqrt{2})x - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(x\sqrt{2} - 1)$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :
   a) $|x + 2021| = 2(|x + 2021| + 3)$.
   b) $x^{-1} + 2^{-2} = 4 + 2x^{-1}$
   c) $|2x + 3| = |-3x + 4|$
   d) $|x - 2| - 2 = x$
   e) $|x - 1| - 2 = 2(|x - 1| + 5)$
   f) $\big|x - |x - 1|\big| = 1$
   g) $|2x| + |x - 3| = 3x - 1$

h) $|1-x|-|3x+2|=0$
i) $|2-x|+3|5-2x|=3+|-x|$
j) $|x|=x+1$
k) $|x+1|=2x-3$

3) Factoriser $f(x)=4\left|x^2-1\right|-|x-1|+(x-1)^2$.
4) Ecrire sans valeur absolue les expressions suivantes :
   a) $A=\left|x+|x-2|\right|$
   b) $B=\left||x-1|+|2x-1|-|x-3|\right|$

Exercice3

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre m les équations suivantes :

1) $m^2x+3m=9x+9$.
2) $8^{3(mx+1)}=16^m$.
3) $(m-3)x=-4m$.
4) $(m-2+(m^2-4)x=0$.
5) $(m-1)(m+2)x=m^2-4$.
6) $mx-m=-x+3$.
7) $9m^2x+3m=x+1$.

Exercice4

Résoudre $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1) $2x-4>2x-18$.
2) $2x-5>2x+7$.
3) $x\leq x$.
4) $2\leq|x+1|\leq 3$.
5) $|x-7|\leq|x+5|$.
6) $|x-2|<x+1$.
7) $\frac{x+6}{2}\leq x+\frac{9}{2}-\frac{x+3}{2}$

Exercice5

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre m les inéquations suivantes :

1) $mx-5\geq 3x-3$.
2) $(1-m)x-m+2\geq 1+2m$.
3) $(m+1)x-2m\geq x+2-\frac{3mx+3m-1}{2}$.
4) $m(x-1)>x+2$.
5) $m^2x+3m>9x+9$.

6) $m^2x - m^2 + m - x \leq 0$.
7) $m^2x + 3m > 9x + 9$.
8) $(m^2 + 1)x < m$.
9) $-m^2x > 5x + 2m + 3$.
10) $(m^2 - 5)x < m$.

Exercice6

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1) $x < 2y - 3$;
2) $2x > y + 1$;
3) $5y - x \leq 3$;
4) $3x - y \geq -3$;
5) $x < 2y$;
6) $y > -3$;
7) $(x + 2y - 3)(x - y + 3)(x + y - 6) < 0$

Exercice7

Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

1) $-x \leq 2 + x \leq 7 + 3x$
2) $\begin{cases} 2x + 1 > x - \frac{3}{2} \\ 2x - 1 < 1 - 3x \end{cases}$
3) $\begin{cases} x^2 \leq 3 \\ \frac{4x}{x-2} < 1 \end{cases}$
4) $\begin{cases} 4 \leq x^2 \\ \frac{x-3}{2-x} > 0 \end{cases}$
5) $\begin{cases} -x \leq 22 + x \\ |x| > 3 \end{cases}$
6) $\begin{cases} |x - 2| \leq 5 \\ |2x| > 0 \end{cases}$

Chapitre8 : Systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$

Exercice1

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ -2x - 2y = -2 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 3x + 15y = 17 \\ 2x + 10y = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{5}x - \frac{1}{4}y = 2 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = -5 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 17 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = -5 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 0,4x + 0,1y = 1 \\ -0,5x + 0,3y = -0,4 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x\sqrt{3} - y = -2 \\ -x + y\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \end{cases}$

8) $\begin{cases} 0,4x - 0,7y = 1,5 \\ 0,6x + 0,5y = 0,7 \end{cases}$

Exercice2

1) Résoudre si possible le système suivant : $\begin{cases} x + 1 = 0 \\ -3x = -3 \end{cases}$
2) (S) désigne le système suivant : $\begin{cases} 2x + y^2 = 1 \\ x + 3y^2 = 11 \end{cases}$

a) Ecrire le nouveau système (S') d'inconnues x et $Y = y^2$.
b) Résoudre alors (S').
c) En déduire les solutions du système initial.

Exercice3

Existe-t-il un nombre de deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 7 et tel que si l'on inverse les deux chiffres le nombre augmente de 30 ?

Exercice4

Deux nombres a et b sont tels que leur somme est égale à 21 et la différence de leurs carrés est égale à 105.

1) Ecrire le système d'équations vérifiées par ces deux nombres.
2) Résoudre ce système et conclure.
3) Un nombre entier de deux chiffres s'écrit $\overline{xy}$. La somme des chiffres x et y est égale à 9. Si on inverse les deux chiffres le nombre augmente de 27.

a) Justifier que les chiffres sont solution du système : $(S)\begin{cases} x + y = 9 \\ -x + y = 3 \end{cases}$
b) Résoudre le système (S)
c) Conclure.

d) En déduire les solutions du système : (S'): $\begin{cases} \frac{1}{x^2}+\frac{1}{(y+1)^2}=9 \\ -\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(y+1)^2}=3 \end{cases}$

Exercice5

1) Résoudre le système suivant : $(S)\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$
2) En déduire la solution du système suivant : $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1 \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=7 \end{cases}$
3) (S') désigne le système suivant : $(S')\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+y=4 \end{cases}$
   a) Justifier que $x=y$.
   b) En déduire la solution de (S')
4) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :
   a) $\begin{cases} 2|x|-3|y|=1 \\ 5|x|-8|y|=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\sqrt{x}-3\sqrt{y}=5 \\ 3\sqrt{x}-5\sqrt{y}=7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y^2-x^2=5 \\ 2y^2-x^2=14 \end{cases}$

Exercice6

Dans un atelier de menuiserie, on fabrique des tables de type A et de type B.

Une table de type A nécessite 3 heures de travail et 2 panneaux.

Une table de type B nécessite 2 heures de travail et 6 panneaux.

On dispose quotidiennement d'un maximum de 120 heures de travail et de 300 panneaux.

On désigne par x le nombre de tables de type A et par y le nombre de tables de type B fabriquées en une journée de travail.

1) Justifier que x et y vérifient le système : $(S)\begin{cases} 0\le 3x+2y\le 120 \\ 0\le 2x+3y\le 150 \end{cases}$
2) Résoudre graphiquement ce système.
3) Est-il possible de fabriquer en une journée :
   - 30 tables de type A et 20 tables de type B ?
   - 20 tables de type A et 25 tables de type B ?

Exercice7

Résoudre le système (S) suivant : $\begin{cases} 3x=2y \\ 5y=3z \\ x+y+z=10000 \end{cases}$

Exercice8

(S) **désigne le système suivant :** $\begin{cases} x+2y=5 \\ -2x+y=5 \\ x+y=2 \end{cases}$

1) **Résoudre (S') constitué des deux premières équations avec la méthode de calcul de votre choix.**
2) **Justifier par le calcul que la solution obtenue vérifie aussi la troisième équation et conclure.**
3) **Procéder de même avec les systèmes suivants :**

   a) $(S_1)\begin{cases} x+y=1 \\ -2x-y=-1 \\ -x+3y=10 \end{cases}$

   b) $(S_2)\begin{cases} x-2y=6 \\ 2x+y=2 \\ x+y=5 \end{cases}$

Exercice9

Soit (S) un système d'équation défini par : $\begin{cases} x-y=-2 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

1) **Quand dit-on qu'un système linéaire est de CRAMER.**
2) **Déterminer un vecteur directeur de chaque droite correspondant au système.**
3) **Calculer le déterminant de ces deux vecteurs. Que peut-on déduire ?**
4) **Résoudre graphiquement (S).**

Exercice10

On considère les systèmes d'équations suivants :

(S_1): $\begin{cases} 3x-5y=19 \\ 2x-7y=20 \end{cases}$ **et** (S_2): $\begin{cases} \frac{3}{x+1}-\frac{5}{y-2}=19 \\ \frac{2}{x+1}-\frac{7}{y-2}=20 \end{cases}$

1) **Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le système (S_1).**
2) **En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$, du système (S_2) pour tout $(x;y)\neq(-1;2)$**

Exercice11

1) **Déterminer suivant les valeurs du réel m, l'ensemble des solutions des systèmes suivants :**

   a) $\begin{cases} x+y=m \\ x-my=m^2 \end{cases}$

   b) $\begin{cases} 2x+my=2 \\ -x+3y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (+1)x + (2m-1)y = m+3 \\ 2x + (m-2)y = m+6 \end{cases}$

Exercice12

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ **un repère orthonormé du plan dont :** $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\ cm.$

1) **Résoudre graphiquement dans ce repère le système :** $\begin{cases} y + 2 \geq 0 \\ 5x + 4y - 5z < 0 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$
2) **Quelle est la nature de la figure obtenue ?**
3) **L'âge de Dicos est le triple de l'âge de Mack, l'an prochain la somme de leurs âges sera** 74 **ans. Quel sera l'âge de Mack**

Exercice13

(S) **désigne le système suivant :** $(S) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 10 \\ -x + y = -2 \end{cases}$

1) **Résoudre graphiquement le système** (S).
2) **Vérifier le résultat obtenu par le calcul.**

Exercice14

Résoudre le système suivant : $(S)\colon \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x + 2y = -10 \\ 2x - 6y + 4z = 24 \end{cases}$

Exercice15

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ **le système suivant :** $(S)\colon \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y - 10z = 0 \\ 3x + 5y - 2z = 6 \end{cases}$ **En utilisant la méthode de SARRUS.**

Exercice16

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ **les système suivants :**

1) $\begin{cases} x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x - 4y + z = 0 \\ -x + y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$ **et** $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 7x - 17y + 3z = 1 \\ 7x = 14 \end{cases}$

Exercice17

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système de paramètre m en discutant avec m un paramètre réel : $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = m^2 \end{cases}$

Exercice18

Forcy dit à Kiadi : j'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez et quand vous aurez l'âge que j'ai, la somme de nos deux âges égalera 126 ans.

Quel est l'âge de Forcy et de Kiadi ?

Chapitre9 : Equations et inéquations du second degré

Exercice1

P désigne le polynôme défini par : $P(x) = 2x^2 - x - 3$.

1) Ecrire la forme canonique de P.
2) En déduire la forme factoriser de P.

Exercice2

Ecrire chaque polynôme sous la forme canonique.

1) $x^2 + 2x + 2$;
2) $5x^2 + 16x + 3$;
3) $3x^2 - 2x + 1$;
4) $-4x^2 + 7x - 3$

Exercice3

Factoriser chaque polynôme puis en déduire son signe :

1) $-x^2 + x + 2$;
2) $4x^2 - 3x - 1$;
3) $7x^2 - 5x$;
4) $x^2 + x - 6$.

Exercice4

P désigne le polynôme défini par : $P(x) = 16 - (1 - x)^2$.

1) Développer et factoriser P.

2) **Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre les équations suivantes :**
   a) $P(x) = 16$;
   b) $P(x) = 15$;
   c) $P(x) = 0$.
3) **On donne :** $P(x) = (x^2 - 1)^2 + (2x)^2$.
   a) **Développer et réduire** P.
   b) **Factoriser** P
   c) **Trouver deux nombres entiers tels que :** $p^2 + q^2 = 101^2$.

Exercice5

Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des équations suivantes :

1) $\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$;
2) $x^2 - 6x + 9 = 0$;
3) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$;
4) $-x^2 - 11 = 0$
5) $x^2 - 4x - 12 = 0$;
6) $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Exercice6

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $(2x^2 - 4x - 6)^2 = (x^2 - 3x)^2$
2) $m^2(x + 1) + m(x - 5) - 2(x - 3) = 0$, $m \in \mathbb{R}$
3) $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$
4) $|x^2 + 3x + 2| = 4|2x - 1|$
5) $|x^2 - 1| = |x + 5|$
6) $|x - 5| - |x^2 - 25| = 0$
7) $|x^2 + x - 1| = 3 - x$
8) $15x^2 + 2x - 2 = 2(3 - 12x)$
9) $(x - 1)(4x + 3) = (x - 1)(x + 1)$.
10) $(x^2 - 5x + 1)^2 = (x^2 + 4x - 1)^2$
11) $3(x - 2)^2 + 4(x^2 - 4) - 7x^2 + 14x = 0$.
12) $(2x^2 - 4x - 6)^2 = (x^2 - 3x)^2$

Exercice7

Soit $T(x) = x^2 - 6x + \frac{181}{20}$ **un trinôme du second degré.**

1) **Donner la forme canonique de** $T(x)$.
2) **En déduire le discriminant de** $T(x)$.

3) Déterminer si possible les racines de $T(x)$.
4) Donner si possible la factorisation de $T(x)$.

Exercice8

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan tels que : $\|\vec{u}\| = 2$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $\vec{u} \times \vec{v} = -4$ et x un nombre réel.

1) On pose $f(x) = (x\vec{u} + \vec{v})^2$.
   a) Qu'appelle-t-on trinôme du second degré ?
   b) Développer $f(x)$
2) On donne : $T(x) = 4x^2 - 8x + 3$.
   a) Donner la forme canonique de $T(x)$.
   b) En déduire le discriminant de $T(x)$.
   c) Déterminer si possible les racines de $T(x)$.
   d) Donner la forme factoriser de $T(x)$
   e) En déduire les racines de $T(x)$.

Exercice9

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1) $-x^2 + 6x - 9 < 0$
2) $x^2 + x + 1 > 0$
3) $1 \leq |2x + 1| < 3$
4) $x^2 + 3x + 2 \geq |x + 1|$
5) $|x^2 + 3x + 2| \leq x - 1$
6) $-1 \leq \frac{3x+1}{x+2} \leq 1$
7) $x^2 + 1 < 0$
8) $|4 - 3x| \leq 5$
9) $x^2 - 4x + 4 > 0$
10) $|x + 1| + |x - 2| < 3$
11) $x^2 + 2x - 5 \geq 4|x + 1|$
12) $(4 - 2x)^3 < 0$
13) $(7 - 3x)(x^2 - 1) > (x^2 - 1)(2x + 1)$.
14) $-1 \leq |5 - 2x| < 6$

Exercice10

1) Trouver les réels a et b pour que l'équation $x^2 + ax + b = 0$ admette deux racines $x' = 3$ et $x'' = b$.
2) On donne la somme $S = x' + x'' = \frac{3}{2}$ et le produit $P = x'x'' = \frac{1}{2}$

a) Former une équation du second degré qui admet pour racines x' et x''.
b) Déterminer les racines x' et x'' de cette équation.
c) Calculer $x'^2 + x''^2$ et $x'^3 + x''^3$.

3) Déterminer un polynôme du seconde degré tel que :
a) -2 soit racine double ;
b) -1 et $\frac{1}{2}$ soient racines ;
c) $-\sqrt{7}$ et $\sqrt{7}$ soient racines ;
d) 0 et $\sqrt{3}$ soient racines ;
e) Il n'ait aucune racine.

4) P désigne un polynôme du second degré : $P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. On suppose que P admet deux racines réelles $\propto$ et β.
a) Exprimer $\propto + \beta$ en fonction de a et b.
b) Exprimer $\propto \beta$ en fonction de a et c.
c) En déduire les racines de $P(x) = x^2 - 4x - 12$ et $Q(x) = 2x^2 - 5x - 3$

Chapitre10 : Equations et inéquations rationnelles et irrationnelles

Exercice1

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $\frac{9x^2-1}{x(3x+1)} = 0$
2) $\frac{2x^2+3x}{x+2} = 0$
3) $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = 1$
4) $\frac{x}{x-1} = \frac{6}{x+1}$
5) $\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$
6) $\frac{7}{x+4} + \frac{x^2-7}{x+1} = \frac{4x-5}{x^2+5x+4}$
7) $\frac{2x}{2-x} - \frac{3x-1}{(x+3)(x-2)} = \frac{-2}{x+3}$
8) $\frac{1+x}{1-x} = \frac{7}{3}$
9) $\frac{2x+1}{x+3} = \frac{4x+3}{2x+5}$
10) $\frac{m-1}{m^2-4} = \frac{1}{(m-2)x}$

Exercice2

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1) $\frac{x^2+1}{3x-1} > 0$
2) $\frac{-4x+2}{2x^2-1} \geq 0$
3) $2 \leq \frac{x-2}{x-3} \leq 3$
4) $\frac{x}{x^2-1} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$
5) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} \leq \frac{2x-1}{x^2-9}$
6) $\frac{3x-2}{x^2-1} < \frac{3}{x+2}$
7) $\frac{x+1}{x(x-1)} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$
8) $\frac{(-2x+1)^2(-3x^2+x+6)}{x^2-4} \geq 0$
9) $\frac{(x^2+1)^2}{4x^2} > 1$
10) $\frac{x+2}{x-2} > \frac{x-2}{x+2}$
11) $\frac{4}{x-2} \leq \frac{1}{x}$
12) $\frac{3x+5}{x^2-x} < 1$
13) $5x \geq \frac{2}{x}$
14) $\frac{(2+x)^2+(2-x)^2}{(2+x)^2-(2-x)^2} < -\frac{3}{5}$
15) $\frac{x-2}{x-1} \leq \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \leq \frac{x-1}{x-2}$

Exercice3

Résoudre le système d'inéquation suivant : $\begin{cases} \frac{2x+3}{(x-1)(2+x)} < 0 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} \leq 0 \\ \frac{(x^2+1)^2}{4x^2} \geq 1 \end{cases}$

Exercice4

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $x + \sqrt{x-2} - 8 = 0$
2) $\sqrt{2x^2 - 5x - 3} = x + 3$
3) $\sqrt{x-2} = -2$
4) $\sqrt{x+12} = -2022$
5) $x + \sqrt{x} - 6 = 0$
6) $\sqrt{x-1} = 2 - x$
7) $\sqrt{x+1} = x$
8) $\sqrt{x+1} = -3$
9) $\sqrt{x+1} = 0$
10) $\sqrt{x+1} = 3$
11) $\sqrt{1-x} = \sqrt{2x-3}$

12) $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3}$

13) $\sqrt{x^2-5x} = \sqrt{4x^2+4x+1}$

Exercice5

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1) $\sqrt{x+1} < x$
2) $\sqrt{x+1} \geq 3$
3) $\sqrt{x^2+x+5} < 5$
4) $\sqrt{x} < \sqrt{2x-3}$
5) $\sqrt{x-1} \leq -x+3$
6) $\sqrt{(x-3)(4-x)} < 5$
7) $\sqrt{2x^2-9x-1} > 2$
8) $\sqrt{(x-3)(4-x)} > -1$
9) $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} \leq \sqrt{4x-1}$

Chapitre11 : Equation de la droite et du cercle

Exercice1

Soit (D) une droite munie d'un repère $(O, \vec{\imath})$, on considère les points A, B et C d'abscisses respectives -5, 3 et $-\frac{3}{2}$.

1) **Placer ces points.**
2) **Déterminer l'abscisse du point M de (D) tel que :** $\overline{MA} - \frac{7}{2}\overline{MB} - 3\overline{MC} = 0$.
3) **Déterminer l'ensemble des points N de (D) pour lesquels :** $0 \leq \overline{AN} \leq 8$.
4) **Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne $A(2; -3)$ et la droite (Δ) d'équation :** $-4x+3y+1=0$.

a) **Vérifier que (Δ) contient les points $B(1;1)$, $C(-2;-3)$.**
b) **Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ).**
c) **Trouver une équation de la droite (Δ') dans le repère $(A, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.**

5) **En déduire son équation de la normale.**
6) **Déterminer l'ordonnée du point D d'abscisse -1 de (Δ').**
7) **Déterminer l'abscisse du point E d'ordonnée nulle de (Δ').**

Exercice2

$A(1;-2)$, $B(-3;5)$ désignent deux points du plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(-2;1)$.
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
3) Vérifier que le point $D\left(0;-\frac{1}{4}\right)$ appartient à la droite (AB).
4) Calculer la distance du point $I(-2;3)$ à la droite (AB).
5) Déterminer une équation de la normale de la droite (AB).
6) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).
7) Déterminer une représentation paramétrique de la médiane issue du point $C(1;2)$ du triangle ABC.

Exercice3

On donne les points $A(-4;1)$, $B(1;-1)$ et $C(1;-2)$.

1) Placer ces points le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
2) On désigne par I le milieu du segment $[AC]$. Déterminer :
   a) Une équation cartésienne de chacune des droites (AB) et (BC).
   b) Une équation cartésienne de la médiane issue de B du triangle ABC.
   c) Une équation cartésienne de la hauteur issue de B du triangle ABC.
   d) Une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.
3) En déduire les équations de la normale des droites (AB) et (BC).

Exercice4

(D_k) désigne la droite d'équation cartésienne : $(3+k)x+2ky+6=0$. où k est un nombre réel.

1) Déterminer une équation de la normale de (D_k).
2) Montrer que pour tout nombre réel k, $A(-2;1)$ appartient à (D_k).
3) Existe-t-il une valeur de k pour laquelle (D_k) est parallèle à la droite (d) d'équation $y=-3x+5$?

Exercice5

k désigne un nombre réel et (d_k) la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2+kt \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

1) Justifier que toutes les droites (d_k) ont un point commun.
2) Montrer que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point à déterminer.
3) Déterminer les équations de la normale des droites (d_1) et (d_2).
4) Montrer que si $k\neq k'$, alors (d_k) et $(d_{k'})$ sont sécantes.

Exercice6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne le point $A(4;1)$ et une droite (Δ) d'équation $-5x+5y-8=0$.

1) Déterminer une équation de la normale de (Δ).
2) Déterminer une équation réduite de (Δ).
3) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point $A(4;1)$ et qui est perpendiculaire à la droite (Δ).
4) Déterminer la distance du point $B(-4;-1)$ à la droite (Δ).
5) Soit l'équation (Δ_m): $(2m+1)x-(m-2)y-4m=0$. où $m \in \mathbb{R}$. Donner la forme réduite de (Δ_m).
6) Déterminer le réel m pour que :
   a) (Δ_m) soit parallèle à la droite (D'): $y=x$.
   b) (Δ_m) passe par l'origine du repère.
   c) (Δ_m) soit perpendiculaire à la droite (D''): $y=-x$.
   d) (Δ_m) soit perpendiculaire à l'axe des ordonnées.
   e) (Δ_m) soit parallèles à l'axe des ordonnées.
   f) (Δ_m) soit perpendiculaire à l'axe des abscisses.
   g) (Δ_m) soit parallèles à l'axe des abscisses.
7) Montrer que toutes les droites (Δ_m) passent par un point fixe I dont on déterminera les coordonnées.
8) Construire les droites (d), (Δ), (Δ_1) et (Δ_{-1}) dans le même repère.

Exercice7

(D_1), (D_2) et (D_3) désignent trois droites de représentations paramétriques respectives : (S_1): $\begin{cases} x=2t \\ y=-5-3t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$; (S_2): $\begin{cases} x=1-6t' \\ y=2+9t' \end{cases}$ $t' \in \mathbb{R}$ et (S_3): $\begin{cases} x=2+3t'' \\ y=4+2t'' \end{cases}$ $t'' \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que (D_1) et (D_2) sont parallèles.
2) Montrer que (D_1) et (D_3) sont perpendiculaires.
3) Soit l'équation (D_m): $(3m-3)x+(2m-6)y-3=0$, $m \in \mathbb{R}$ et d'autre part la droite d'équation (Δ): $x-3y+6=0$.
   a) Etablir l'équation cartésienne de (D_5).
   b) Montrer que (D_5) et (Δ) sont perpendiculaires.
   c) Préciser leur point d'intersection.
   d) Construire (D_0), (D_5) et (Δ) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice8

Dans le plan uni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On donne les droites (Δ) et (Δ') d'équations respectives : $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

Et $(\Delta'): x - y + 2 = 0$.

1) **Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ).**
2) **En déduire son équation de la normale.**
3) **Montrer que les droites (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires.**
4) **Déterminer les coordonnées de I, point d'intersection de (Δ) et (Δ').**
5) **On donne $A(2; 3)$ et $\vec{u}(-m + 3;\ 3m + 1)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D_m) passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$.**
6) **On pose : $(D_m): (3m + 1)x + my - 9m + 7 = 0$.**
   Déterminer la pente de (D_m).
7) **Déterminer le réel m de manière que :**
a) **(D_m) soit parallèles à l'axe des abscisses.**
b) **(D_m) soit parallèles à l'axe des ordonnées.**
c) **(D_m) passe par le point $B(-1; -1)$.**

Exercice9

On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$A(6, 4)$ et la droite (D) d'équation $2x + y - 6 = 0$.

Calculer les coordonnées du point A' image de A par la projection orthogonale sur la droite (D).

Exercice10

On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, $(\Delta): 4x + 3y + 60 = 0$ et $D(4; 3)$.

1) **Faire une figure et tracer (Δ).**
2) **Calculer la distance de OD.**
3) **Montrer que pour tout point M de (Δ), $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OD}$ est un nombre réel fixe, indépendant de M.**
4) **En déduire que les droites (Δ) et (OD) sont orthogonales.**
5) **Calculer la distance de O à (Δ) c'est-à-dire la distance de O, à son image O' dans la projection orthogonale sur (Δ).**

Exercice11

On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les points $A(0; 6)$, $B(2; 1)$, $C(4; 1)$ et $D(-2; \frac{8}{3})$.

1) Placer ces points dans ce repère.
2) Donner une représentation paramétrique de la droite (AD).
3) Donner une équation cartésienne de la droite (BC).
4) Les droites (AD) et (BC) sont-elles sécantes ?parallèles ? perpendiculaires ?
5) Soit I le point de coordonnées -3 et 1. Trouver deux nombres réels $\propto$ et β tels que $A = bar\{(D, \propto),\ (I, \beta)\}$.

Exercice12

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de :

   $(C_1) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ et $(C_2) : x^2 + y^2 - x + \frac{1}{5} = 0$.

2) Discuter suivant le paramètre m, l'ensemble des solutions de : $(C_m) : x^2 + y^2 + mx - (m+1)y + 2 = 0$.
3) On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les points $A(2;-1)$, $B(-3;2)$, $C(-1;3)$.
   a) Placer ces points dans ce repère.
   b) Déterminer et construire une équation cartésienne du cercle (C) de diamètre $[AB]$.
   c) Déterminer et construire une équation cartésienne du cercle (C) de centre C et passant par A.
   d) L'équation $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 10 = 0$ est-elle celle d'un cercle ?

Exercice13

(C) désigne un cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 6x = 0$.

1) Déterminer les coordonnées du centre C du cercle (C).
2) B désigne le point de (C) d'abscisse 1 et d'ordonnée négative. Quelle est l'ordonnée de B ?
3) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{CB}$ puis un vecteur directeur de la tangente (T) à (C) en B.
4) Déterminer une équation cartésienne de (T).

Exercice14

Soit (C_1) et (C_2) deux ensembles définies par :

$x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ et $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$.

4) Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C_1) et (C_2)

5) Vérifier que le point $C(2;-1)$appartient à (C_2).

6) Déterminer une équation de la tangente (T_0) au $(\mathcal{C}_2)$ au point $A(1;-3)$.

7) Construire alors $(\mathcal{C}_2)$ et (T_0) dans le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

8) Calculer la puissance $B(-2;\ 0)$ par rapport à $(\mathcal{C}_1)$

9) En déduire la position du point B par rapport à $(\mathcal{C}_1)$

Exercice15

$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est un repère orthonormé du plan.

On considère l'ensemble $(\mathcal{C})$ défini par : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.

1) Montrer que $(\mathcal{C})$ est un cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon.
2) Vérifier que le point $A(2;2)$ est un point de $(\mathcal{C})$.
3) Déterminer l'équation de la tangente (T) en A au cercle $(\mathcal{C})$.
4) Construire le cercle $(\mathcal{C})$ et sa tangente (T).

Exercice16

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On donne deux points A et B de coordonnées $(x_A;\ y_A)$ et $(x_B;\ y_B)$ et M un point quelconque de ce repère de coordonnées $(x;y)$.

1) En se référant du cours sur l'équation cartésienne d'un cercle, rédiger une fiche méthode pour déterminer une équation cartésienne de cercle :
   a) Dont on connaît les coordonnées du centre $\Omega(a;b)$ et le rayon r.
   b) Dont on connaît un diamètre $[AB]$.
2) Appliquer ces fiches méthodes pour déterminer une équation cartésienne :
   a) Du cercle (C) de centre $A(-1;2)$ et de rayon $r = \sqrt{5}$.
   b) Du cercle (C) de diamètre $[AB]$ avec $A(-1;3)$ et $C(4;2)$.
3) On donne le point $C(2;4)$ et la droite (D) d'équation $3x + 4y - 12 = 0$.
   a) Calculer la distance du point C par rapport à (D).
   b) Former l'équation du cercle (C) qui admet pour centre le point C et qui est tangent à la droite (D).
   c) Déterminer une équation paramétrique de (C).
   d) Calculer la puissance $D(1;\ 1)$ par rapport à (C).
   e) En déduire la position du point D par rapport à (C).

Exercice17

(C_m) **désigne une courbe d'équation :**

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2(m-1)y + 2m^2 - 2m = 0$$

Où m est un nombre réel.

1) **Déterminer la nature de (C_0) et de (C_1).**
2) **Démontrer que pour tout réel $m, (C_m)$ est un cercle.**
3) **Déterminer les coordonnées du centre Ω_m et la valeur du rayon R_m en fonction de m.**
4) **En déduire que les centres des cercles Ω_m appartiennent tous à une même droite que l'on définira.**
5) **Existe-t-il une valeur de m pour laquelle le centre de (C_m) est $K(-3;\, -5)$?**

Exercice18

On donne $A(3\,;\,-1)$, $B(-2;0)$ et $m \in \mathbb{R}$.

1) **Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = m$. On note (E_m) cette équation.**
2) **Que représente (E_0).**

Exercice19

(C_k) **désigne la courbe d'équation $x^2 + y^2 - 2x - 2k = 0$, où k est un nombre réel.**

1) **Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C_k) selon les valeurs de k.**
2) **On donne deux nombres réels k et k' de l'intervalle : $[-\frac{1}{2};\, +\infty[$.Montrer que si $k \neq k'$ alors (C_k) et $(C_{k'})$ sont disjoints.**

Exercice20

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

ABC **est un triangle tels que : $A(3;3)$, $B(-1;0)$ et $C(3;\,-5)$.**

1) **Placer ces points dans ce repère.**
2) **Déterminer une équation du cercle inscrit dans le triangle ABC.**
3) **Par deux méthodes différentes, détermine une équation du cercle circonscrit au triangle ABC.**
4) **Déterminer une équation paramétrique de (C).**

5) Calculer la puissance $I(1;\,-1)$ par rapport à (C).
6) En déduire la position du point I par rapport (C).

Exercice21

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On donne les points : $O(0;0), A(-6;0)$, $C(-3;4)$, $B(1;2)$ et $D(2;4)$.

1) Placer ces points dans ce repère.
2) Construire le cercle (C) de centre C et de rayon $R = OC$.
3) (D) est une droite passant par O et recoupe (C) en $D(2;4)$.
   a) Déterminer l'équation cartésienne de (C).
   b) Montrer que le point A appartient au cercle (C).
   c) Déterminer une équation cartésienne de la tangente en A.
   d) Déterminer une équation paramétrique de (C).
   e) Calculer la puissance $E(-1;\,-1)$ par rapport à (C).
   f) En déduire la position du point E par rapport à (C).

Exercice22

Soit (C) : $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$. Former les équations des droites tangentes de pentes $a = -2$; $a = 3$; $a = -8$ et $a = 15$.

Exercice23

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On donne les points $A(30;0)$, $B(0;20)$ et $C(11;12)$.

1) Placer ces points dans ce repère. On prendra échelle $10\,km$ sur chaque axe.
2) A et B désignent deux villes reliées par une route. On désire construire un stade circulaire le plus grand possible de centre C et converser une distance minimale de $50\,m$ entre le stade et la route.
   a) Déterminer une équation cartésienne du bord de ce stade puis le représenter dans ce repère.
   b) Quelle surface va-t-il occuper ?

Exercice24

On donne les nombres réels $a, b\,, x_0$ et y_0.

(d) est la droite d'équation : $ax + by + c = 0$.

H est le projeté orthogonal de $M_0(x_0\ ;\ y_0)$ sur la droite (d) et $\vec{n}(a;b)$ est un vecteur normal c'est-à-dire perpendiculaire à (d).

1) Faire une figure.
2) Démontrer que $\overrightarrow{HM}.\vec{n} = ax_0 + by_0 + c$.
3) Démontrer que $|\overrightarrow{HM}.\vec{n}| = HM \times \|\vec{n}\|$.
4) En déduire que : $HM = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
5) Calculer la distance du point $M(-3;4)$ à la droite d'équation cartésienne $2x - 5y + 1 = 0$.
6) Le cercle (C) d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + 4x - 21 = 0$ est-il tangent à la droite d'équation $y = -x + 4$?

Exercice25

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points $A(1;0)$, $B(3;0)$ et $C(2;\ \sqrt{2})$.

1) Placer ces points dans ce repère.
2) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$ puis déterminer une représentation paramétrique de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. On remarquera que $AB = AC$ donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ est un vecteur directeur de l bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.
3) En déduire une équation cartésienne d'un cercle (C) tangent à (AB) et à (AC) et dont le centre a comme abscisse 5.
4) Déterminer les coordonnées des points de tangente de (C) avec les droites (AB) et (AC)

Exercice26

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne $(E_k): (x + y + k)^2 = 2xy\ ; k \in \mathbb{R}$.

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (E_k).
2) Construire dans le même repère (E_{-1}), (E_0) et (E_1).
3) On donne : $B(-1;1)$ et $C(4;\ 3)$. Déterminer une équation de (Γ) telsque pour tout point $M(x,y)$ du plan : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -1$.

Chapitre12 : Angles orientés

Exercice1

1) Déterminer les coordonnées du point M dans le repère orthonormé (O,I,J). Sachant que $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}}) = \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ et que $OM = 1$.
2) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{ON}})$ où $N(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$ et $ON = 1$.

Exercice2

Le plan étant muni du repère orthonormé (O,I,J).

On considère le point $A(2;1)$

1) Construire le point B tel que : $AB = 2$ et $mes(\widehat{\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{AB}}) = -\frac{\pi}{6}[2\pi]$
2) Construire le point C tel que : $CB = 2$ et $mes(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}) = \frac{2\pi}{3}[2\pi]$
3) Calculer $mes(\widehat{\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{BC}})$.

Exercice3

Reproduire et compléter le tableau suivant :

Degrés	25			80	120		240
Radians		$\frac{\pi}{7}$	$\frac{3\pi}{8}$			$\frac{8\pi}{3}$	

Exercice4

ABC désigne un triangle isocèle tel que : $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) = 100^\circ$.Calculer les sommes :

1) $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) + mes(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}}) + mes(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}})$.
2) $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) + mes(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) + mes(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}})$.

Exercice5

$ABCD$ désigne un rectangle. Les points D, C et E sont alignés tel que $mes(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BE}}) = 20^\circ$.

1) Faire une figure. On prendra $[AD]$ vertical.
2) Déterminer une mesure en radians des angles :
   a) $(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}})$
   b) $(\widehat{\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CB}})$
   c) $(\widehat{\overrightarrow{EC},\overrightarrow{EB}})$
   d) $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BA}})$.

Exercice6

1) Construire un triangle EFG isocèle en F tel que : $mes(\widehat{\overrightarrow{GE},\overrightarrow{GF}}) = \frac{\pi}{6} rad.$
2) Déterminer une mesure en radians des angles :
   a) $(\widehat{\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EG}})$
   b) $(\widehat{\overrightarrow{FE},\overrightarrow{FG}})$.

Exercice7

Déterminer la mesure principale des mesures suivantes :
$\frac{35\pi}{3} rad$; $\frac{47\pi}{6} rad$; $-\frac{22\pi}{3} rad$; $\frac{15\pi}{4} rad$; $\frac{20\pi}{8} rad$; $\frac{43\pi}{2} rad$; $-\frac{15\pi}{2} rad$; $\frac{109\pi}{2} rad$; $\frac{51\pi}{2} rad$.

Exercice8

Déterminer la mesure principale des mesures suivantes :

$-\frac{49\pi}{4} rad$; $\frac{23\pi}{4} rad$; $\frac{75\pi}{4} rad$; $-\frac{36\pi}{4} rad$;
$\frac{19\pi}{3} rad$; $\frac{62\pi}{3} rad$; $-\frac{35\pi}{3} rad$; $-\frac{50\pi}{3} rad$; $\frac{35\pi}{3}$.

Exercice9

Déterminer la mesure principale des mesures suivantes :
$\frac{25\pi}{6} rad$; $-\frac{37\pi}{6} rad$; $\frac{41\pi}{3} rad$; $\frac{15\pi}{6} rad$; $-\frac{14\pi}{6} rad.$

Exercice10

$ABCDEF$ désigne l'hexagone régulier de centre O. (C) est le cercle trigonométrique de centre O passant par A.

1) Faire une figure. On prendra $[EF]$ horizontal.
2) Déterminer les mesures principales des angles suivants : $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{EC},\overrightarrow{EA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$; $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OB}})$; $(\widehat{\overrightarrow{FA},\overrightarrow{ED}})$.

Exercice11

Dans chacun des cas suivant, donner la mesure principale de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}})$.

$M(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$; $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $M(-1;\ 0)$ et $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Exercice12

Dans chacun des cas suivant, déterminer les coordonnées du point M.

$mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}}) = \frac{7\pi}{4}[2\pi]$; $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}}) = -\frac{25\pi}{3}[2\pi]$; $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}}) = \frac{29\pi}{6}[2\pi]$ et $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}}) = -\frac{17\pi}{6}[2\pi]$.

Exercice13

Dans le repère orthonormé (O,I,J), A désigne le point de coordonnées $(1;1)$ et B le point d'abscisse 2 tel que : $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{AB}}) = \frac{\pi}{4}[2\pi]$.

H est le projeté orthogonal de B sur la droite (O,I) et les points O, A et B sont alignés.

1) Faire une figure.
2) Déterminer la mesure de l'angle $mes(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}})$.
3) Calculer la distance OB.
4) Déterminer puis construire les coordonnées du point K milieu du segment $[AB]$.

Exercice14

n désigne un nombre entier relatif. Déterminer le cosinus et le sinus des angles dont les mesures sont indiquées :

$2n\pi$; $(2n+1)\pi$; $n\pi$; $\frac{\pi}{2}+2n\pi$; $-\frac{\pi}{2}+2n\pi$; $\frac{\pi}{2}+(2n+1)\pi$; $-\frac{\pi}{2}+(2n+1)\pi$.

Exercice15

Une piste d'athlétisme circulaire de centre O, de rayon $100\,m$.

Un coureur M part d'un point A de la piste à l'instant $t=0$.

Un autre coureur N part au même moment d'un point B situé $100\,m$ devant.

On suppose que les deux coureurs courent respectivement à la vitesse constante V_M et V_N, exprimées en $m\,/\,s$.

Les deux courent dans le sens direct de la piste.

1) Faire une figure.
2) Calculer $mes(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}})$ en fonction du temps t et des vitesses V_M et V_N
3) Sachant que le coureur M passe au point B à l'instant $t=12,5s$ et qu'il double le coureur N à l'instant $t=50s$. Déterminer V_M et V_N

Exercice16

A, B et C désignent trois points non alignés.

Construire et décrire l'ensemble des points M tels que :

1) $mes\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right) = mes\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$.

2) $mes\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)=-mes\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$.

3) On considère les points $A'(-2;-2)$ et $B'(1;0)$. Déterminer et tracer le lieu des points M du plan tels que : $\left|det(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'M})\right|=0$.

Chapitre13 : Trigonométrie

Exercice1

x désigne un nombre réel.

Simplifier les expressions suivantes :

1) $A=\cos(2\pi-x)+2\cos(\pi+x)+3\cos(-x)$;
2) $B=\sin(3\pi-x)-\sin(\pi+x)+5\sin(16\pi+x)$;
3) $C=\sin(x+7\pi)-3\cos(x+5\pi)-2\cos(x-2\pi)$.

Exercice2

1) x désigne un nombre réel. Simplifier l'expression :
$A(x)=\cos(\pi+x)-2\cos(-x)+3\sin(\frac{\pi}{2}+x)+\sin(\frac{3\pi}{2}+x)$.
2) x est la mesure d'un angle telle que $\sin(x)=\frac{\sqrt{5}}{4}$ et $\frac{\pi}{2}\leq x\leq\pi$.
Déterminer la valeur exacte de $\cos(x)$.
3) Soit x un nombre réel appartenant à $]\frac{\pi}{2};\pi]$ et tel que : $\cos(x)=-\frac{3}{7}$.
Calculer la valeur exacte de $\sin(x)$ et $\tan(x)$.

Exercice3

Sachant que $\cos(\frac{\pi}{10})=\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}$. Déterminer les valeurs exactes de $\sin(\frac{\pi}{10})$ et $\tan(\frac{\pi}{10})$.

Exercice4

Simplifier chacune des expressions suivantes :

1) $A=3\cos(x)+2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(\pi-x)$
2) $B=2\sin(-x)+\cos(\frac{\pi}{2}+x)+\cos(x-\frac{2\pi}{5})$
3) $C=\cos(\frac{\pi}{9})+\cos(\frac{4\pi}{9})+\cos(\frac{5\pi}{9})+\cos(\frac{8\pi}{9})$
4) $D=\sin(\frac{\pi}{11})+\sin(\frac{4\pi}{11})+\sin(\frac{7\pi}{11})+\sin(\frac{21\pi}{11})$
5) $E=\cos^2(\frac{\pi}{8})+\cos^2(\frac{3\pi}{8})+\cos^2(\frac{5\pi}{8})+\cos^2(\frac{7\pi}{8})$

Exercice5

1) Démontrer que :

a) $(\cos x+\sin x)^2=1+2\sin x\cos x$
b) $(\cos x-\sin x)^2=1-2\sin x\cos x$
c) $cos^4x+sin^4x=1-2\sin^2 x\cos^2 x$
d) $cos^4x-sin^4x=\cos^2 x-\sin^2 x$
e) $-cos^4x+sin^4x+2\cos^2 x=1.$

2) Démontrer que : $\cos(\frac{\pi}{10})+\cos(\frac{9\pi}{10})+\cos(\frac{6\pi}{10})+\cos(\frac{4\pi}{10})=0.$

3) Résoudre le système d'inconnue x et y : $\begin{cases} x\cos t+y\sin t=1 \\ x\sin t-y\cos t=1 \end{cases}$

Exercice6

1) Calculer et simplifier :
   a) $A=\sin(\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{7\pi}{3})-\sin(\frac{2\pi}{3})$
   b) $B=\cos(\frac{5\pi}{4})+\cos(-\frac{3\pi}{4})+\cos(\frac{7\pi}{4})$
   c) $C=\tan(\frac{\pi}{4})+\tan(\frac{3\pi}{4})+\tan(\frac{5\pi}{4})$
2) Démontrer que : si ABC est un triangle rectangle, alors
$\begin{cases} \cos^2\widehat{A}+\cos^2\widehat{B}+\cos^2\widehat{C}=1 \\ \sin^2\widehat{A}+\sin^2\widehat{B}+\sin^2\widehat{C}=1 \end{cases}$

Exercice7

M désigne le point du cercle (C) tel que : $mes\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}\right)=\frac{\pi}{4}[2\pi]$

1) Déterminer les coordonnées de M dans le repère (O,I,J).
2) Calculer IM.
3) Montrer que $IM=2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
4) En déduire la valeur exacte :
   a) $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$
   b) $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice8

x désigne un nombre réel tel que $x\in]0;\frac{\pi}{2}[$

ABC désigne un triangle isocèle en A tel que $mes\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=2x$.

H et I sont les pieds des hauteurs du triangle ABC issues respectivement de A et de B. On pose $a=AB$, $a>0$.

1) Faire le figure. On prendra $[BC]$ horizontal.
2) Montrer que $BC=2a\sin(x)$.
3) Montrer que $BI=BC\cos(x)$.
4) Montrer que $BI=a\sin(2x)$.
5) Montrer que $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$.

Exercice9

ABC désigne un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC}$ mesure $\frac{\pi}{5}$.

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe le segment $[AC]$ en D.

1) Faire une figure.
2) Déterminer la mesure de chacun des angles des triangles ABC, ADB et BCD.
3) x désigne la longueur du segment $[BC]$. Montrer que :
   a) $AB = 2x\cos(\frac{\pi}{5})$
   b) $CD = 2xc$
   c) $BC = 4x\cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5})$.
   d) En déduire : $\cos(\frac{\pi}{5}) - \cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{1}{2}$ et $\cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{1}{4}$
   e) Justifier que pour tous nombres réel a et b :
   $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$.
   f) En déduire les valeurs exactes de : $\cos(\frac{\pi}{5})$, $\cos(\frac{\pi}{5})$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Chapitre14 : Statistiques

Exercice1

Une enquête portant sur le nombre d'enfants dans chacun des 50 foyers d'un village a donné les résultats suivants.

Nombre d'enfants	0	2	3	4	5	6	7	9	10
Effectif	2	3	5	4	11		8	4	2
E.C.C									

1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
2) Interpréter les données inscrites dans la case vide d'effectif.
3) Représenter le diagramme cumulatif des effectifs.

Exercice2

Un gérant de station service a noté durant une semaine les quantités, en L d'essence vendue.

Quantité L	5	10	15	20	25	30
Effectif	6	18	25	31	15	5
E. C. C						

1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.

2) Interpréter les données inscrites de l'avant dernière case de quantité $25\,L$
3) Représenter le diagramme cumulatif.
4) Représenter la diagramme en bâtons d'effectifs
5) Combien de fois le gérant a-t-il vendu $30\,L$?
6) Combien de fois le gérant a-t-il vendu au plus $15\,L$?

Exercice3

Voici le prix en centaines de FCFA d'un même article dans 21 magasins différents.

Prix	$17,5$	18	19	20	$20,5$	22
Effectif	1	4	5	5	3	3

1) Déterminer le mode de cette série.
2) Déterminer la moyenne de cette série.
3) Déterminer la médiane de cette série.

Exercice4

Voici le nombre de battements de cœur à la minute de quelques personnes

$50 - 112 - 110 - 73 - 84 - 101 - 97 - 93 - 104 - 130 - 118 - 106 -$

$105 - 89 - 95 - 82 - 116 - 109 - 111 - 78 - 97 - 73 - 90 - 101.$

1) Déterminer le mode de cette série.
2) Déterminer la moyenne de cette série.
3) Déterminer la médiane de cette série.

Exercice5

Une série de tests sur la durée de vie, en années, de composants électroniques a donné les résultats suivants :

Durée de vie	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$
Effectif	27	142	84

1) Calculer le centre de chaque classe.
2) Calculer la moyenne de cette série statistique.
3) Calculer l'écart type de cette série statistique.

Exercice6

Un professeur de mathématique recense le nombre de livres lu par ses élèves au cours de l'année.

18 élèves n'ont lu aucun livre, 72 en ont lu 1, 45 en ont lu 2, 36 en ont lu 3 et 9 en ont lu 4.

1) Calculer la moyenne de cette série statistique.
2) Calculer l'écart type de cette série statistique.

Exercice7

Modalité X_i	8	9	7	6	2
Effectif n_i	3	2	5	3	4

1) Calculer puis nommer $\sum_{i=1}^{5} n_i$.
2) Calculer puis nommer $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5} n_i \times X_i$
3) Calculer puis nommer $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5} n_i(X_i - \overline{X})^2$.
4) Ecrire avec les symboles d'une somme, les sommes suivantes :
   a) $S = f_1 \times X^2{}_1 + f_2 \times X^2{}_2 + \cdots + f_5 \times X^2{}_5$.
   b) $S' = \frac{1}{N}(\,n_1 \times X_1{}^2 + \,n_2 \times X^2{}_2 + \,n_3 \times X_3{}^2) - \overline{X}^2$.

Exercice8

Voici les résultats d'une épreuve sur 20 d'admissibilité à un concours d'entré au Système Niveau toujours en équilibre dirigé par le chef de SN.

Note	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	5	7	11	1	8	12	6	4

Ces notes étant catastrophiques, le correcteur souhaite les augmenter à l'aide d'une fonction pour que la nouvelle moyenne soit $\frac{10}{20}$.

1) Calculer la moyenne $\overline{X}$ de cette série statistique.
2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous obtenu à partir du tableau précédent, sachant que chaque note sera transformée par une fonction affine $f(x) = ax + b$.

Nouvelle note	$a+b$	...	$8a+b$
Effectif	5	...	4

a) Exprimer la moyenne $\overline{X}_1$ de cette nouvelle série de notes.
b) Vérifier que $\overline{X}_1 = f(X_1)$.

3) Construire un nouveau tableau d'effectifs en prenant cette fois-ci le carré des notes de départ.
4) Calculer la moyenne de cette nouvelle série de notes. On la notera $\overline{X}_2$
5) A-t-on $\overline{X}_2 = (\overline{X})^2$?

6) Quelle fonction affine faut-il choisir pour que le souhait du correcteur soit vérifié ?

Exercice9

Donner un exemple de série statistique :

D'effectif total 10;

Dont l'étendue est 10;

Dont la moyenne est égale au double de la médiane.

Troisième trimestre

Chapitre15 : Fonction numérique

.Exercice 1

Associer à chaque phrase la fonction correspondante.

Exemple : J'en prends la moitié correspond à la fonction $f(x) = \frac{x}{2}$.

Je le triple puis je soustrais 4	$f(x) = 2x + 3$
Je soustrais 4 puis je le triple	$f(x) = 3x - 4$
Je le double puis j'ajoute 3	$f(x) = 2(x + 3)$
J'ajoute 3 puis je le double	$f(x) = 3(x - 4)$

Exercice 2

1) Déterminer les ensembles de définitions des fonctions suivantes :

$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1$; $g(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$; $h(x) = \sqrt{1-2x}$;

$I(x) = \sqrt{(1-x)(x-3)}$; $J(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x^2+4x+4}}$; $K(x) = \sqrt{1-|x|}$; $M(x) = \sqrt{4+|x|}$

2) On donne les fonctions f et g telles que : $f(x) = x + 3$ et $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f et g.

b) Calculer $f \circ g(x)$ et $g \circ f(x)$ puis comparer.

3) On pose $h(x) = g \circ f \circ f(x)$.

a) Déterminer $h(x)$.

b) Déterminer son ensemble de définition.

c) Montrer que h est injective

d) Déterminer h^{-1}.

e) Déterminer les réels a et b tels que : $g(x) = a + \frac{b}{x+2}$

4) Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x) = -3x^2 + 4$;

$g(x) = \frac{x\sqrt{x^2}}{x^2-1}$; $h(x) = \frac{x^3+1}{x}$; $k(x) = \frac{-5x^4+3}{x}$.

5) Soit E, F, G trois ensembles non vide g et f deux fonctions telles que : $E \longrightarrow F$; $F \longrightarrow G$ et $f \circ g$: $E \longrightarrow G$. Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) E est l'ensemble d'arrivé de g.

b) F est l'ensemble de départ de f.

c) G est l'ensemble d'arrivé de $f \circ g$.

d) E est l'ensemble départ de $f \circ g$.

6) E désigne la partie entière et f désigne la fonction définie sur $[-3; 5]$ par $f(x) = 1 - xE(x)$.

Calculer $f(-2)$; $f(1)$ et $f(4)$.

7) Donner l'ensemble des nombres réel x tels que : $E(x) = 3$; $E(x) = -2$.

Exercice 3

f désigne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$. (C) désigne la courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer l'image par f de -3.
2) Déterminer les antécédents par f de 0.
3) Calculer les coordonnées de son sommet S.
4) a. Déterminer le taux d'accroissement de f en fonction de x.

   b. En déduire le signe du taux d'accroissement suivant les valeurs de x. **(1 point)**
5) Complète le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$					

6) En déduire le tableau de variation de f sur $[-3; 1]$.
7) En déduire le minimum de f.
8) Tracer la parabole (P) dans ce repère. Unité graphique $1\ cm$.

Exercice4:

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ de $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 2|x-3| - |x+1| + 2x$

1) Explicité la fonction f.

2) En déduire son ensemble de définition.
3) Complète le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$											

4) En déduire le tableau de variation de la fonction f.
5) Représenter graphiquement $f$dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$.

Exercice5 :

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ de $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f et étudie la parité de f.
2) Calculer pour $x_1 \in \mathbb{R}_+{}^*$ et $x_2 \in \mathbb{R}_+{}^*$, $x_1 \neq x_2$, le rapport $T = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ et simplifie-le.
3) Chercher le signe de T pour x_1 et x_2 appartenant sur $[1;\ +\infty[$ puis sur $]0, 1]$.

Exercice6 :

1) Développe et réduis $f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$.
2) En déduire les coordonnées du sommet S.
3) Calculer $f(-2)$ et $f(1)$.
4) Construis graphiquement la parabole (C)de $f(x) = -x^2 - x + 2$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$. Repasse en rouge la position de (C) correspondant aux abscisses vérifiant $-2 \leq x \leq 1$.
5) Dans un autre repère $(\Omega, \vec{I},\ \vec{J})$, on considère les points $A(2; 0)$ et $B(0; 1)$. A tout nombre x de l'intervalle $[-2; 1]$, on associe le point M de l'axe $(\Omega, \vec{I})$ tel que $\overline{AM} = x$ et le point N de l'axe $(\Omega, \vec{J})$ tel que $\overline{AN} = -x$ et enfin l'aire $A(x)$ du rectangle $M\Omega NP$.
   a) Montrer que, pour tout nombre réel x élément de $[-2, 1]$, le périmètre p du rectangle $M\Omega NP$ est indépendant de x.
   b) Calculer $A(x)$ en fonction de x.
   c) Pour quelle valeur de x, $A(x)$ est-elle maxima ? pour cette valeur, qu'est le rectangle$M\Omega NP$?

Exercice7

On donne trois fonctions f, g et h définies par : $f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 5$;

$g(x) = \frac{x+2}{x+1}$ **et** $h(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.

1) **Déterminer l'ensemble de définition des fonctions** f, g **et** h.
2) **Montrer que** g **est injective.**
3) **Montrer que** h **est paire.**
4) **Calculer** $h \circ g(x)$ **puis déterminer son ensemble de définition.**

Exercice8

Soit f **la fonction définie par :** $f(x) = x^2 + 4x + 5$. **On désigne par** (C) **sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé** $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) **Déterminer l'ensemble de définition de** f.
2) **Montrer que** $f(x) = (x+2)^2 + 1$.
3) **En déduire les coordonnées du point** S **sommet de** f, **puis donner sa nature exacte.**
4) **Déterminer le taux d'accroissement de** f **en fonction de** x, **puis en déduire le signe du taux de variation suivant les valeurs de** x.
5) **Compléter le tableau de valeurs suivant :**

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$							

6) **En déduire le tableau de variation de** f **sur** $[-5; 1]$.
7) **Construire la courbe** (C) **de** f **sur l'intervalle** $[-5; 1]$ **et la droite d'équation** $x = -2$.

Exercice9

Soit h **une fonction de** $\mathbb{R}$ **vers** $\mathbb{R}$ **dont l'ensemble de définition** D **est symétrique par rapport à Zéro.**

Soit f **et** g **les fonctions définies sur** D **par :**

$f(x) = \frac{h(x) - h(-x)}{2}$ **et** $g(x) = \frac{h(x) + h(-x)}{2}$

1) **Calculer** $f(x)$ **et** $g(x)$ **pour** $h(x) = 1 + x - 3x^2 - 2x^3 + x^4$.
2) **Etudier alors la parité de** f **et** g.
3) **Montrer que, quelque soit la fonction** h, **la fonction** f **est toujours impaire et que** g **est toujours paire.**
4) **Montrer que toute fonction définie sur un ensemble** D **symétrique par rapport à Zéro est la somme d'une fonction impaire et d'une fonction paire définie sur le même ensemble.**

Exercice10

Soit (P) la courbe représentative définie par : $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 + px + q$, $(p, q) \in \mathbb{R}^2$.

1) Donner la nature de (P)
2) Déterminer les réels p et q pour que (P) admette pour sommet $S(3; -2)$.
3) Démontrer que le taux de variation de f est égal : $T = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - 3$
4) Démontrer que l'équation réduite de (P) est : $Y = \frac{1}{2}X^2$. On pourra poser : $\begin{cases} x - 3 = X \\ y + 2 = Y \end{cases}$
5) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur :
   a) $]-\infty; 3[$
   b) $]3; +\infty[$
6) Trouver les points d'intersection avec les axes du repère.
7) Tracer alors la courbe de (P).
8) Trouver les points d'intersection de (P) et de (D) : $y = 5$, puis construire (D).

<u>Exercice11</u>

Un oiseau se nourrit de poisson en plongeant dans l'eau depuis une falaise.

Soit $h(x)$ la hauteur en mètre de l'oiseau au dessus du niveau de l'eau en fonction de la distance x, à l'horizontale, le séparant de la rive.

L'oiseau décrit une parabole et on trouve $h(x) = x^2 - 6x + 5$ pour

$x \in [0,\ 6]$.

1) A quelle hauteur l'oiseau a-t-il commencé son plongeon ? Justifier votre réponse.
2) Recopie et compléter le tableau de valeurs suivants :

x	0	1	2	$2,5$		$3,5$	4		
$h(x)$					-4			0	5

3) Déterminer les coordonnées de son sommet
4) Tracer alors la parabole, la courbe représentative de h dans le repère orthogonal.
5) Indiquer graphiquement, le sens de variation de h
6) A quelle distance de rive la hauteur de l'oiseau est minimale
7) Montrer que $h(x) = (x - 3)^2 - 4$
8) Etudier les variations de h sur les intervalles : $]-\infty, 3[$ et $]3, +\infty[$

9) Donner dans chaque cas un encadrement de $h(x)$ en justifiant la réponse :
   a) $1,5 \leq x \leq 2$
   b) $3 \leq x \leq 4$

10) Etudier l'extremum de h sur $\mathbb{R}$

11) En déduire le tableau de variation de h sur $[0,\ 6]$.

12) Ecrire une équation qui permet de déterminer à quelles distances l'oiseau est entré puis sortir de l'eau puis résoudre cette équation.

13) Indiquer comment peut-on trouver ce résultat graphiquement puis trouver par le calcul les solutions de $h(x) < 0$.

Chapitre16 : Transformations usuelles du plan

Exercice1:

1) Tracer un segment $[AB]$ de longueur $4\ cm$ et placer un point O' n'appartenant pas à $[AB]$.
2) Construire l'image de $[AB]$ par la rotation de centre O et d'angle de mesure :
   a) 90°
   b) $-\frac{\pi}{6}$

Exercice2:

1) Construire le symétrique du triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 4cm$; $AC = 3\ cm$ et $BC = 5\ cm$ par l'homothétie de centre I situé a l'extérieur du triangle ABC et de rapport $\frac{7}{4}$
2) Démontrer que le triangle obtenu est rectangle.
3) Calculer l'aire du triangle obtenu.

Exercice3:

1) Tracer un triangle ABC.
2) Construire à la règle et au compas, l'image du point A :
   a) Par la symétrie orthogonale d'axe (BC).
   b) Par la symétrie centrale de centre B.
   c) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

Exercice4:

$ABCD$ désigne un rectangle.

1) **Construire à la règle et au compas, l'image de ce rectangle par la symétrie orthogonal d'axe (AC).**
2) **Que se passe-t-il dans le cas où $ABCD$ est un carré ?**

Exercice5:

(C) désigne un cercle de centre O et de rayon OM.

Construire à la règle et au compas , l'image de (C) par la symétrie de centre M.

Exercice6:

$IJKL$ désigne un parallélogramme de centre O.

Construire à la règle et au compas ,l'image de $IJKL$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OK}$

Exercice7:

Dans le plan orienté, on considère un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points de coordonnées : $A(3;3)$, $B(-1;1)$, $C(2;-1)$, $D(4;1)$.

Déterminer les coordonnées des images des points A, B, C et D par la transformation f indiquée :

1) **f est la symétrie orthogonale d'axe $(D): y = 2$.**
2) **f est la symétrie orthogonale d'axe $(D'): x = 1$.**
3) **f est la symétrie centrale de centre O.**
4) **f est la symétrie centrale de centre $I(1;3)$.**
5) **f est la translation de vecteur $\vec{u}(1;-2)$.**

Exercice8

A, B et C désignenet trois points alignés du plan et $I \notin (AB)$.

1) **Construire les symétriques de A, B et C par rapport à I.**
2) **Démontrer qu'une symétrie centrale conserve l'alignement. On pourra utiliser le théorème des milieux.**
3) **Démontre qu'une symétrie centrale transforme deux droites perpendiculaires en deux droites perpendiculaires.**

Exercice9

ABC désigne le triangle isocèle en C.

I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[BC]$.

$AB = 2,5\ cm$ et $AC = 4\ cm$.

1) Construire les symétriques B', C', I' et J' de B, C, I et J par rapport à A.
2) Calculer l'aire et le périmètre du triangle $AB'C'$. Justifier chaque étape du calcul.

Exercice10

O et A désignent deux points du plan tels que $OA = 5\ cm$.

(C) est le cercle de centre A et de rayon $3\ cm$.

1) Faire une figure.
2) Construire l'image de (C) par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{4}{3}$

Exercice11

$M(x, y)$ désigne un point du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Déterminer les coordonnées du point M', image de M par l'homothétie :

1) De centre $I(1; -2)$ et de rapport 2.
2) De centre $J(-1; 3)$ et de rapport $-\frac{1}{4}$.
3) De centre $K\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$ et de rapport -12.

Exercice12

$M(x, y)$ et $M'(x', y')$ désignent les points du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie qui transforme M en M'.

a) $M(x, y)$ et $M'(3x - 6; 3y + 4)$.
b) $M(x, y)$ et $M'(-2x + 5; -2y + 8)$.
c) $M(x, y)$ et $M'(\frac{1}{4}x\ ; \frac{1}{4}y - 1)$.

Exercice13

$M(x, y)$ et $M'(x', y')$ désignent les points du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

h est l'homothétie de rapport k qui transforme M en M'.

1) h est l'homothétie de centre O. Justifier que : $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$
2) h est l'homothétie de centre $A(a; b)$.

a) Ecrire une relation vectorielle entre $\overrightarrow{AM'}$ et $\overrightarrow{AM}$.
b) Justifier que : $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{OA}$.
c) En déduire une expression de x' en fonction de x, a et k.

d) En déduire une expression de y' en fonction de y, b et k.

3) h est l'homothétie de centre $A(3;-2)$ et de rapport $k=3$ et $B(5;4)$; (D) : $3x-2y+1=0$, (C) : $(x-1)^2+(y+2)^2=5$.
   a) Déterminer les coordonnées de l'image B' de B par h.
   b) Déterminer une équation cartésienne de l'image (D') de (D) par h.
   c) Déterminer une équation cartésienne de l'image (C') de (C) par h.

Chapitre17 : Configuration dans l'espace

Exercice1:

Trouver les éléments caractéristiques d'un hexagone de centre O et circonscrit au cercle de rayon $2\sqrt{3}$

Exercice2:

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

1) Quel est le nombre de diagonales d'un polygone à n côté ?
2) Quel est le polynôme qui a autant de diagonales que de côtés ?
3) Quel est le nombre de côté d'un polygone à 1325 côtés ?

Exercice3:

1) Construire à la règle et au compas un décagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $5\,cm$
2) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} prés de son périmètre et de son aire.

Exercice4:

Soit un polygone régulier non étoilé à n côtés inscrit dans un cercle de rayon R, on suppose n est un entier naturel supérieur ou égal à 3.

On appelle a la longueur de chacun des ses côtés, h son apothème et S son aire. On pose $\theta = \frac{180^\circ}{n}$

1) Calculer a et h en fonction de R et θ
2) Calculer S de deux façons différentes
3) En déduire que $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

Exercice5:

Soit un octogone $ABCDEFGH$ inscrit dans un cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}\,cm$. I est le pied de la hauteur du triangle BOA issue de B.

1) Quelle est la mesure des angles au centre ?
2) Construire la figure
3) Calculer la valeur exacte de la longueur OI
4) En déduire la valeur exacte de la longueur AI
5) Calculer la valeur exacte de la longueur IB
6) Calculer la valeur exacte, puis la valeur approchée à 10^{-3} prés de l'aire de l'octogone $ABCDEFGH$.

Exercice6:

$ABCDEFGH$ est un cube de côté a. Calculer la longueur d'une grande diagonale de ce cube

Exercice7:

$ABCDEFGH$ désigne le pavé droit tel que : $AB = 8\ cm$, $BC = 4\ cm, AE = 4\ cm.$

I est le milieu de l'arête $[AB]$ et O est le centre de la face de dessus $EFGH$.

1) Faire la figure
2) Quelle est la nature de $HGBA$?
3) $HGBA$ à ses diagonales qui se coupent en K, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AKB}$
4) Déterminer la mesure des angles du triangle OAC

Exercice8

$SABCD$ désigne une pyramide de sommet S dont toutes les arêtes ont pour longueur $5\ cm$. O est le centre du carré $ABCD$.

1) Représenter cette pyramide en perspective cavalière
2) Calculer la hauteur OS de la pyramide
3) Calculer le volume de la pyramide

Exercice9

On considère le cône de révolution de sommet S et de centre O tels que $AO = 2\ cm$ et de génératrice $SA = 6\ cm$.

1) Faire la figure
2) Calculer la hauteur
3) Démontrer que le volume du cône est : $V = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}\ cm^3$
4) Expliquer pourquoi le patron de la surface latérale est un secteur de cercle de rayon $6\ cm$
5) Construire le patron complet du cône

Exercice10

Adbéel à décidé de fabriquer son bouchon pour aller pêcher en mer avec ses amis. Il décide de former son bouchon à l'aide de deux cônes dont les bases coïncident et dont la hauteur de l'un est égale au double de l'autre.

1) Représenter en perspective cavalière le solide obtenu.
2) Exprimer les volumes du bouchon en fonction de π avec $R = 3\ cm$ et $h = 12\ cm$.
   a) Pour la partie supérieur d'un cône
   b) Pour la partie inférieur d'un cône
3) En déduire que le volume du bouchon utiliser par Adbéel est : $V = 36\pi\ cm^3$

Exercice11

Un menuisier a fabriqué un objet en iroko, à l'aide d'une poutre qui avait la forme d'un pavé droit $ABDFGHIJ$ tels que $AB = 4\sqrt{3}$, $AF = 4$, $FH = 10$.

On désigne par C un point de la droite (BD) tel que $BC = 1\ m$.

On désigne par E un point de la droite (FD) tel que le triangle CDE soit rectangle en D avec $\widehat{ECD} = 30^\circ$ et on pose $EC = x$, $ED = y$ et

$FE = 4\sqrt{3} - y$. L'unité de longueur est le mètre.

1) Représenter en perspective cavalière la pièce de bois qui a été découpée. On prendra $[AB]$ horizontal.
2) Calculer les dimensions découpées
3) Démonter que le volume de l'objet fabriqué est $V_{objet} = 145\sqrt{3}\ m^3$
4) La masse volumique de l'iroko est $650\ kg/m^3$. Quelle est la masse de cet objet ?

Proposé par Mr Adbéel MAYOUMA
068779496, 069986898, 055991301 Niveau