

**GROUPE DE RÉPÉTITION Schoolexams.fr**

<b>ANNEE SCOLAIRE Session DÉCEMBRE 2023</b>	<b>Évaluation Continu N°1</b>	<b>DUREE : 03h00</b>
<b>CLASSE : TERMINALE D</b>	<b>DEPARTEMENT DE : MATHÉMATIQUES</b>	<b>COEF : 04</b>
<b>EXAMINATEUR : Mr MANGADOU WILFRIED</b>		

**PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES /15 points**

**EXERCICE-1 /3 points**

Soit le polynôme  $P$  à variable complexe  $z$  défini par:  $P(z) = z^3 - (2 + 2i)z^2 + 2(1 + 2i)z - 4i$ .

1. Montre que  $P(2i) = 0$ . [0,5 Pt]
2. (a) Détermine les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que :  $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$ . [0,5 Pt]  
 (b) Résous dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ . [0,75 Pt]
3. Soient  $z_A = 1 + i$  et  $z_M = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  des nombres réels. Soit  $\mathcal{C}$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  du plan tels que :  $|z_M - z_A| = 4$ .  
 (a) Montre que le point  $B$  d'affixe  $z_B = -3 + i$  appartient à  $\mathcal{C}$ . [0,5 Pt]  
 (b) Détermine, puis représente l'ensemble  $\mathcal{C}$ . [0,75 Pt]

**EXERCICE-2 /3 points**

Soit  $(U_n)$ , une suite définie par :  $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 12} \end{cases}$ . On se propose d'étudier de deux manières la convergence de cette suite

**A. Première méthode**

1. Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $U_n \geq 4$ . [0,75 Pt]
2. Montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante. [0,5 Pt]
3. En déduire que  $(U_n)$  est convergente et préciser sa limite. [0,25 Pt]

**B. Deuxième méthode**

1. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $U_{n+1} - 4 \leq \frac{1}{4}(U_n - 4)$ . [0,5 Pt]
2. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $0 \leq U_n - 4 \leq \frac{1}{4^n}$ . [0,75 Pt]
3. En déduire que  $(U_n)$  est convergente et déterminer sa limite. [0,25 Pt]

**EXERCICE-3 /4 points**

Soit la fonction  $\varphi$  définie sur  $[0, \pi]$  par  $\varphi(x) = 1 + 4 \cos x$ .

1. Etudier les variations de  $\varphi$  sur  $[0; \pi]$ . [0,5 Pt]
2. a) Montrer que l'équation  $\varphi(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$ . [0,75 Pt]  
 b. Vérifier que  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$ . [0,25 Pt]  
 c. Etudier le signe de  $\varphi(x)$ . [0,5 Pt]
3. Soit  $f : [0; \pi] \rightarrow \mathbb{R}$   

$$x \mapsto 2 \cos^2 x + \cos x - 1$$
 a. Montrer que  $f$  est dérivable sur  $[0; \pi]$  et que:  $\forall x \in [0; \pi] : f'(x) = -\sin x \cdot \varphi(x)$ . [0,75 Pt]  
 b. Calculer  $f(\alpha)$ . [0,5 Pt]  
 c. Etudier les variations de  $f$  sur  $[0; \pi]$ . [0,75 Pt]

**EXERCICE-4 /5points**

On considère les deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies par:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ v_0 = 2 \end{cases} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{3u_n + v_n}{4}, v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}.$$

1. Calculer  $u_1$  et  $v_1$ . [0,5 Pt]
2. On pose pour tout entier  $n$  :  $w_n = u_n - v_n$ . [0,75 Pt]
  - a. Prouver que  $(w_n)$  est une suite géométrique et déterminer sa raison. [0,5 Pt]
  - b. En déduire que  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < v_n$ . [0,5 Pt]
- 3.a. Etudier la monotonie de chacune des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$ . [0,5 Pt]
  - b. En déduire que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 1$  et  $v_n \leq 2$ . [0,5 Pt]
  - c. Justifier que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent vers la même limite  $l$ . [0,75 Pt]
4. On pose  $\forall n \in \mathbb{N}, a_n = u_n + v_n$ . [0,5 Pt]
  - a. Prouver que  $(a_n)$  est une suite constante. [0,5 Pt]
  - b. Calculer alors  $l$ . [0,5 Pt]
5. Exprimer en fonction de  $n$ , le terme général de  $(u_n)$  et  $(v_n)$ . [0,5 Pt]

## PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES /5 points

### SITUATION PROBLEME

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de FCFA de  $x$  portables est donné par  $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$  et la recette de la vente de  $x$  téléphones portable est donnée par  $R(x) = 480x - 20x^2$ .

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires trimestriels, en millions de FCFA, pour les années 2020 et 2021 de cette entreprise.

Année	2020				2021			
Rang du trimestre $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires trimestriel $y_i$	330	325	305	290	282	285	260	238

M. BELL travaille dans cette entreprise. Au début de sa carrière, il place un capital initial de 2 millions de FCFA dans une banque, au taux de 10% d'intérêts composés annuels. Avec l'argent qu'il aura capitalisé au bout de 25 ans, il envisage construire plus tard une maison dont le coût s'élèvera à 20 millions de FCFA du fait de l'inflation du coût des matériaux de construction.

#### Tâches :

1. Détermine le nombre de téléphones à produire et à vendre par jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. [1,5 Pt]
2. Détermine le chiffre d'affaires de l'entreprise au deuxième trimestre de l'année 2022. [1,5 Pt]
3. M. BELL pourra-t-il construire cette maison avec son épargne? [1,5 Pt]

#### Présentation:

[0,5 Pt]