

MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examineur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024

CLASSE : PC

DURÉE : 3h

COEF : 6

Séquence 1

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUESPARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14, 5pts]EXERCICE 1 5,5pts

1- Soit m et x deux nombres réels. On considère l'équation paramétrique suivantes :

$$(E_m): x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$$

a- On suppose que (E_m) a deux solutions distinctes a et b .

Déterminer les valeurs de m laquelle $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} = \frac{13}{10}$

1pt

2- On considère dans $\mathbb{R}^2$, le système d'équation suivante (S_{21}) :
$$\begin{cases} x^4 + 6x^2y^2 + y^4 = 5 \\ x^3y + xy^3 = 1 \end{cases}$$

a- Montrer que $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2$ $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$

0,5pt

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_{22}): 4Z^4 - 5Z^2 + 1 = 0$

1pt

c- Montrer que (S_{21}) est équivalent à (S_{22}) :
$$\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2 = 5 \\ xy(x^2 + y^2) = 1 \end{cases}$$

0,5pt

d- Justifier que xy vérifie l'équation (E_{22})

0,5pt

e- Dédurre que les solutions de (S_{21}) sont:

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2} \right), \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \right), \left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right), \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \right) \right\}$$

2pts

EXERCICE 2 3pts

1- Résoudre par la méthode de **CRAMER** le système suivant (S_{11}) :
$$\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 3 \end{cases}$$

1pt

2- Dédurre la solution du système d'équation (S_{11}) :
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 14 \\ \sqrt{\frac{x+y}{8}} - \sqrt{\frac{x-y}{12}} = 3 \end{cases}$$

2pts

EXERCICE 3 4,5pts

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) on considère (Ψ) l'ensemble des points M du plan tels que

$$(\Psi): y = 2 + \sqrt{10x - x^2 - 16} \quad (\Delta) \text{ La droite d'équation } -x + y + 1 = 0$$

1- Démontrer que (Ψ) est un demi-cercle et déterminer ses éléments caractéristiques.

1pt

2- Déterminer la représentation paramétrique de (Ψ)

1pt

3- Démontrer que (Δ) et (Ψ) sont sécantes dont on déterminera les coordonnées du (des) points de contacts

4- Détermine alors l'équation de tangente à (Ψ) au point $A(2; 5)$

1pt

5- Etudier en fonction du paramètre réel m , la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble des points,

$$m \text{ tels que } x^2 + y^2 - 2mx - 4my + 6m - 4 = 0$$

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES : [4pts]

Compétences Visées Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion de **équations du second degré et les systèmes d'équation** pour résoudre les problèmes courants.

Une cooperative décide d'acheter trois terrains. Les terrains 1, 2 et 3 content respectivement **942 000F**, **2 374 000F** et **1 004 000F**. les membres de cette cooperatives tableau ci-dessous indique ce que chaque member de chaque groupe a payé de ces trois achats

	A	B	C
Terrain 1	9 000F	12 000F	21 000F
Terrain 2	12 000F	35 000F	80 000F
Terrain 3	70 000F	13 000F	31 000F

Mr MAXWELL membre de cette coopérative possède une entreprise produit des voitures qu'elle commercialise. Le coût de fabrication d'une voiture est de **5 millions** ($Cf(x) = 5.000\,000x^2$) de FCFA. Cet entreprise produit x voitures et la fonction qui modélise les prévisions pour la vente de ces x voitures est donnée par :

$P_v(x) = x^4 + 4002x^3 + 8000x^2 - 10000000x$. On s'intéresse au bénéfice, c'est-à-dire à la différence entre la recette et le coût de fabrication. Lorsque cette différence est strictement positive, on dit que la production est rentable.

M. Maxwell affirme que la recette est : $B(x) = x(x - 1000)(x + 5000)(x + 2)$.

TÂCHE 1 : M. Maxwell a-t-il raison ? si oui Déterminer la quantité de voitures à produire pour que la production soit rentable. 2pts

TÂCHE 2 : Quels est le nombre de membre de cette coopérative ? 2pt

BONUS Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système d'équation suivant : 2pts

$$(\Sigma): \begin{cases} x + y = xyz \\ y + z = xyz \\ x + z = xyz \end{cases}$$

Consignes de la Présentation :

Nom, prénom et classe bien écrits + marge respectée :	0,25pt
Absence de fautes :	0,25pt
Pas de rature :	0,25pt
Réponses soulignées :	0,25pt