EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°2 DU 1er TRIMESTRE

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

I) 1. (a) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1): z^2 - 2z + 2 = 0.$ **0,5pt**

(b) Précise le module et un argument de chacune des solutions de (E_1). **0,5pt**

(c) Déduis-en dans $\mathbb{C}$ les solutions de $(E_2): (-iz+3+3i)^2 - 2(-iz+3+3i) + 2 = 0.$ **1pt**

2. Le plan complexe $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité $1cm.$

On donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1+i$, $z_B = 1-i$ et $z_C = 2-2i.$

(a) Place les points A, B et C dans le repère. **0,5pt**

(b) Donne la forme trigonométrique de $\delta = \dfrac{z_E - z_C}{z_E - z_A}$ avec E d'affixe $z_E = 3.$ **0,5pt**

(c) Déduis-en la nature du triangle $AEC.$ **0,25pt**

II) On donne les nombres complexes $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1-i.$

1. Ecris z_1, z_2 et $\dfrac{z_1}{z_2}$ sous forme trigonométrique. **0,75pt**

2. Donne la forme algébrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$. **0,5pt**

3. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et de $\sin\dfrac{\pi}{12}$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (4,5 points)

Le tableau suivant donne la superficie et le prix de dix appartements vendus récemment dans le centre d'une petite ville.

Superficie (en m^2) x_i	42	46	48	52	55	75	80	90	100	120
Prix (en milliers de FCFA) y_i	330	370	400	430	450	660	680	780	850	1050

1. Représente le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal.
Echelle : $1cm$ pour $10m^2$ en abscisses et $1cm$ pour 100.000 FCFA en ordonnées. **1,5pt**

2. Détermine les coordonnées du point moyen G de cette série et place-le dans le repère. **0,5pt**

3. Démontre qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrées est $y = 9{,}1086x - 44{,}89.$ **1,5pt**

4. (a) Donne une estimation du prix d'un appartement de $150m^2$. **0,5pt**

(b) Estime au m^2 près la surface d'un appartement coûtant $1.600.000$ FCFA. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (5,5 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. **Etude d'une fonction auxiliaire.**

   On pose $g(x)=x^3+3x+8$.

   (a) Etudie les variations de la fonction g et dresse son tableau de variations. **0,75pt**

   (b) Montre que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et justifie que $\alpha\in\,]-2;0[$. **0,5pt**

   (c) Détermine un encadrement de α à 10^{-1} près en précisant la méthode utilisée. **0,5pt**

   (d) Précise le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**

2. **Etude de la fonction f.**

   (a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

   (b) Calcule $f'(x)$ et montre que pour tout réel x, $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$. **0,5pt**

   (c) Donne le tableau de signe de $f'(x)$ puis dresse le tableau des variations de f. **0,75pt**

   (d) En écrivant $f(x)=\dfrac{x(x^3-4)}{x^3+x}$, montre alors que $f(\alpha)=1,5\alpha$. **0,5pt**

   (e) Déduis-en un encadrement de $f(\alpha)$. **0,25pt**

3. Trace soigneusement la courbe (C_f) en indiquant les tangentes horizontales. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Au cours du conseil d'administration d'une société de production d'huile végétale, le président du conseil a décidé de donner une indemnité de transport de 50.000 FCFA par membre et le nombre de présents correspond à la solution réelle z_0 de l'équation $(E): z^3-(8+2i)z^2-(-2-16i)z-16=0$.

Le conseil a décidé de l'achat d'une moquette pour la salle de conférences dont le mètre carré coûte 10.000 FCFA ; et cette moquette a la forme d'un ensemble des points M d'affixes $z\neq-2-i$ tels que : $\left|\dfrac{z-4-2i}{z+2+i}\right|=\dfrac{1}{2}$. (l'unité de longueur étant le mètre).

Le conseil a examiné les six premières années de l'ouverture de la société ; le chiffre d'affaires en milliards de FCFA et les observations sont résumés dans le tableau suivant où X est le numéro de l'année et Y le chiffre d'affaires correspondant.

X	1	2	3	4	5	6
Y	12	13	15	19	21	22

Tâches :

1. Détermine la dépense effectuée par la société pour le transport des membres présents. **1,5pt**
2. Calcule le coût de la moquette de la salle de conférence de cette société. **1,5pt**
3. Donne une estimation du chiffre d'affaires de cette société à la douzième année. **1,5pt**

   Présentation générale : 0,5pt

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 1er TRIMESTRE. CLASSE DE Tle D

Par M. Nathanaël AWONO-MESSI
PLEG Maths.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1

1) 1. (a) Résolvons dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_1) : $z^2-2z+2=0$.

$\Delta=(-2)^2-4(1)(2)=4-8=-4=4i^2=(2i)^2$. 0,5pt

les racines carrées de Δ sont $-2i$ et $2i$.

$z_1=\frac{2-2i}{2}=1-i$; $z_2=\frac{2+2i}{2}=1+i$, Ainsi $S_{\mathbb{C}}=\{1-i;1+i\}$.

(b) Précisons le module et un argument de chacune des solutions de (E_1)

• $1-i=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{i}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

Ainsi, $|1-i|=\sqrt{2}$ et $\arg(1-i)=-\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$. 0,5pt

• De même, $1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, donc $|1+i|=\sqrt{2}$ et $\arg(1+i)=\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$

(c) Déduisons-en dans $\mathbb{C}$ les solutions de (E_2) : $(-iz+3+3i)^2-2(-iz+3+3i)+2=0$

Posons $Z=-iz+3+3i$, alors l'équation devient $Z^2-2Z+2=0$.

D'après le résultat de la question 1.a), $Z=1-i$; $Z=1+i$.

• $Z=1-i \iff -iz+3+3i=1-i$

$\iff -iz=-2-4i \iff z=\frac{-2-4i}{-i}=\frac{2+4i}{i}=-i(2+4i)=4-2i$

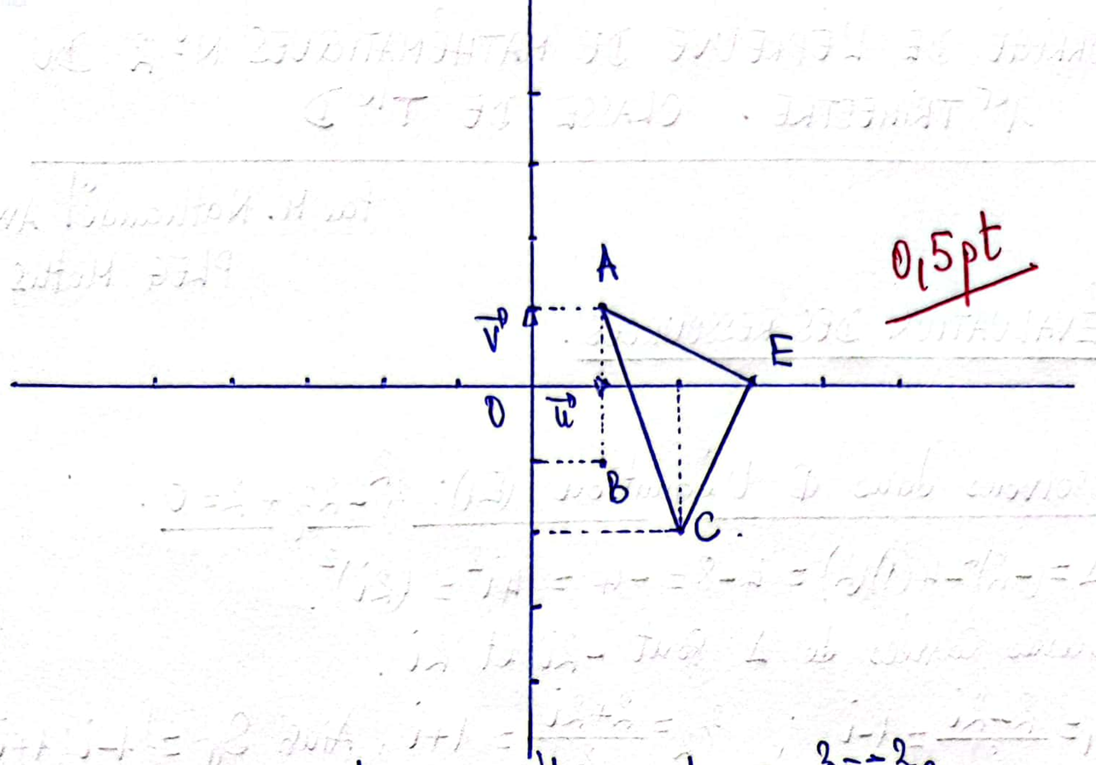
• $Z=1+i \iff -iz+3+3i=1+i$

$\iff -iz=-2-2i \iff z=\frac{-2-2i}{-i}=\frac{2+2i}{i}=-i(2+2i)=2-2i$

Ainsi, $S_{\mathbb{C}}=\{4-2i;2-2i\}$. 1pt

2. (a) plaçons les points A, B et C dans le repère.

(Voir figure à la page suivante).



0,5pt

(b) Donnons la forme trigonométrique de $\delta = \dfrac{z_E - z_C}{z_E - z_A}$ avec $z_E = 3$.

$$\delta = \frac{z_E - z_C}{z_E - z_A} = \frac{3-(2-2i)}{3-(1+i)} = \frac{1+2i}{2-i} = \frac{(1+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i+4i-2}{(2)^2+(-1)^2} = \frac{5i}{5} = i$$

$$= \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}.$$ 0,5pt

(c) Déduisons-en la nature du triangle AEC.

Comme $\delta = \dfrac{z_E - z_C}{z_E - z_A} = i$, alors AEC est un triangle rectangle et isocèle en E. 0,25pt

II) 1. Ecrivons z_1, z_2 et $\dfrac{z_1}{z_2}$ sous forme trigonométrique.

- $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$
- $z_2 = 1 - i = \sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{i}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$
- $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}} = \dfrac{e^{-i\frac{\pi}{6}}}{e^{-i\frac{\pi}{4}}} = e^{-i\frac{\pi}{6}} \times e^{+i\frac{\pi}{4}} = e^{i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)} = e^{i\frac{\pi}{12}} = \cos\dfrac{\pi}{12} + i\sin\dfrac{\pi}{12}.$

0,25pt x3

2. Donnons la forme algébrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{1-i} = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} \times \frac{1+i}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2} \times \frac{1+i}{2} = \frac{(\sqrt{6}-i\sqrt{2})(1+i)}{4} = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{6}-i\sqrt{2}+\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + i\,\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

0,5pt

3. Déduisons-en les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et de $\sin\frac{\pi}{12}$.

On a d'une part $\frac{z_1}{z_2} = \cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}$ et d'autre part :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + i\,\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

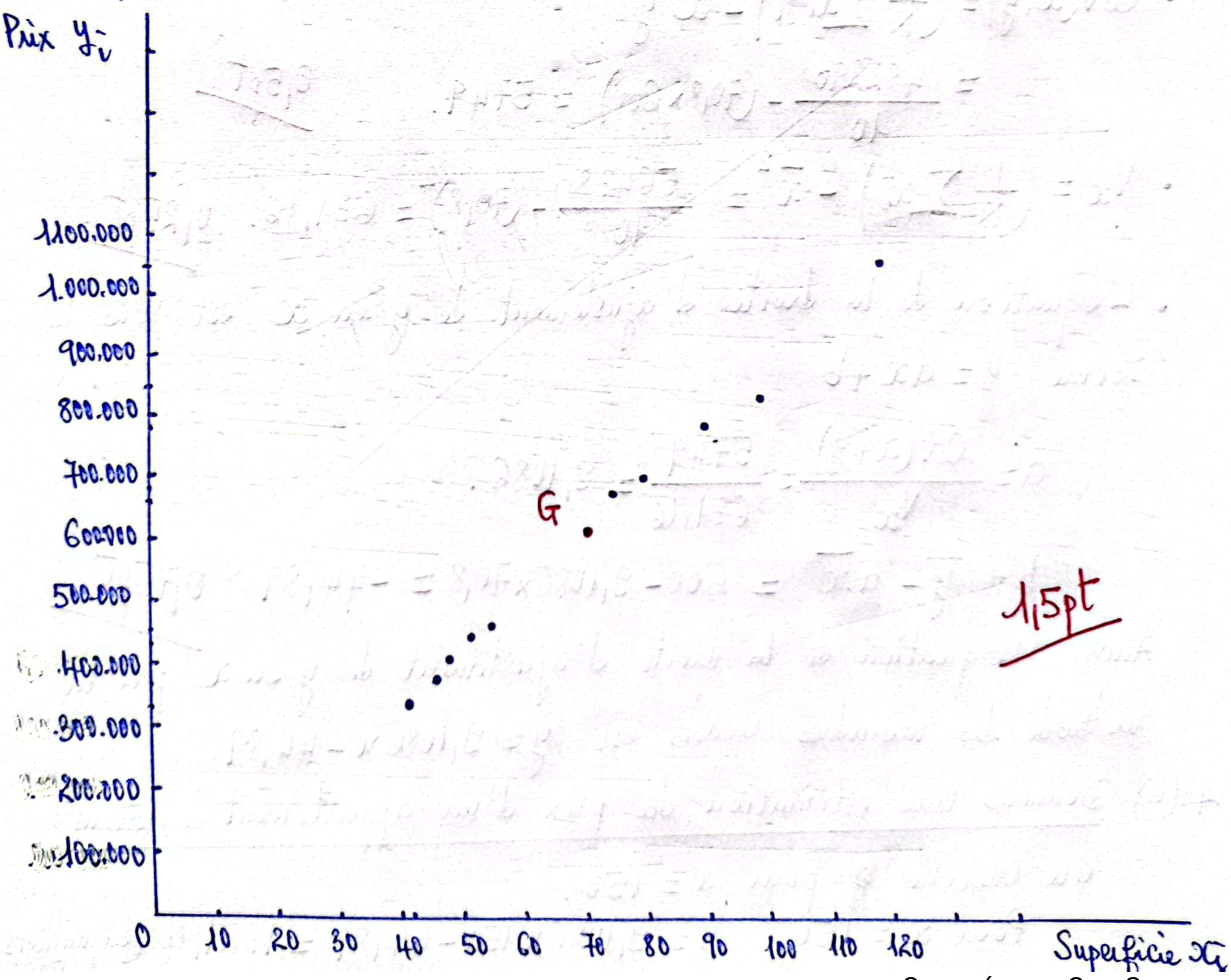
Donc, par égalité de deux nombres complexes, on a :

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{et} \quad \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

0,25pt x 2.

Exercice 2.

1. Représentons le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.



1,5pt

2. Déterminons les coordonnées du point moyen G de cette série

On a : $x_G = \overline{x} = \dfrac{42+46+48+52+55+75+80+90+100+120}{10} = \dfrac{708}{10} = 70{,}8$

$y_G = \overline{y} = \dfrac{(330+370+400+430+450+660+680+780+850+1050)\times 1000}{10}$

$= 600.000$ 0,5pt

Ainsi $G(70{,}8 \,;\, 600.000)$. NB Accepter $G(70{,}8 ; 600)$

Plaçons le point G dans le repère (Voir figure).

3. Démontrons qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrées est $y = 9{,}1086x - 44{,}89$.

$\overline{x} = 42 \,;\ \overline{y} = 600$. (en milliers de FCFA).

- $Cov(x_i, y) = \left(\frac{1}{N}\sum x_i y_i\right) - \overline{x}\,\overline{y}$

$= \dfrac{482290}{10} - (70{,}8 \times 600) = 5749.$ 0,5pt

- $V_x = \left(\frac{1}{N}\sum x_i^2\right) - \overline{x}^2 = \dfrac{56438}{10} - (70{,}8)^2 = 631{,}16.$ 0,25pt

- L'équation de la droite d'ajustement de y en x est sous la forme $y = ax + b$

$a = \dfrac{Cov(x, y)}{V_x} = \dfrac{5749}{631{,}16} = 9{,}1086.$

$b = \overline{y} - a\overline{x} = 600 - 9{,}1086 \times 70{,}8 = -44{,}89$ 0,75pt

Ainsi, l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrées est $y = 9{,}1086x - 44{,}89$.

4.(a) Donnons une estimation du prix d'un appartement de $150\,m^2$.

On cherche y pour $x = 150$.

Pour $x = 150$, $y = 9{,}1086 \times 150 - 44{,}89 = 1321{,}4$ (en milliers de FCFA)

$\boxed{\text{Une estimation du prix d'un appartement de } 150\,m^2 \text{ est de } 1.321.400\,FCFA.}$

0,5pt

(b) Estimons au m^2 près la surface d'un appartement coûtant 1.600.000 FCFA

On cherche x pour $y = 1600$.

$1600 = 9{,}1086x - 44{,}89 \Leftrightarrow 9{,}1086x = 1644{,}84$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1644{,}84}{9{,}1086} = 180{,}58 \simeq 181$ 0,5pt

$\boxed{\text{La surface d'un appartement coûtant } 1.600.000\,FCFA \text{ est d'environ } 181\,m^2.}$

Exercice 3

1. Étude d'une fonction auxiliaire.

(a) Etudions les variations de la fonction g et dressons son tableau de variations.

- $D_g = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.

- $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

- g est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que fonction polynôme et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 3x^2 + 3 > 0$

donc g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$..

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$g'(x)$		+		
g	$-\infty$ ↗	-6	8	↗ $+\infty$

0,75pt

(b) Montrons que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et justifions que $\alpha \in]-2; 0[$.

0,5pt

- Si $x \leq -2$, alors $g(x) < 0$. L'équation $g(x) = 0$ n'admet pas de solutions.
- Si $x \geq 0$, alors $g(x) > 0$. L'équation $g(x) = 0$ n'admet pas de solutions.
- Si $x \in]-2; 0[$, la fonction g est continue et strictement croissante

sur $]-2;0[$. De plus $g(-2)\times g(0)<0$, donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel $\alpha\in]-2;0[$ tel que $g(\alpha)=0$ d'où l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que $\alpha\in]-2;0[$

(c) Déterminons un encadrement de α à 10^{-1} près en précisant la méthode utilisée.

utilisons la méthode par dichotomie.

$g(-2)=-6 \qquad g(0)=8.$

- $\frac{-2+0}{2}=-1$ et $g(-1)=4$. Comme $g(-2)\times g(-1)<0$, alors $-2<\alpha<-1$.
- $\frac{-2+(-1)}{2}=-1{,}5$ et $g(-1{,}5)=0{,}125$. puisque $g(-2)\times g(-1{,}5)<0$, alors $-2<\alpha<-1{,}5$
- $\frac{-2+(-1{,}5)}{2}=-1{,}75$ et $g(-1{,}75)=-2{,}609375$. Comme $g(-1{,}75)\times g(-1{,}5)<0$, alors $-1{,}75<\alpha<-1{,}5$.
- $\frac{-1{,}75+(-1{,}5)}{2}=-1{,}625$ et $g(-1{,}625)=-1{,}17$. Comme $g(-1{,}625)\times g(-1{,}5)<0$ alors $-1{,}625<\alpha<-1{,}5$.

À 10^{-1} près, on obtient : $\boxed{-1{,}6<\alpha<-1{,}5.}$

0,5pt

2. Etude de la fonction f:

(a) Calculons les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty;\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$

0,5pt

(b) Calculons $f'(x)$ et montrons que pour tout réel x, $f'(x)=\frac{x\,g(x)}{(x^2+1)^2}$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ (son ensemble de définition) en tant que fonction rationnelle et pour tout $x\in\mathbb{R}$,

$$f'(x)=\frac{(x^3-4)'(x^2+1)-(x^2+1)'(x^3-4)}{(x^2+1)^2}=\frac{3x^2(x^2+1)-2x(x^3-4)}{(x^2+1)^2}$$

0,5pt

$$=\frac{3x^4+3x^2-2x^4+8x}{(x^2+1)^2}=\frac{x^4+3x^2+8x}{(x^2+1)^2}=\frac{x(x^3+3x+8)}{(x^2+1)^2}=\frac{x\,g(x)}{(x^2+1)^2}.$$

(c) Donnons le tableau de signe de $f'(x)$

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x^2+1)^2 > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $xg(x)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow xg(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $g(x)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=\alpha$.

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(d'après la question 1.d

Ainsi f est strictement croissante sur $]-\infty;\alpha[$ et sur $]0;+\infty[$. 0,5pt

f est strictement décroissante sur $]\alpha;0[$.

Dressons le tableau des variations de f.

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
f	$-\infty$		$f(\alpha)$		-4		$+\infty$

0,25pt

(d) Montrons alors que $f(\alpha)=1{,}5\alpha$.

Nous avons $f(\alpha)=\dfrac{\alpha(\alpha^3-4)}{\alpha^3+\alpha}$ or $g(\alpha)=0$, c'est-à-dire $\alpha^3+3\alpha+8=0$

donc $\alpha^3=-3\alpha-8$. 0,5pt

Ceci étant : $f(\alpha)=\dfrac{\alpha(-3\alpha-8-4)}{-3\alpha-8+\alpha}=\dfrac{\alpha(-3\alpha-12)}{-2\alpha-8}=\dfrac{-3\alpha(\alpha+4)}{-2(\alpha+4)}=\dfrac{3}{2}\alpha=1{,}5\alpha$

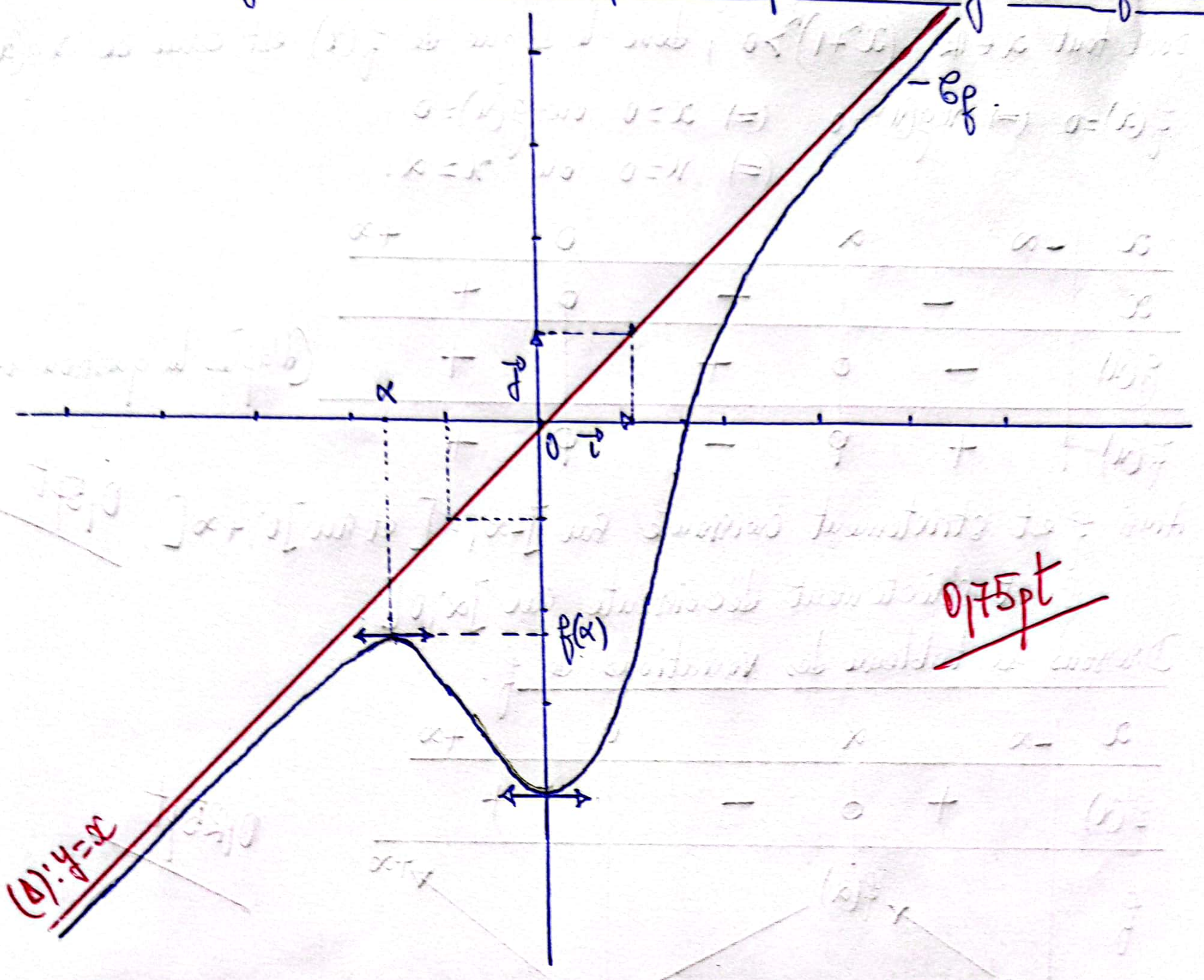
(e) Déduisons-en un encadrement de $f(\alpha)$.

De l'encadrement $-1{,}6<\alpha<-1{,}5$, on en déduit que

$-1{,}5\times1{,}6 < 1{,}5\alpha < -1{,}5\times1{,}5$,

donc $\boxed{-2{,}4 < f(\alpha) < -2{,}25.}$ 0,25pt

3. Traçons soigneusement la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en indiquant les tangentes horizontales.



Branches infinies.

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{\frac{x^3-4}{x^2+1}}{x} = \frac{x^3-4}{x^3+x} \; ; \; \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3}{x^3} = 1.$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-x] = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^3-4}{x^2+1} - x\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-4-x}{x^2+1} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{-x}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{-1}{x} = 0$$

la Courbe $(\mathscr{C}_f)$ de f admet une branche infinie (la droite (Δ) d'équation $y=x$) au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$,

PARTIE B ÉVALUATION DES COMPÉTENCES.

Tâche 1 Déterminons la dépense effectuée par la société pour le transport des membres présents au Conseil.

· Déterminons la solution z_0 de l'équation (E) : $z^3-(8+2i)z^2-(2-16i)z-16=0$

posons $z_0 = a$, $a \in \mathbb{R}$.

z_0 est solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow z_0^3-(8+2i)z_0^2-(2-16i)z_0-16=0$

$\Leftrightarrow a^3-(8+2i)a^2-(2-16i)a-16=0$

$\Leftrightarrow a^3-8a^2-2ia^2+2a+16ia-16=0$

$\Leftrightarrow a^3-8a^2+2a-16+i(-2a^2+16a)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3-8a^2+2a-16=0 \quad (E_1) \\ -2a^2+16a=0 \quad (E_2) \end{cases}$

$C_1 : 0{,}5pt$
$C_2 : 0{,}5pt$
$C_3 : 0{,}5pt$

$(E_2) : -2a^2+16a=0 \Leftrightarrow -2a(a-8)=0$

$\Leftrightarrow -2a=0$ ou $a-8=0$ $\Leftrightarrow a=0$ ou $a=8$.

Seule, la valeur $a=8$ vérifie l'équation (E_1), donc $z_0=8$.

Ainsi, le nombre de membres présents au Conseil d'administration est égal à 8.

· Dépense effectuée par la société.

1 membre $\longrightarrow$ 50.000 FCFA
8 membres $\longrightarrow$ x ?

$x = 8 \times 50.000$ FCFA $= 400.000$ FCFA

$1{,}5pt$

La dépense effectuée par la société pour le transport des membres présents au Conseil est de 400.000 FCFA.

Tâche 2. Calculons le coût de la moquette de la salle de Conférences de cette société.

· Déterminons l'ensemble des point M d'affixes $z \neq -2-i$ tels que $\left|\frac{z-4-2i}{z+2+i}\right| = \frac{1}{2}$.

Pour $z \neq -2-i$, $\frac{z-4-2i}{z+2+i} = \frac{z-(4+2i)}{z-(-2-i)} = \frac{z-z_A}{z-z_B}$ où $z_A = 4+2i$ et $z_B = -2-i$

donc $\left|\frac{z-4-2i}{z+2+i}\right| = \left|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right| = \frac{|z-z_A|}{|z-z_B|} = \frac{AM}{BM}$.

Scanné avec CamScanner

Ceci étant : $\left|\dfrac{z-4-2i}{z+2+i}\right| = \dfrac{1}{2} \iff \dfrac{AM}{BM} = \dfrac{1}{2}$.

L'ensemble des points cherchés est un cercle de diamètre [IJ] tel que $I = bar\{(A;1);(B,2)\}$ et $J = bar\{(A;1);(B;-2)\}$.

Ainsi, $z_I = \dfrac{z_A + 2z_B}{3} = \dfrac{4+2i+2(-2-i)}{3} = 0$; $z_J = \dfrac{z_A - 2z_B}{1-2} = -z_A + 2z_B$

$= -(4+2i)+2(-2-i) = -8-4i$

le rayon de ce cercle est $r = \dfrac{IJ}{2} = \dfrac{|-8-4i|}{2} = \dfrac{\sqrt{80}}{2} = \dfrac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}$

C1 :
C2 :
C3 :

- Déterminons l'aire de la moquette

$\mathcal{A} = \pi r^2 = 3{,}14 \times (2\sqrt{5})^2 = 62{,}8 m^2$.

- Coût de la moquette.

$1 m^2 \longrightarrow 10.000$ FCFA.
$62{,}8 m^2 \longrightarrow y$?

$y = \dfrac{62{,}8 m^2 \times 10.000 \text{ FCFA}}{1 m^2} = 628.000$ FCFA.

1,5pt

$\boxed{\text{le coût de la moquette de la salle de conférences de cette société est de 628.000 FCFA.}}$

Tâche 3. Donnons une estimation du chiffre d'affaires de cette société à la douzième année.

- Déterminons une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de mayer.

$\overline{x}_1 = \dfrac{1+2+3}{3} = 2$; $\overline{y}_1 = \dfrac{12+13+15}{3} = 13{,}33$; $\overline{x}_2 = \dfrac{4+5+6}{3} = 5$; $\overline{y}_2 = \dfrac{19+21+22}{3} = 20{,}66$

$G_1(2 ; 13{,}33)$ $\qquad$ $G_2(5 ; 20{,}66)$.

C1
C2
C3.

$(G_1G_2) : y = ax+b$. $\quad a = \dfrac{\overline{y}_2 - \overline{y}_1}{\overline{x}_2 - \overline{x}_1} = \dfrac{20{,}66 - 13{,}33}{5-2} = 2{,}44$

$b = \overline{y}_1 - a\overline{x}_1 = 13{,}33 - 2{,}44 \times 2 = 8{,}45$

$(G_1G_2) : y = 2{,}44x + 8{,}45$.

- le chiffre d'affaires de la société à la 12ème année est.

$y = 2{,}44 \times 12 + 8{,}45$ soit 37,73 milliards. 1,5pt