

ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2023-2024	N°01	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE B : EVALUATION DES RESSOURCES : 13 points

Exercice 1 : 4 points

- 1.a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $u = -63 + 16i$ 1pt
 b) En déduire sous forme algébrique les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $(2 + i)z^2 - (9 + 2i)z + 5(3 - i) = 0$ 1pt
2. On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^3 + (6 - 3i)z^2 + (13 - 18i)z - 39i = 0$
- a) Démontrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 0,5pt
 b) Déterminer deux réels a et b tels que $P(z) = (z - z_0)(z^2 + az + b)$ 1pt
 c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 + (6 - 3i)z^2 + (13 - 18i)z - 39i = 0$ 0,5pt

Exercice 2 : 4 points

Soit P le polynôme défini dans \mathbb{C} par : $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$

1. Comparer $\overline{P(z)}$ et $P(\bar{z})$, puis $P(\frac{1}{z})$ et $P(z)$ 1pt
 2. En déduire que si z_0 est une racine de P alors \bar{z}_0 , $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z}_0}$ sont aussi les racines de P 1pt
 3. Calculer $P(1 + i)$ et conclure 1pt
 4. En déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$ sous forme algébrique 1pt

Exercice 3 : 5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{x^2}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1-a) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition 1pt
 b) Démontrer la droite (D) d'équation : $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C) 0,5pt
 c) Etudier la position relative de (D) par rapport à (C) 0,5pt
- 2-a) Montrer que pour tout x non nul, $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ 0,5pt
 b) Dresser le tableau de variation de f . 0,75pt
- 3-a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $] -2; -1[$ une solution unique α 0,25pt
 4- Soit h la restriction de f sur l'intervalle $] -\infty; 0[$. Démontrer que h réalise une bijection de $] -\infty; 0[$ vers un intervalle J à déterminer. 0,5pt
 5- Construire (D), (C) et (C') courbe de h^{-1} réciproque de h dans le même repère. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 7 POINTS.

Pour la nouvelle saison cacaoyère, Mr EBANGA grand opérateur économique voudrait étendre sa cacaoyère avec 2500 plants de cacao dans son terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur sont respectivement la partie réelle de z et la partie imaginaire de z' , z et z' étant solution du système

d'équations $\begin{cases} 2z - 15iz' = 350 + 120i \\ iz - 5z' = -160 + 50i \end{cases}$. Pour une bonne production ses employés plantent 2 plants de cacao au m^2 .

Sa sœur Mme BILOA a une plantation dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $|2iz - 2 + 2i| = 12$ où $z = x + iy$. Elle souhaite la clôturer avec du fil dont le mètre coûte 400fcfa et elle a prévu faire deux rangées de fil. Sachant qu'elle dispose d'une somme de 30000fcfa. Leur beau-frère Mr MOUSSA quant à lui possède un terrain situé au quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan distinct du point $A(0; 1)$ tels que $\frac{2z-4}{z-i}$ soit imaginaire pur, où $z = x + iy$. Il souhaite l'hypothéquer avec une moto dont la valeur est estimée à 580000fcfa. Sachant que son terrain a une valeur de 150000fcfa le mètre carré.

L'unité de mesure est le mètre, on prendra $\pi = 3,14$.

Tâches :

- 1) Mr EBANGA pourra-t-il étendre sa cacaoyère ? 2,25pt
- 2) L'argent de Mme BILOA sera-t-il suffisant pour protéger sa plantation ? 2,25pt
- 3) Mr MOUSSA réussira-t-il à être propriétaire de cette moto ? 2,25pt

Présentation

0,25pt