REPUBLIQUE DU CAMEROUN MINESEC / DRLT / DDSM COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB	Collège Polyvalent Georges Schwab 1er & 2nd cycle général et technique	Examen : PROB. BLANC N° 1 Série : D/TI Session : DEC 2023 Epreuve : Mathématiques Durée : 3h Coefficient : 4

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

$ABCD$ est un rectangle tel que $BC = 6cm$ et $BA = 8cm$. Les points I, J et K sont tels que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$; $I = bar\{(A;-1),(C;4)\}$ et $K = bar\{(A;-1),(B;2),(C;4),(D;1)\}$.

1. Ecris le point J comme barycentre des points B et D affectés des coefficients que l'on précisera. **0,5pt**
2. Déduis-en que K est le milieu du segment $[IJ]$. **0,5pt**
3. Construis le rectangle $ABCD$ puis place les points I, J et K. **0,5pt**
4. (a) Montre que $JB^2 = \frac{100}{9}$. **0,5pt**
   (b) Montre que $2MB^2 + MD^2 = 3MJ^2 + \frac{200}{3}$ pour tout point M du plan. **0,75pt**
   (c) Détermine l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $2MB^2 + MD^2 = 100$. **0,5pt**
5. (a) Montre que $4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MI}$ et que $2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MJ}$. **1pt**
   (b) Détermine l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M du plan tels que $\|4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\| = \|2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\|$
   Construis $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (5 points)

A) 1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$. **0,75pt**

2. Détermine deux nombres r et φ tels que pour tout réel x, on ait :
   $\sqrt{3}\cos x + \sin x = r\cos(x - \varphi)$. **0,5pt**
3. Utilise les résultats des questions précédentes pour résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation :
   $(E) : \left(2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x - 3\right)\left(\sqrt{3}\cos x + \sin x - \sqrt{2}\right) = 0$. **1,5pt**

B) 1. (a) Montre que pour tous $a, b \in \mathbb{R}$, on a : $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \cos b$. **0,5pt**

   (b) Déduis-en que $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$. **0,5pt**

2. Résous alors dans $[0;2\pi[$ l'équation $\cos\frac{\pi}{12}\cos x = \frac{1}{4}$. **0,5pt**
3. Résous dans $[0;2\pi[$ l'inéquation $\cos x - \cos\frac{5\pi}{12} > 0$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (5 points)

I) Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules bleues toutes indiscernables au toucher.
On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne. Calcule :

1. Le nombre de tirages possibles. **0,5pt**
2. Le nombre de tirages contenant deux boules de même couleur. **0,5pt**

3. Le nombre de tirages contenant deux boules de couleurs différentes. **0,5pt**

II) Une urne contient 12 boules dont 4 vertes, x rouges et y jaunes (où x et y sont des entiers naturels non nuls). On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

1. **(a)** Détermine le nombre de tirages possibles. **0,5pt**

(b) Justifie que $y = 8 - x$. **0,5pt**

2. Montre que le nombre de façons d'obtenir exactement une boule jaune à la fin du tirage est égal à $P(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 22x + 48$. **0,75pt**

III) **1.** Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{4-x} = x - 2$. **0,75pt**

2. Résous dans $\mathbb{R}^3$ le système linéaire suivant : $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x - y - z = -4 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases}$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

M. ATEBA est un homme d'affaires. On lui avait proposé d'acheter un terrain à $3.000.000$ FCFA. Il ne l'a pas fait rapidement et ce prix a subi une première hausse de $x\%$ puis une deuxième hausse de $(x+3)\%$ et finalement **M. ATEBA** l'a acheté à $3.402.000$ FCFA.

Ce terrain est en fait rectangulaire et **M. ATEBA** ne connait pas les dimensions de son terrain. Un géomètre a certifié à son fils **ALEX** élève en classe de première D, que la longueur et la largeur de ce terrain sont des solutions de l'équation $(E) : x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$. Le géomètre précise que l'une des solutions de cette équation est -2 et que l'unité de longueur choisie est le décamètre.

Sur une partie de ce terrain, **M. ATEBA** veut construire un enclos pour l'élevage de quelques animaux. Il compte mettre tout atour de cette partie trois rangées de fil barbelé vendu à 750 **FCFA** le mètre. Sachant que cette partie est délimitée par les points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 24$ où A et B sont deux points du terrain tels que $AB = 10m$, il voudrait savoir combien il doit prévoir pour sécuriser cette partie. On suppose que $\pi = 3,14$.

Tâches :

1. Détermine le montant de la deuxième augmentation avant l'achat du terrain. **1,5pt**

2. Détermine le montant du mètre carré de terrain au moment de l'achat du terrain. **1,5pt**

3. Détermine le montant nécessaire pour l'achat du fil barbelé. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5 point