REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA
Mle.7HH1GSFD112218074

Année scolaire : 2023-2024
Classe : 1ère C
Durée : 3h Coefficient : 6
Prof : T. N. AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,5 points)

A) Soit $E=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / 2x+y-z=0\right\}$. On donne $\overrightarrow{e_1}(1,0,2)$ et $\overrightarrow{e_2}(0,1,1)$.

1. Montre que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. **0,75pt**
2. Vérifie que $\mathscr{B}=\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ est une base de E. **0,5pt**

B) Soit f un endomorphisme d'un plan vectoriel E de base $\mathscr{B}=\left(\vec{i},\vec{j}\right)$, qui à tout vecteur $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$, associe le vecteur $\vec{u}'=f\left(\vec{u}\right)=(x-2y)\vec{i}+(2x+3y)\vec{j}$.

1. Donne la matrice M de f dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**
2. Montre que la matrice M est inversible et détermine M^{-1}. **0,5pt**
3. Soit g l'endomorphisme de E défini par $g\left(\vec{i}\right)=\vec{i}-\vec{j}+f\left(\vec{i}\right)$ et $g\left(\vec{j}\right)=8\vec{i}+f\left(\vec{j}\right)$.
   - **(a)** Détermine la matrice A de g dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que $\ker g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{a}=6\vec{i}-2\vec{j}$. **0,5pt**
   - **(c)** Montre que $\operatorname{Im} g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}$. **0,5pt**
4. Montre que $\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ est une base de E, puis écris la matrice A' de g dans cette base. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

Une urne contient six boules portant le nombre 1, quatre boules portant le nombre $\sqrt{3}$, cinq boules portant le nombre -1 et cinq boules portant le nombre $-\sqrt{3}$ indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On note a le nombre porté par la 1ère boule tirée et par b le nombre porté par la 2ème boule tirée. On considère l'équation

$(E): a\cos x+b\sin x=0$ et on pose : $A(x)=2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)+2\sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)-1$.

1. Calcule le nombre de tirages que l'on peut faire pour que $-\frac{\pi}{4}$ soit une solution de (E). **0,75pt**
2. Calcule le nombre de tirages que l'on peut faire pour que $\frac{\pi}{3}$ soit une solution de (E). **0,75pt**
3. **(a)** Montre que $A(x)=\cos x+\sqrt{3}\sin x$. **0,5pt**
   - **(b)** Détermine les réels r et φ pour que l'on ait : $A(x)=r\cos(x+\varphi)$. **0,5pt**
   - **(c)** Résous dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $A(x)=0$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique h d'une variable réelle x définie par $h(x)=\dfrac{3x^2-4x+3}{x^2+1}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ et $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y=3$.

1. Etudie les variations de h et dresse son tableau de variation. **1,5pt**
2. Détermine 3 réels a,b et c tels que pour tout réel x, $h(x)=a+\frac{bx+c}{x^2+1}$. **0,5pt**
3. Montre que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $h(-x)+h(x)=6$; interprète graphiquement le résultat. **0,5pt**
4. Etudie la position relative de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$. **0,5pt**
5. Construis $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$. **1pt**

EXERCICE 4 : (3,25 points)

$ABCD$ est un carré de sens direct de centre O et de côté $3cm$. On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure $-\frac{\pi}{2}$.

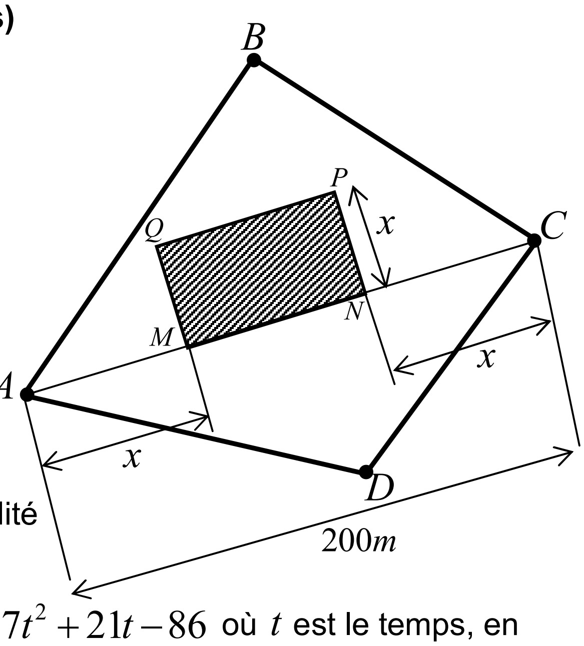
1. Détermine les images des points A, B, C, D et O par la rotation r. **0,75pt**
2. Construis le point E tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct. **0,25pt**
3. On note G le barycentre des points pondérés $(A;2),(B;1),(E;1)$ et I le milieu de $[BE]$.
   (a) Montre que G est le milieu du segment $[AI]$. **0,5pt**
   (b) Détermine et trace l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $MA^2+MI^2=\frac{27}{4}$. **1pt**
4. Soit h la transformation du plan qui à tout point M du plan associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{ME}$. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de h. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

La municipalité d'un village décide d'implanter une salle polyvalente sur une zone constructible. La zone constructible est représentée ci-contre par le quadrilatère $ABCD$. L'aire totale de la zone constructible est de $18400m^2$.

Sur la figure ci-contre, le rectangle $MNPQ$ représente la salle polyvalente. L'espace situé autour de la salle polyvalente sera appelé « espace vert » d'aire $13450m^2$.



Des études de la circulation automobile dans cette municipalité ont montré que, au cours d'une journée, entre $9h$ et $21h$, la concentration en ozone est donnée par la relation $C(t)=-0,7t^2+21t-86$ où t est le temps, en heure, et $C(t)$ la concentration, en $\mu g/m^3$ a l'instant t.

Pour lutter contre la pollution, cette municipalité met en place un système de location rapide de vélos. Le premier mois, on a 20.000 utilisations ; les mois suivants, elles augmentent de 5% par mois.

<u>Tâches</u> :

1. Détermine les dimensions possibles de la salle polyvalente. **1,5pt**
2. A quelle heure de la journée la pollution atteint-elle son maximum et quelle est sa concentration maximale ? **1,5pt**
3. Détermine le nombre total d'utilisations des vélos lors des deux premières années. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt