

BAST

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**PARTIE A/ Evaluation des ressources : 15points****Exercice 1 : 4.5points**

La fonction f est définie sur $[1 ; 2]$ par : $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$.

- 1- Montrer que $f([1 ; 2]) \subset [1 ; 2]$. 0.5pt
- 2- Montrer que $\forall x \in [1 ; 2], |f'(x)| \leq \frac{4}{9}$. 0.5pt
- 3- On définit la suite u par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+2} \end{cases}$, pour tout entier naturel.
 - a- Montrer par récurrence que :
 - i- Pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq 2$. 0.75pt
 - ii- Pour tout entier naturel n , $u_n \leq u_{n+1}$. 0.75pt
 - iii- Que peut-on conclure ? 0.25pt
 - b- Montrer que pour tout entier naturel n , $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{4}{9}|u_n - 2|$. 0.75pt
 - c- En déduire que pour tout entier naturel n , $|u_n - 2| \leq \left(\frac{4}{9}\right)^n$. 0.75pt
 - d- Déterminer la limite de la suite (u_n) . 0.25pt

Exercice 2 : 6points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'unité d'axes est 2 cm

On considère le polynôme complexe $p(z) = z^4 - 6z^3 + 10z^2 - 24z + 16$.

- 1- Montrer que si z_0 est racine de p alors $\bar{z}_0$ l'est aussi. 0.75pt
- 2- Montrer que $p(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure. 0.75pt
- 3- Calculer $p(3 - 2i)$, puis conclure. 1pt
- 4- Résoudre alors dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$. 1.5pt
- 5- Placer les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -2i, z_B = 3 - 2i, z_C = 3 + 2i$ et $z_D = 2i$. 1pt
- 6- Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD ? 0.5pt
- 7- Déterminer l'aire de ce quadrilatère. 0.5pt

Exercice 3 : 4.5points

On considère les fonctions g et f définies par $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$ et $f(x) = \frac{x^3+1}{4x^2-1}$.

- 1- Etudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation. 1pt
- 2- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$. 0.5pt

3- Justifier que : $1 < \alpha < 2$, puis donner un encadrement de α à 10^{-2} près.

0.75pt

4- Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

0.5pt

5- Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(4x^2-1)^2}$ et dresser le tableau de variation de f .

1pt

6- Montrer que $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$.

0.75pt

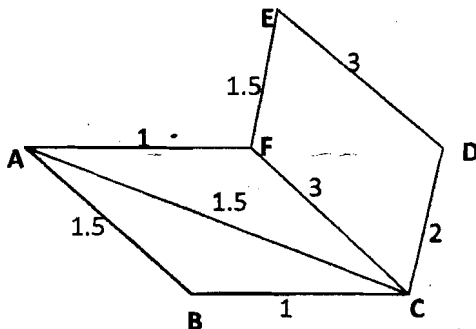
PARTIE B/ Evaluation des compétences : 4.5points

Situation :

Une entreprise a reçu une commande pour la livraison de 40 doses de vaccin. le tableau ci-dessous indique le nombre y_i de doses déjà livrées après x_i jours de travail.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	3	5	9	13	14	18	22	25

Le jour de la livraison des 40 doses de ce vaccin, l'agent financier part à bord de son véhicule de cette entreprise au point A à 10h00 vers l'hôpital situé au point D (voir figure ci-dessous). Il est embêté par les embouteillages du fait qu'il doit rattraper le directeur de cet hôpital qui l'attend à 12h00. Il fait exactement 30 min par kilomètre parcouru. Dans cet hôpital le taux d'augmentation des malades est de $x\%$ par rapport à l'année précédente. En 2021, le nombre de malades était de 30 000 et en 2023, le nombre de malades est de 33 075. Pour mieux planifier la vaccination le gouvernement souhaite estimer le nombre de malades pour le futur. L'unité est le km



Tâches :

1- Après combien de temps l'entreprise va livrer la commande ?

1.5pt

2- Quel chemin le plus court possible doit emprunter l'agent financier pour espérer arriver à l'heure ?

1.5pt

3- Déterminer le taux d'augmentation des malades.

1.5pt

Présentation : 0.5pt