



Séquence N° 2

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE 14,5pts

EXERCICE 1 (3pts)

A, B et C sont trois points non alignés on pose $BC = x$, $AC = y$ et $AB = z$ tels que $x < y$ et K milieu du segment $[AB]$

- Déterminer les réels x, y et z vérifiant le système
$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + y + z = 10 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 34 \end{cases}$$
 1,5pt
- Déterminer la nature du triangle **ABC** 0,5pt
- Déterminer et construire l'ensemble (Σ) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 9$ 1pt

EXERCICE 2 (7pts)

1- **ABC** est un triangle équilatéral de côté **6cm**, **I** milieu du segment $[AC]$.

Soit $\mathcal{G} = \text{bar}\{(A; 1), (B; -4), (C; 1)\}$ et (ψ) l'ensemble des points **M** du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

- Faire la figure et placer le point **G** 0,5pt
 - Justifier que les points **B, I, et G** sont les alignés 0,5pt
 - Montrer que $BI = 3\sqrt{3}$ 0,5pt
 - Déterminer et construire l'ensemble (ψ) des points **M** du plan tels que 1pt
- 2- On suppose que $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$, $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$; et que $\frac{3\pi}{5} = 2 \times \frac{3\pi}{10}$
- Montrer $2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$ et que $2\sin^2(x) = 1 - \cos(2x)$. 0,5pt
 - Calculer la valeur exacte de $\cos^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ et $\sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ et déduire $\cos\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{10}\right)$. 1pt
- 3- Soit **G** un point tels que $\mathcal{G} = \text{bar}\left\{\left(A; \sqrt{5 - \sqrt{5} \cos(3x)}\right), \left(B; \sqrt{3 + \sqrt{5} \sin(3x)}\right); (C; -\sqrt{2})\right\}$ et on pose $A = \sqrt{5 - \sqrt{5} \cos(3x)} + \sqrt{3 + \sqrt{5} \sin(3x)}$.
- Déterminer $(\lambda, \phi) \in \mathbb{R}$ tels que $A(x) = \lambda \cos(3x + \phi)$. 1pt
 - Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $A(x) - \sqrt{2} = 0$ 1pt
 - Déterminer la valeur de x pour lequel **G** existe. 0,25pt
 - Pour $x = \frac{\pi}{10}$ montrer que $\mathcal{G} = \text{bar}\{(A; 5 - \sqrt{5}), (B; 3 + \sqrt{2}), (C, -4)\}$ 0,25pt

EXERCICE 3 (5pts)

On considère l'équation trigonométrique suivante (E_{22}) : $2 \cos(2x) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos(x) - \sqrt{6} = 0$

- Vérifier que $20 + 8\sqrt{6} = \left(\sqrt{4(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}\right)^2$ 0,25pt
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E_{44}) : $4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$. 1pt
- Montrer que l'équation (E_{22}) : est équivalente à $4 \cos^2(x) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos(x) - \sqrt{6} = 0$. 0,5pt
- Déduire les solutions de l'équation (E_{22}) : dans \mathbb{R} puis dans $[0; 2\pi]$. 1pt

- 5- Dédurre les solutions de l'inéquation (I_{22}): $4 \cos^2(x) + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos(x) - \sqrt{6} \leq 0$. 0,5pt
- 6- Placers les images des solutions de l'équation (E_{22}) sur le cercle trigonométriques. 0,5pt
- 7- Quelle est la nature du polygone obtenu ? calculer sa surface. 1,25pt

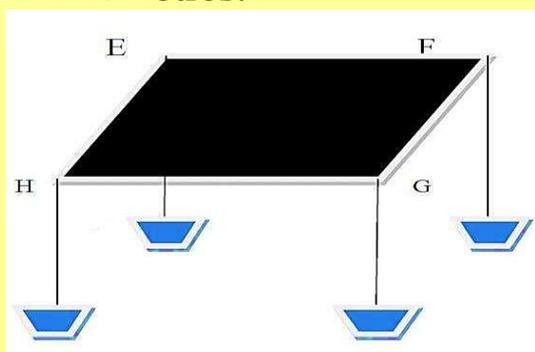
PARTIE B : ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES [4.5pts]

Maxwell et son grand père s'en vont à la rivière puiser de l'eau pour la cuisson. Le grand-père se trouvant assez vieux et en manque de force décide de prendre deux récipients qu'il remplira l'un de **3L** d'eau et l'autre de **4L** d'eau. Et il fabrique une planche à l'aide d'un morceau de bois et accroche les récipients de **3L et 4L** respectivement en **A et B** tel que **AB=1,4m**. Maxwell quant à lui s'estime assez jeune et fort pour transporter 4 récipients à la fois. Il remplit deux d'entre eux (**E et H**) de **2L** chacun, puis les récipients **F et G** sont remplis de **1L et 3L** respectivement. Puis il fabrique un système ingénieux représenté par un rectangle **EFGH** tel que **EF=1,2m** et **EH=0,4m**, qu'il posera ensuite sur sa tête. Il réussit à parcourir les cent premiers mètres en gardant le système parfaitement en équilibre. Mais malheureusement juste après, le récipient **E** se détache du système et se vide au sol. Maxwell devra ajuster la position de sa tête pour pouvoir maintenir les récipients restants en équilibre jusqu'à la maison.

Tâche 1 : Déterminer la position du point d'appui de l'épaule du grand-père de Maxwell pour maintenir le système qu'il a fabriqué en parfait équilibre. 1,5pt

Tâche 2 : Déterminer la position de la tête de Maxwell sur son système durant les cent premiers mètres. 1,5pt

Tâche 3 : Déterminer la position de la tête de Maxwell sur son système après les cent premiers mètres. 1,5pt



Présentation 0,5pt

« C'est ne pas le plus fort de l'espèce qui survit, ni le plus intelligent, mais le plus apte au changement » travaillez, travaillez, travaillez encore et travaillez pour vous-même