Ministère des Enseignements Secondaire
Cours de Répétition La Reussite Plus
Tél : 678538676 / 691544970
Professeur : Chinois Noubissi

Votre SUCCES EST NOTRE PRIORITE

Année Scolaire: 2023/2024
Classe : Tle C/E Seq 1
Durée : 4 heurs ,Coef : 7/6
Epreuve : Mathématiques

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 POINTS

Exercice 1: 3.75 points

I- Pour tout entier $n > 0$. On définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 + \frac{n^2}{u_n} \end{cases}$.

1. a) Démontrer que pour $n \geq 2$, on a : $n < u_n < n+1$,puis étidier la convergence de (u_n) **0.75pt**
   b) Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante **0.25pt**
2. Soit la suite (v_n) telle que $v_n = \frac{1}{u_n - n} - 1$ pour $n \in \mathbb{N}^*$
   a) Démontrer par récurrence que $1 - \frac{1}{n} \leq v_n \leq 1$ **0.75pt**
   b) Etudier la convergence de la suite (v_n) et $(u_n - n)$ **0.5pt**

II- Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n \\ u_0 = 2 \end{cases}$ et on pose $v_n = u_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique puis déduire que $u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n$ **0.75pt**
2. Calculer en fontion de n la somme $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ **0.5pt**
3. Calculer la limite de la suite (u_n) quand $n \to +\infty$ **0.25pt**

Exercice 2: 2.25 points

I- Démonstration par récurrence

1. Soit (Q) l'affirmation $3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7, pour n supérieur ou égale á 1
   (a) Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $3^{2n} \times 7 + 2(3^{2n} - 2^n) = 3^{2(n+1)} - 2^{n+1}$. **0.5pt**
   (b) á l'aide d'un raisonnement par récurrence démontrer alors (Q) **0.5pt**
2. Montrer par récurrence que $\forall n \geq 6$, P_n: $2^n \geq (n+2)^2$. **0.5pt**

II- En utilisant les congruences,montrer que pour tout entier naturel n , $16^{2n+1} - 3^{n+3}$ est Divisible par 11 **0.75pt**

Exercice 3 : 5 points

A- 1. pour $a = 2$, puis pour $a = 3$, déterminer un entier naturel n non nul tel que $a^n \equiv 1[7]$.**0.25pt**
2. Soit a un entier naturel non divisible par 7.
   a - Montrer que $a^6 \equiv 1[7]$ **0.25pt**
   b- On appelle ordre de a modulo 7, et on désigne par k le plus petit entier naturel non nul Telque $a^k \equiv 1[7]$.
   Montrer que le reste r de la division euclidienne de 6 par k vérifie $a^r \equiv 1[7]$ **0.25pt**
3. A tout entier naturel n, on associe le nombre $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$.
   Montrer que $A_{2006} \equiv 6[7]$. **0.5pt**

B- n étant un entier naturel, on pose $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$.
1. (a) Montrer que pour tout entier naturel n, A_{n+3} est congru à A_n modulo 7 **0.75pt**
   (b) En déduire les entiers n tels que A_n soit divisible par 7. **0.75pt**
2. Les nombres qui dans le système de numération à base de 2 s'écrivent :
   a. 1110 ; b. 1010100 ; c. 1001001000 , Sont-il divisible par 7 ? **0.75pt**

Exercice 4: 6 points

On voudrait savoir pour quelles valeurs de l'entier n, la fraction $\frac{7n+6}{3n+5}$ est irréductible

1. Montrer que 17 divise le PGCD$(7n + 6 ; 3n + 5)$ **0.5pt**

2. Pour quelles valeurs de n, les nombres $7n + 6$ et $3n + 5$ sont elle divisible par 17 **0.5pt**

I- On pose $A_n = n^5 - n$ où n est un entier naturel non nul.

a) Montrer que A_n est paire **0.25pt**

b) Montrer que A_n est divisible par 3 **0.25pt**

c) En utilisant les congruences modulo 5, démontrer que A_n est divisible par 5 **0.5pt**

II- Résolution d'une équation diophantienne

1. Déterminer l'ensemble des couples (x , y) d'entier relatifs solution de l'équation (E) : $8x - 5y = 3.$ **0.75pt**

2. Soit m un nombre entier relatif tel qu'il existe un couple (p , q) des nombre entier Vérifiant $m = 8p + 1$ et $n = 5q + 4.$

a) Montrer que le couple (p;q) est solution de l'équation (E) **0.25pt**

b) Déterminer le plus petit de ces nombres entiers m supérieur à 2000 **0.25pt**

III- Un nombre N s'écrit $\overline{x43y}$ déterminer x et y pour qu'il soit divisible par 5 et 9 **0.75pt**

IV- θ désigne un réel appartenant à [0; 2π]. On considère dans ℂ l'équation (E) d'inconnu z Définie par (E): $z^2 - (2^{\theta+1}cos\theta)z + 2^{2\theta} = 0$

a) Résoudre (E) et mettre ses solution sous la forme trigonométrique. **1pt**

b) Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$,on cosidère les points A et B dont les solution de l'équation précédente.

Déterminer θ de manière à ce que OAB soit un triangle équilatéral. **0.5pt**

V- Soit z le nombre complexe défini par : $z = e^{i2\theta} - 1$ avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

1. Démontrer que $z = 2ie^{i\theta}sin\theta$ **0.5pt**

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES (4.5points)

A chaque lettre de l'alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous un nombre entier compris entre 0 et 25

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On définit un procédé de codage de la façon suivante : à chaque lettre que l'on veut coder, on associe la lettre m correspondant dans le tableau ; On calcule le reste de la division euclidienne de 9m+5 par 26 et on le note p ; au nombre p on associe la lettre correspondante Noubissi veut envoyer le message « FILOU» chez son ami GAUSS.

Pour aller finir les travaux de son champ, Noubissi veut engager une main d'oeuvre constituer des hommes et des femmes et veux dépenser exactement 54500 FCFA. La main d'oeuvre journalière d'un homme est de 3500 FCFA et celle d'une femme est de 2500 FCFA. Il aimerait avoir le maximun d'homme pour cette dépense.

En sortant se matin Noubissi a établir un code d'acès à son coffre-fort comme une suite ordonnée de 7 chiffres. Pour le garder correctement dans sa tête, il a considéré son code d'acès comme un nombre entier de 7 chiffres. Un jour, il a lâché par indiscrétion quelques information à sa femme à propos de ce code. Le nombre de la forme $\overline{xy34xyx}$ ecrit dans le système décimale, et se nombre est un multiple de 33, avec $1 \leq x \leq 3$ et $1 \leq y \leq 3$. Lorsque Noubissi est sorti de la maison, sa femme a voulu soutirer un billet de 10.000 FCFA pour faire du choping, mais se trouve confronter à ce problème mathématique.

Tâches:

1) Aider Noubissi à coder son méssage **1.5pt**

2) Combien faudra t-il d'hommes pour cette main d'oeuvre ? **1.5pt**

3) Aide la femme de Noubissi à ouvrir ce coffre-fort. **1.5pt**

« Quoi qu'il arrive dans la vie, faites toujours du bien... »