MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU NORD
LYCÉE BILINGUE DE NGONG
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
Examinateur : Mr. KAKA DAIROU

ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024
CLASSE : TLeC
DURÉE : 4h
COEF : 7
Séquence 1

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

## PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES [14,5pts]

### EXERCICE 1 3pts

I- QCM Choisir la bonne reponse **bonne réponse 1pt ; fausse réponse -0,5 ; pas de réponse 0pt**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 − Dans $\mathbb{C}$, si $arg(iz) \equiv \frac{7\pi}{2}[2\pi]$ et $\lvert z\rvert = \sqrt{2}$ Alors la partie imaginaire de $z^3$ est : | a) $2\sqrt{2}$ | b) 0 | c) $\sqrt{2}$ | d ) $-2\sqrt{2}$ | e) $-\sqrt{2}$ |
| 2 − on considère le nombre complexe Suivant $z = \frac{1}{1-i\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}$ le module de z est : | a) $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ | b) $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ | c) $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$ | d) $\sin\left(\frac{\pi}{16}\right)$ | e) $\tan\left(\frac{\pi}{16}\right)$ |
| 3- soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $z = \frac{(1+i)^{21}(1+i\sqrt{3})^{19}}{(1-i)^9}$ ;arg(Z) est | a) $\frac{\pi}{2}$ | b) $\frac{11\pi}{6}$ | c) $\frac{-\pi}{6}$ | d) $\frac{2\pi}{3}$ | e) $\frac{-\pi}{6}$ |

### EXERCICE 2 5pts

1- **a)** Montrer que $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

**b)** résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 1$ *on donera* les solution sous forme trigonometrique et sous forme algébrique

**c)** déduire les solutions de l'équation **(E)** $Z^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (on remarquera que (E) est équivalente a $\left(\frac{z}{\frac{-i+1}{\sqrt{2}}}\right)^3 = 1$

**2- a)** Écrire $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$ sous la forme trigonométrique.

**b)** déduire les arguments des solutions de l'équation **(E)**

**c)**déduire des questions **1-c et 2-b** les valeurs exactes des $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ **et** $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

### EXERCICE 3 3,5ppts

1 - Résoudre dans $IN^2$ l'équation $x^3 - y^3 = 631.$

2 - Trouver le reste de la division euclidienne de **111** par **7** et de $10^n$ par **7** suivante les valeurs de l'entier naturel **n.**

3 - soit l'entier $naturel\ N = 999\ 888\ 777\ 666\ 555\ 444\ 333\ 222\ 111.$

a- Montrer que **N** peut s'écrire en function de **111**.

b- Quelle est le reste de la division euclidienne de **N par 7.**

### EXERCICE 3 4,5pts

I - On considère les fonctions numériques définie sur $D = ]-\infty; 1] \cup [1; +\infty[$ par:

$$h(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} \quad et \quad k(x) = \left(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}\right)tan\left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$$

1- Montrer que $\forall x \in D, k(x) = 2\frac{\tan[h(x)]}{h(x)}$. 0,5pt

2- Determiner $\lim_{x\to+\infty}[h(x)]$ et $\lim_{x\to+\infty}[k(x)]$. 0,5pt

II - On considèrela fonction g définiesur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrer que $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$ et dresser le tableau de variation de $g$. 1,5pt

2- En déduire le signe de $g$ sur $]0; +\infty[$ . 0,5pt

3- Démontrer que pour tout $x \in [1; 2]$ ; on a : $\frac{\sqrt{2}}{4} \le g'(x) \le \frac{11}{2}$ . 0,75pt

4- En déduire a l'aide des inégalités des accroissements finis que : 0,75pt

pour tout $x \in [1; 2]$ , $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \le g(x) \le \frac{11}{2}(x-1) + 3$

## ÉVALUATIONS DES COMPETENCES :[4pts]

***Compétences Visées*** Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion **d'arithmétique et des nombres complexes** pour résoudre les problèmes courants.

Mr Maxwell a laissé son héritage dans un coffre dont la combinaison comporte cinq chiffres **x, y, z t et s** dans l'ordre, du système décimal. Il a mentionné sur son testament que sa fortune reviendra à celui des héritiers qui trouverait la combinaison partir de données suivantes :

- Le premier chiffres est paire ;
- La somme des deux premiers chiffre set **15** ;
- Le troisième est la différence des deux premiers
- Le premier est Le produit du troisième par le quatrième ;
- Le nombre est divisible par **9**

SOUFYAN le premier fils de Mr MAXWELL est un agent de L'ENEO, un jour dans les causeries avec BATARA un élève de la terminale C qui voulais savoir davantage l'importance des nombres complexes dans la vie courante en électricité. SOUFYANE l'explique :

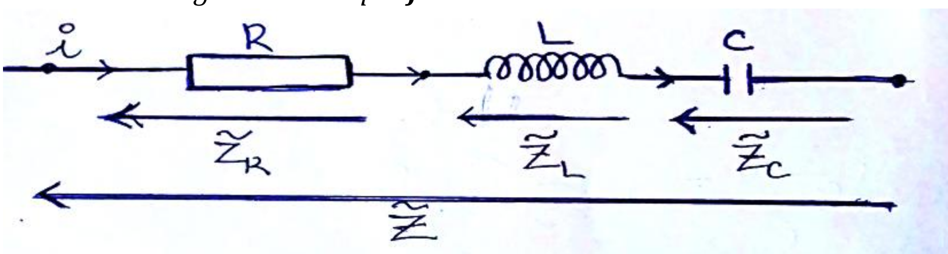
En électricité, on caractérise un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdale avec un nombre complexe que l'on appelle « impédance complexe ». Ainsi :

- ✓ L'impédance complexe d'une résistance est: $\tilde{Z}_R = R$ ($R$ = *resistance en Ohm*).
- ✓ L'impédance complexe d'un condensateur est: $\tilde{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$(C=*capacité du condensateur en Farad*)
- ✓ L'impédance complexe d'une bobine est: $\tilde{Z}_L = jL\omega$ (L= *L'inductance de la bobine en Henry*).
- ✓ L'impédance complexe d'un circuit RLC en série (Voir figure ci-dessous) est : $\tilde{Z} = \tilde{Z}_R + \tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L$.
- ✓ L'impédance d'un circuit correspond (en ohm) correspond au module $|\tilde{Z}|$ de l'impédance complexe $\tilde{Z}$.
- ✓ Le déphasage entre le courant et la tension est donné par l'argument de $\tilde{Z}$.

N'ayant pas encore bien maîtrisé le chapitre des nomre complexes, BATARA vient vous demandé de l'aider **a** determiner les éléments caractéristique du circuit ci dessous. En tant que camarades de classe qui métrise mieux les propriétés des nombre complexes

<u>**NB**</u>: $\omega$ *est la pulsation du courant en radian par seconde* ($rad/s$).

$j$ *représente un nomre imaginaire tels que* $j^2 = -1$




<u>TÂCHE 1</u>: *répondre a la suggestion de BATARA.* *1,5pts*

<u>TÂCHE 2</u> : quell est le code du coffre de M MAXWELL? *2,5pts*

« Commencer c'est échouer, continuer c'est réussir »