

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2023-2024
Département de Mathématiques	MINI SESSION	Situation 2
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Classes : TleD & Tle TI	Durée : 03 heures 45min	coefficient : 4
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES		15 POINTS

EXERCICE 1 : (05,75 points)

- I. Pour chacune des questions, trois réponses vous sont proposées. Sur votre feuille, écrire le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse. **1pt+0,75pt+0,75pt+0,75pt = 3,25pts**

Questions	Réponse a	Réponse b	Réponse c
1 On a dans le plan complexe les points A, B et C d'affixes respectives $a = -1 - 2i$, $b = 1 + i$ et $c = 4 - i$. s désigne la similitude de centre A transformant B en C. l'expression analytique de s est :	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$
2 La forme algébrique de $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1999}$ est :	$\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$
3 $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors les racines cubiques de 1 sont :	1, J et J^2	1, $-J$ et J^2	1, J et $-J^2$
4 Soit le nombre complexe $J = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors on a	$J^2 = -\bar{J}$	$1 + J + J^2 = 0$	$J^3 = 1$

- II. 1) Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17. **1pt**
 2)a- Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}, \sum_{k=1}^n (2k-1)(-1)^{k-1} = n \times (-1)^{n-1}$ **1pt**
 b- Dédurre de la question 2)a- la somme $S = 29 - 31 + 33 - 35 + \dots + 61$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (05,25 points)

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- 1) Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des complexes, résoudre l'équation (E) : $z^2 - (8+i)z + 18 + 4i = 0$. **1pt**
 2) A, B et C sont trois points du plan d'affixes respectives $z_A = -2 - i$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = 4 - i$.
 a- Calculer le nombre complexe $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$, puis en déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,75pt**
 b- f est la transformation du plan ayant le point C comme point invariant et qui transforme A en B. Déterminer l'écriture complexe de f . **0,75pt**
 3) h est la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe tel z' tel que $z' = (1 + i\sqrt{3})z + i$. (C) est le cercle de centre A et de rayon 3 et (C') sont image par h .
 a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h . **0,75pt**
 b- Déterminer l'expression analytique de h . **0,75pt**
 c- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C'). **0,5pt**
 4) t est la transformation du plan ayant pour écriture complexe $z' = z + 3i$.
 Déterminer l'écriture complexe de la transformation hot , la composée de h et t . **0,75pt**

EXERCICE 3 : (04 points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Soit $z = x + iy$ un nombre complexe différent de -1 . Soit A le nombre complexe défini par $A = \frac{z+2}{z+1}$. Les points B, C et D ont pour affixes respectives -1 , -2 et -4 . Soit M' le point d'affixe z' tel que $z' = \frac{-4(z+2)}{z+1}$.

