

MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examinateur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
CLASSE : TLe D
DURÉE : 3h30
COEF : 7
Séquence 1

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14, 5pts]

EXERCICE 1 7pts

1 - On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation suivantes E_{44} : $Z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})Z + 16 = 0$

a- Vérifier que $\Delta = -4(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$ 0,5pt

b- En déduire les solutions de l'équation ci-dessus 0,5pt

2 - Soient les nombres complexes $a = (\sqrt{2} + \sqrt{6}) - i(\sqrt{2} - \sqrt{6})$, $b = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2}(1 + i)$

a- Vérifier que $b\bar{c} = a$, puis en déduire que $ac = 4b$ 1pt

b- Ecrire les complexes b et c sous la forme trigonométrique 0,5pt

c- Déduire que $a = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$ 0,5pt

d- Déduire la forme exponentielle de a de deux manières différentes 0,5pt

3 - On pose $Z = \frac{\sqrt{\sqrt{2}}}{2} \left(\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \right)$

a- Déterminer l'écriture algébrique de z^2 , puis z^4 et en déduire le module, l'argument, la forme trigonométrique et exponentielle de z^4 2pts

b- Déterminer alors le module et l'argument de z 0,5pt

4 - Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ le système d'équations suivant $\begin{cases} iZ_1 + \bar{Z}_2 = -2\sqrt{3} \\ \bar{Z}_1 - Z_2 = -2 \end{cases}$ 1,5pt

EXERCICE 2 5pts

1 - Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $x^7 = 19487171$ 0,5pt

2 - Soit $A = \sqrt[10]{\sqrt[7]{\sqrt[5]{(19487171)^2}}}$. déterminer l'entier naturel n tels que $A^n = 11$ 0,75pt

3 - Soit f une fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 1 - x + \sqrt{x^2 + 3}$

a- Étudier les branches infinies, les variations de f puis dresser le tableau de variations 1,5pt

b- Déduire que f est bijective et admet une fonction réciproque h , dont on déterminera son ensemble de définition 0,5pt

c- Montrer que $\forall x \in D_h$, $h'(x) = \frac{3-(x-1)^2}{2(x-1)}$ 1pt

d- Tracer (C_f) et (C_h) dans le même repère 0,75pt

EXERCICE 3 2,5pts

Soit g une fonction définie par $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

1- Déterminer le domaine de définition de g . 0,25pt

2 - Montrer que si $x \in [1; 2]$ alors $g(x)$ appartient aussi à $[1; 2]$ 0,5pt

3- Calculer la dérivée de g et montrer que $\forall x \in [1; 2], |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

1pt

4- Deducire que $\forall \alpha \in [1; 2], |g'(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2} |x - \alpha|$ (utiliser le T.A.F)

0,75pt

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES : 5pts

Compétences Visées Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion d'arithmétique pour résoudre les problèmes courants.

Une voiture placée en un carrefour pris comme un point M se déplace sur une route. PAUL, élève en classe de Terminale scientifique décide d'étudier le mouvement de cette voiture sur un intervalle de 0 à 4h de temps. L'abscisse de la voiture à un instant t quelconque est donnée par $f(t) = -t^3 + t^2 + 8t + 1$, sa vitesse par : $v(t) = f'(t)$ et son accélération : $a(t) = f''(t)$.

PAUL se rappelle que sur un intervalle de temps, le mouvement est accéléré si $v(t) \times a(t) \geq 0$ et retardé si $v(t) \times a(t) \leq 0$.

PIERRE, le camarade de PAUL s'est inscrit à un jeu concours de mathématique afin de décrocher une bourse d'étude avec son examen. Le concours consiste à imaginer un polynôme P de degré supérieur à 3 à coefficient complexes devant automatiquement vérifier la propriété (E) suivante : « pour tout polynôme P et pour tout nombre complexe z_0 , si z_0 est une racine de P alors $\overline{z_0}$, $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\overline{z_0}}$ sont aussi des racines de P ». PIERRE choisit le polynôme P défini par : $P(z) = -6z^4 + 18z^3 - 27z^2 + 18z - 6$.

Tache 1 : Démontrer que l'abscisse du point M est nulle à un instant $t_0 \in [0; 4]$. (vous préciserez exactement l'intervalle de deux temps consécutifs où t_0 est à 10^{-2} près).

Tache 2 : Déterminer l'abscisse et l'accélération de la voiture à l'instant où sa vitesse est maximale, puis donner les intervalles de temps sur lesquels le mouvement de la voiture est accéléré où retardé.

Tache 3 : PIERRE décrochera-t-il la bourse d'étude ? Justifier ?

Consignes de la Présentation :

Nom, prénom et classe bien écrits + marge respectée :

0,25pt

Absence de fautes :

0,25pt

Pas de rature :

0,25pt

Réponses soulignées :

0,25pt