GROUPE DE REPETITIONS LES ARCHANGES DU SAVOIR

Les faiseurs de lauréats

Année :2022/2023

TD de mathématiques

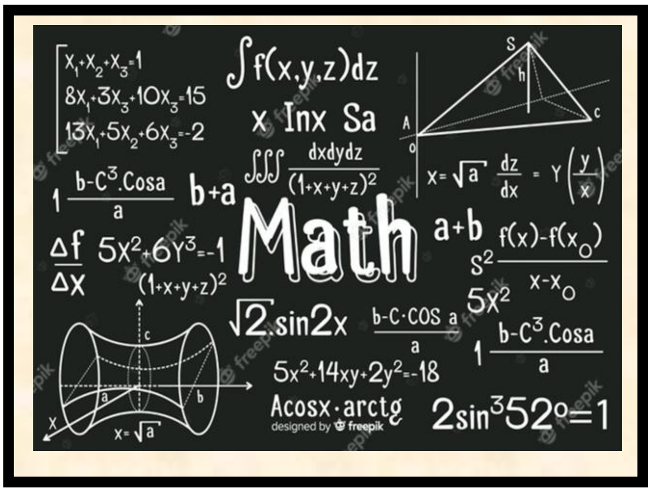
Devise	→Paix-travail-succès
Siège social Yaoundé	→ Collège bilingue les Lionel à DAMAS → GSB city ACADEMIC à 100 mètre du lycée d'ODZA
Nos services	→ Répétitions à domicile et en groupe
Contacts	→ 696826822 / 671379231 (**Whatsapp**)

Les faiseurs de lauréats

11 ans d'expérience déjà aux services de l'excellence scolaire

Classes :. T^{le} D & TI

COLLECTION DES SEQUENCES 1 & 2 MODELE ''APC'' DES LYCEES ET COLLEGES DE REFERENCE DU CAMEROUN.



Pour une préparation, efficace et efficiente aux examens officiel ; le groupe de répétition les Archanges du savoir est le partenaire idéal.

Intégrer gratuitement le groupe WhatsApp pour fusion des sujets séquentiels.

Aussi disponible chez nous

- Collection sequence 3-4 et 5-6
- Anciens sujets d'examens
- Anciennes épreuves zéro

PRIX UNITAIRE : 500 FCFA

NB : Après le pain, l'éducation est le premier besoin d'un peuple.

Une proposition de :

RICHARD NANA

Examinateurs : TEDJOU BIENVENU (PLEG)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATIONS DES RESSOURCES :$[15pts]$

EXERCICE 1 : $[6,5pts]$

1- Résoudre dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}$ le système : $\begin{cases} iz+\overline{z'}=-2\sqrt{3} \\ \overline{z}-iz'=-2 \end{cases}$ $[1pts]$

2- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :$z^3+(9i)z^2+2(6i-11)z-3(4i+12)=0$

a- Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera. $[0,5pts]$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) $[1,5pts]$

3- On donne dans le plan les points A, B et C d'affixes : $z_A=-2+2i;\ z_B=2;\ z_C=-1+6i$

a- Calculer $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC $[0,5pts]$

b- Le point D est l'image du point B par la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $2+4i$. Calculer l'affixe z_D du point D $[0,5pts]$

4- Soit s la transformation de centre D qui transforme B en A

a- Déterminer l'écriture complexe de s $[0,75pts]$

b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de s $[0,75pts]$

c- Soit $M(x\,;\,y)$ un point du plan et $M'(x'\,;\,y')$ son image par s

i- Donner l'expression analytique de s $[0,5pts]$

ii- Déterminer l'image par s de la droite (D) d'équation $x-2y+1=0$ $[0,5pts]$

EXERCICE 2 : $[2pts]$

On considère la suite des nombres complexe (z_n) definie par : $\begin{cases} z_0=\sqrt{3}-i \\ z_{n+1}=(1+i)z_n \end{cases}$. On pose pout tout entier naturel n, $U_n=|z_n|$

1- Calculer U_0 $[0,25pt]$

2- Démontrer que U_n est une suite géométrique donc on précisera le premier terme et la raison $[0,5pt]$

3- Déterminer la forme algébrique et la forme trigonométrique de z_1 $[0,75pt]$

4- Déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$ $[0,5pt]$

PROBLEME : $[7pts]$

Les parties A et B sont liés et sont obligatoire

Partie A : $[1,5pts]$

Soit la fonction g définie sur R par : $g(x)=x^3-3x-3$

1- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. $[0,5Pts]$

2- Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α tel que : $2,10<\alpha<2,11$. $[0,5pts]$

3- Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. $[0,5pts]$

PARTIE B : $[5,5pts]$

On définie sur $R—\{1;1\}$ la fonction f par $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$

1- Démontrer que $f'(x) = \frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$ et étudier le signe de $f'(x)$ $[1pts]$

2- Dresser le tableau de variation de la fonction f $[0,75pts]$

3- Montrer que $\alpha^3 = 3\alpha + 3$ et en déduire $f(\alpha)$ en fonction de α et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ $[1pts]$

4- Montrer que la droite d'équation $(D): y = 2x$ est asymptote à (C_f) la courbe de f, puis étudier la position relative de (C_f) par rapport à (D) préciser éventuellement les autres asymptote à (C_f) $[1pts]$

5- Construire la courbe (C_f) de f dans un repère orthonormal $[1pts]$

6- **Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$.**

Montrer que l'équation $h(x) = 2$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$ (on précisera les intervalles qui contiennent ces solutions) $[1,25pts]$

B. EVALUATIONS DES RESSOURCES : $[4,5pts]$

Francis a travaillée pendant 30 ans comme agent de liaison dans une entreprise des biens et services. Il raconte avec beaucoup d'ironie que son salaire mensuel était insignifiant qu'il a décidé de l'améliorer en l'appelant C_0. Dans les accords que François a eus avec son patron, il devait obtenir une augmentation fixe sur son salaire chaque année. Dans ses souvenirs, François sait que son salaire à la dixième année était de $53\,000 frs$ et qu'avant son départ en retrait, le comptable de la boite lui a présenté le cumul de tout son salaire pendant les $30 années$, une somme total de $23\,040\,000 frs$. Une fois le retrait acté, François a reçu une prime de bonne séparation d'un de $1\,500\,000 frs$ qu'il a immédiatement placé dans une banque à un taux d'intérêt annuel connu de tous les épargnants. Apres deux années, François sais qu'il a un capital de $1\,749\,600 frs$ dans cette banque. Pour régler les problèmes d'eau dans le village, François fait creuser un puis par l'entreprise qualifiée. Pour atteindre la nappe phréatique qui est à $2046m$, cette entreprise creuse $2m$ le premier jour, $4m$ le deuxième, $8m$ le troisième jour, $16m$ le quatrième jour et ainsi de suite.

TACHES

1. **Quel est le taux d'intérêt utilisé dans cette banque par les épargnants ?** $[1,5pts]$
2. **Déterminer le montant du premier salaire mensuel de François** $[1,5pts]$
3. **Combien de jours faut-il à cette entreprise pour attendre la nappe phréatique ?** $[1,5pts]$

INSTITUT BILINGUE MATAMFEN					

Evaluation Trimestrielle N°2 -NOVEMBRE 2020

Classe:	TERMINALE	Série :	D	Année scolaire	2020/2021
Epreuve :	**MATHEMATIQUES**	Coef :	4	Durée :	02H00

Examinateur : *Etienne NJANKO*

L'épreuve comporte deux parties obligatoires et est notée sur 40 points. La qualité de la rédaction et la clarté des schémas seront prises en compte dans l'attribution de la note finale.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (31,00 POINTS)

EXERCICE 1 : 09,00 POINTS

On donne le polynome complexe $P(z) = z^3 - 4z^2(1-3i) - z(41+30i) - 42i + 54$

1. Calcule $P(-3i)$ puis conclure. **1 pt**

2. Détermine un polynome Q de degré 2 tel que $P(z) = (z+3i)Q(z)$. **1 pt**

3. Résoudre dans C l'équation P(z)=0. **1 pt**

4. Soient les points A, B, C et D d'affixes respectives $a = -2; b = -3i; c = 2-6i \; et \; d = 2-3i$.

a) Placer ces points dans le repère orthonormé puis montrer par calcul que les points A, B et C sont alignés. **2 pts**

b) Calculer le rapport $\frac{b-d}{c-d}$ puis donner la nature du triangle BCD. **1 pt**

5. On considère la transformation s de centre D qui transforme B en C.

a) Déterminer l'angle et le rapport de s. **1 pt**

b) Donner l'écriture complexe de s. **1 pt**

c) Déterminer et construire l'affixe e du point E, image de C par s. **1 pt**

EXERCICE 2 : 10,00 POINTS

Soit la suite réelle (U_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{n+2}{2\sqrt{2}}; \; \forall n \geq 1 \end{cases}$

1. Calculer les 4 premiers termes cette suite. **2 pts**

2. Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = u_n\sqrt{2} - n$.

a) Justifier que la suite (v_n) est une suite géometrique que l'on caractérisera. **1,5 pt**

b) Exprimer la somme T_n des (n+1) premiers termes de la suite (v_n) en fonction de n et calculer sa limite. **1,5 x 2 pts**

3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

a) Exprimer S_n en fonction de n puis calculer S_{100}. **1,5 pt**

b) Quelle est la limite de la suite (S_n) ? **1 pt**

EXERCICE 3 : (12,00 POINTS)

I. Soit le polynôme $P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$.

1. Montrer que si z_0 est une racine de P, alors il en est de même pour $\overline{z_0}$ et pour $\frac{1}{z_0}$. **1,5 x 2 pts**

2. Montrer que $1+i$ est une racine de P. **1 pt**

3. En déduire toutes les racines de P. **1 pt**

II. On donne les nombres $z_1 = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{2} \; et \; z_2 = 1-i$.

1. Donner la forme trigonométrique de $z_1 \; et \; z_2$. **0,75 x 2 pts**

2. On donne le nombre $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

a) Donner la forme trigonométrique de Z. **1 pt**

b) Donner la forme algébrique de Z. **1 pt**

c) En déduire les valeurs exactes de $cos\frac{5\pi}{12}$ et $sin\frac{5\pi}{12}$. **1 x 2 pts**

III. Soit M un point du plan d'affixe z. on pose $Z = \frac{z+2+3i}{z-3-2i}$.

1. Déterminer et construire l'ensemble (D) tel que $|Z| = 1$. **0,75 pt**
2. Déterminer et construire l'ensemble (δ) tel que Z soit un imaginaire pur. **0,75 pt**

<u>PARTIE B :</u> EVALUATION DES COMPETENCES (09,00 POINTS)

<u>SITUATION :</u>

L'unité étant de 10 m ; la cour de la maison de Pierre vérifie l'ensemble $(\mathcal{H}_1)$ des points M(z) du plan tel que $z^3 = 8$. Pierre décide de mettre du gazon sur toute sa cour. $10\,m^2$ de gazon coûte 15 000 francs. Celle de Jacques vérifie l'ensemble $(\mathcal{H}_2)$ des points M(z) du plan tel que $\left|4z + 4 - 4i\sqrt{3}\right| = |2 - 2i|$. Il décide de verser du gravier sur sa cour et un camion de gravier peut recouvrir $314\,m^2$. Jacques achète le camion de gravier à 70 000 francs. Christophe quant à lui veut entourer sa concession avec du fil barbelé en faisant trois tours autour de sa concession. Sa concession vérifie l'ensemble $(\mathcal{H}_3)$ des points M(z) du plan tel que $[z^2 + (1 + 6i)z - 10 + 6i][z^2 + (1 - 6i)z - 10 - 6i] = 0$. Cinq mètres de fil barbelé coûtent 6000 francs.

1. Combien Christophe dépensera-t-il ? **3 pts**
2. Combien Jacques dépensera-t-il ? **3 pts**
3. Combien Pierre dépensera-t-il ? **3 pts**

COLLEGE Bilingue La Perfection
BP : **3604** **www.cobilaper.org**
Tél. : **(237) 243106812**
Année scolaire 2020 – 2021

DEUXIEME DEVOIR SURVEILLE

DATE	CLASSE	EPREUVE	COEFFICIENT	DUREE
26/11/2020	T^{LE} D	Mathématiques	04	4Heures

INTITULE DE LA COMPETENCE : *Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent* ***les suites numériques, statistiques et systèmes linéaires.***

Partie A : évaluation des ressources **15 points**

EXERCICE 1 03,5points

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrer que $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$ et dresser le tableau de variation de g. 1,5pt

2- En déduire le signe de g sur $]0;+\infty[$. 0,5pt

3- Démontrer que pour tout $\mathrm{x} \in [1;2]$; on a : $\frac{\sqrt{2}}{4} \leq \mathrm{g}'(\mathrm{x}) \leq \frac{11}{2}$. 0,75pt

4- En déduire a l'aide des inégalités des accroissements finis que : 0,75pt

pour tout $x \in [1;2]$, $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1)+3 \leq g(x) \leq \frac{11}{2}(x-1)+3$

EXERCICE 2/03,5points

Dans cet exercice, $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes et $|\mathrm{Z}|$ le module de Z.

On Considère le polynôme suivant : $\mathrm{P(z) = z^3 - 3(2+i)z^2 + 3(3+5i)z - 22i + 6}$.

1. Montrer que l'équation $\mathrm{P(z)} = 0$ admet une unique solution imaginaire pure que l'on notera $\mathrm{z_0}$. 0,75pt

2. Résoudre dans$\mathbb{C}$, l'équation$\mathrm{(E): z^2 - (6+i)z + 11 + 3i = 0}$. 1pt

3. a. Montrer que$\mathrm{P(z) = [z^2 - (6+i)z + 11 + 3i][z - 2i]}$. 0,5pt

b. Déduire dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, les solutions de l'équation$\mathrm{P(z)} = 0$. 0,75pt

c.Mettre $\frac{Z_1}{Z_2}$ sous forme algébrique. 0,5pt

EXERCICE 3/03,5points

I-Calculer les limites des fonctions suivantes : 2pt

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+3} - 5x$ 2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ 3) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{3x - \pi}$ 4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\cos x}{x^2+1}$

II-Déterminer les branches infinies à la courbe des fonctions suivantes : 1,5pt

$\boldsymbol{f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-x}{3x}}$; $\boldsymbol{h(x) = \sqrt{x^2+3x+4} - x}$

EXERCECE 4 /**0**4,5points

Soit f la fonction définie de $D =]1,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$.

1) Montrer que la dérivée de f sur D est $f'(x) = -\left(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ 0,5pt

2) En déduire les variations de , puis dresser son tableau des variations. 1pt

3) Déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique α solution dans l'intervalle] 1, 2]. 0,5pt

4) a- Montrer que f est une bijection de D dans $\mathbb{R}$ puis justifier que f^{-1} est dérivable sur$\mathbb{R}$. 0,5pt

b- Calculer $f^{-1}(-1)$ *et* $(f^{-1})'(-1)$. 1pt

5) Soit $g:]0;+\infty[$ *vers* $\mathbb{R}$ tel que $h(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .On admet que $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$

a) Monter que pour tout $x \in [1,2]$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$. 0,5pt

b) Déduire que pour tout $x \in [1,2]$, $|h(x) - a| \leq \frac{1}{2}|x - a|$. 0,5pt

Partie B : évaluation des compétences 4,5points

Situation

La population d'une région est de l'ordre 5 millions d'habitants. Le taux d'accroissement moyen de cette population est de 1,6% par an. On a relevé la taille de 40 athlètes devant représenter cette région aux jeux olympique à Londres. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Taille (cm)	**157**	**162**	**167**	**172**	**177**	**182**
Effectif	**3**	**8**	**10**	**10**	**7**	**2**

Les athlètes les plus performants sont ceux qui ont la taille médiane et l´écart type inférieur à 5 cm. Pour leur seul repas lourd, leur cuisinière a acheté 41 400 F pour un mélange de 30 kg de viande sans os et de viande avec os .Un kilogramme de viande sans os coute 1 500F et un kilogramme de viande avec os coute 1 300F.

Tâches :

1 Dans combien d'années la population de cette région aura-t-elle doublée ? 1,5pt

2-Les athlètes de cette région sont-ils performants ? 1,5pt

3-Calculer le nombre de kilogramme de viande de chaque espèce. 1,5pt

Présentation : 0,5pt

MINESEC
CBPL LES CHANTERELLES
Département de Mathématiques

Classe : *TleD*
Durée :3 heures **Coefficient** : *4*
Date : Novembre 2020

Evaluation N1 Trimestre 1
Exam. : FOPOSSI Siméon

Épreuve de Mathématiques

<u>PARTIE A :</u>EVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)

<u>Exercice 1</u> (4pts)

1. Déterminer et représenter les points $M(z)$ tels que : $|z+1+3i| = |-z+1+2i|$ (0,75pt)
2. Déterminer et représenter les points $M(z)$ tels que : $|(1+2i)z+3-4i| = |2-i|$ (1,25pts)
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $3iz^2 - (1+5i)z + 2 - 3i = 0$ (1pt)
4. Linéariser $cos^4 x$. (1pt)

<u>Exercice 2</u> (4pts)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation : $(E) : z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i = 0$

1. Démontrer que (E) admet une racine réel α (0,75pt)
2. Déterminer a, b, c tels que :$z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i = (z-\alpha)(az^2 + bz + c)$ (0,75pt)
3. Resoudre (E) dans $\mathbb{C}$ (1pt)
4. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct, quelle est la nature du triangle des points dont les affixes respectives sont les trois solutions de l'equation (E) (0,75pt)
5. On donne $a = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{2i}$; écrire a sous sa forme exponentielle (0,75pt)

<u>Exercice 3</u> (4pts)

On considère les nombres complexes z_1 ; z_2 et z_3 définis par $z_1 = \sqrt{3} - 3i$; $z_2 = -2 + 2i$ et $z_3 = \dfrac{z_1}{z_2}$

1. Écrire z_3 sous forme algébrique. (0,5pt)
2. Écrire z_1 ; z_2 puis z_3 sous forme trigonométrique. (1,5pts)
3. Déduire les valeurs exactes de $\cos(\dfrac{\pi}{12})$ et de $\sin(\dfrac{\pi}{12})$ (1pt)
4. Déterminer la forme algébrique de $(-2+2i)^{20}$ (1pt)

<u>Exercice 4</u> (3,5pts)

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct. On considère le point A_1 d'affixe $Z_1 = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

1. Calculer $|Z_1|$. En déduire que A_1 est sur le cercle (C) de centre O et de rayon 1. Représenter A_1 sur le repère (Unité : $4cm$). (0,5pt)
2. On considère le point A_0 d'affixe 1 et les points A_n d'affixes $Z_n = (Z_1)^n$ où n est un entier naturel non nul.
   i) Calculer Z_2. Représenter A_0 et A_2 sur le même repère. (0,5pt)
   ii) Calculer $|Z_n|$. En déduire que les points A_n sont sur le cercle (C). (0,5pt)
3. Démontrer que : $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n[-\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}]$. En déduire le module de $Z_{n+1} - Z_n$, puis la distance A_nA_{n-1} (1,5pts)

4. a) Déduire des questions précédentes que les triangles OA_nA_{n+1} sont équilatéraux. (0,5pt)
   b) Déduire que $A_6 = A_0$ (0,5pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5pts)

Compétence : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux propriétés des nombres complexes et la mise en système d'équations et inéquations.

SITUATION

M. Madeng qui est un chasseur professionnel disposant un équipement de dernière génération s'en va dans une réserve pour chasser. L'éco garde lui donne les consignes suivante : il ne doit que chasser les hérissons, les biches et certains gros oiseaux ;il devra donner $1000FCFA$ pour chaque biche, $500FCFA$ pour chaque oiseau et $750FCFA$ pour chaque hérissons tué ; il ne doit pas arrêter plus de 10 animaux par espèce ; il lui montre le sommet d'un arbre qui représente l'origine d'un repère bien défini, et deux points A et B avec les coordonnées $A(\frac{\sqrt{3}-1}{2}; \frac{-\sqrt{3}-1}{2})$ et $B(\frac{\sqrt{3}+1}{2}; \frac{\sqrt{3}-1}{2})$ en lui disant qu'il ne doit pas chasser en dehors de la zone délimitée par les points M d'affixes Z vérifiant $|\frac{Z-Z_A}{Z_B-Z}| = \frac{59}{2}$ ou Z_A et Z_B sont les affixes des points A et B, et le symbole $|.|$ représente le calcul d'une longueur. M. Madeng se trouvant sur ce sommet aperçoit une biche au point A, pour atteindre cet animal il doit positionner son arme de telle sorte que l'angle obtenu avec l'axe des abscisses soit bien précise pour ne pas louper sa cible. A la sortir de la chasse, on dénombre 74 pattes d'animaux, plus de 6 biches et plus de 4 oiseaux. Il se voit alors donner une somme de $16250FCFA$.

N.B :On poura écrire sous forme algébrique le nombre :$\frac{(2+2i)(\sqrt{3}+i)^2}{(1+i\sqrt{3})^3}$.

TACHES

Tache 1 : Déterminer le nombre d'animaux tués par espèce par M. Madeng (1,5pts)

Tache 2 : Déterminer l'angle que M. Madeng doit obtenir pour atteindre cette biche. (1,5pts)

Tache 3 : Déterminer l'aire que M. Madeng doit effectuer sa chasse. (1,5pts)

BONNE CHANCE

Faites bien l'école et l'école vous fera du bien !

LYCEE BILINGUE DE BAMYANGA			
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES			
Deuxième Évaluation	Classes : T_D	Année scolaire 2020-2021	Date : 02 /12/ 2020
Épreuve de mathématiques	Durée : 4h	Coef : 4	

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/15 points

EXERCICE 1 (5points)

1) Mettre chacun des nombres complexes suivants sous la forme trigonométrique.

a) $z_1 = 1+\sqrt{3}+i(1+\sqrt{3})$; b) $z_2 = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{1-i}\right)^{2020}$; c) $z_3 = -cos\frac{\pi}{7} + isin\frac{\pi}{7}$;

d) $z_4 = -2(cos\frac{5\pi}{6} + isin\frac{5\pi}{6})$ 2pts

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z^4 = 8\sqrt{2}(-1+i)$. 1pt

3) θ est un nombre réel tel que $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. On donne le nombre complexe $X = \sin(2\theta) - 2i\sin^2(\theta)$.

a) Déterminer le module de X. 0.5pt

b) Déterminer si possible un argument de X. 0.5pt

4) Linéariser l'expression suivante : $f(x) = \sin^6 x$. 1pt

EXERCICE 2 (5 points)

I- On considère l'équation (E): $z^3 + 9iz^2 + 2(6i-11)z - 3(4i+12) = 0$.

1) Démontrer que l'équation(E) admet une solution réelle et une solution imaginaire pure. 0.5pt

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation(E). 1.5pts

II- le plan (P) est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soi A,B et C les points d'affixes respectives $2+\frac{3}{2}i$, $-2-i$ et$-3i$.

1) Déterminer l'affixe de G, barycentre du système $\{(A,2),\ (B,-1),(C,1)\}$. 1pt

2) Déterminer l'affixe du vecteur $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. 0.5pt

3) Détermine l'affixe du point B' symétrique de B par rapport à l'axe des imaginaires. 0.5pt

4) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $3|iz-1-i| = 6$. 1pt

EXERCICE 3 (3points)

On donne les nombres complexes $z\ et\ u$définis par :
$z = -8\sqrt{3}+8i \quad et \quad u = (\sqrt{6}-\sqrt{2}) + i(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

1. **a)** Ecrire z sous forme trigonométrique. 0.5pt

b) Déterminer les racines carrées de z sous forme trigonométrique. 1pt

2. **a)** Calculer u^2. 0.5pt

b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ $et\ de\ \sin(\frac{5\pi}{12})$. 1pt

EXERCICE 4 (2points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$.

Déterminer géométriquement et représenter l'ensemble des points $\mathbf{M}$ d'affixe z vérifiant :

1) $\arg(\frac{z-2-2i}{z+2-i})= \frac{\pi}{5} + 2k\pi; (k \in \mathbb{Z})$. **1pt**

2) le nombre complexe $\frac{z+i}{1+i+z}$ est imaginaire pur. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/4.5 points

Situation

M. MOUSSA veut clôturer son champs. Un expert en topographie lui conseil ceci :

- il faut prévoir une entrée délimitée par deux poteaux définis par deux points d'affixes respectives a et b, solutions de l'équation $z^2 + (3-3i)z - 2 - 6i = 0$ dans $\mathbb{C}$.
- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, Construire la clôture suivant l'ensemble des points M du plan complexes d'affixe z tels que :

a) $\arg(\frac{z-a}{z-b})= \frac{\pi}{3} + k\pi$; b) $\arg(\frac{z-a}{z-b})= -\frac{\pi}{5} + 2k\pi$; c) $\left|\frac{z-2-i}{z-1+i}\right| = \frac{3}{2}$.

Tâches :

1. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en a). **1.5pt**
2. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en b). **1.5pt**
3. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en c). **1.5pt**

Présentation : 0.5pt

EXAMINATEUR : M. NOUMSSI

MINESEC — **Année scolaire : 2020-2021**
DRES OUEST — **Classe : T^{le}D ; Coef : 4**
Lycée Bilingue de Santchou — **Séquence didactique 2**
Département de Mathématiques — **Durée : 3H**

Épreuve de Mathématiques

Examinateur : **M.BOUNOU TEMATE**

I-EVALUATION DES RESSOURCES *(15,5 points)*

Exercice 1 *(3 points)*

On considère les nombres complexes z et u définis par :

$$z = \sqrt{2-\sqrt{2}} + i\sqrt{2+\sqrt{2}} \qquad \text{et} \qquad u = \sin\frac{\pi}{8} + i\cos\frac{\pi}{8}.$$

1. Ecrire z^2 sous forme algébrique. ***0,5pt***
2. En déduire la forme trigonométrique de z^2. ***0,75pt***
3. Ecrire u sous forme trigonométrique, puis montrer que $z^2 = 4u^2$. ***0,75pt+0,25pt***
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$. ***0,75pt***

Exercice 2 *(3 points)*

1. On donne le nombre complexe $z = \dfrac{1+\sqrt{2}-i}{1+\sqrt{2}+i}$.
   (a) Donner la forme algébrique de z. ***0,5pt***
   (b) Ecrire z sous forme trigonométrique. ***0,75pt***
   (c) Calculer et donner le résultat sous forme algébrique de $\overline{z}^6$. ***0,5pt***
2. Le plan est muni du repère orthonormé $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
   (a) Déterminer l'écriure complexe de la rotation r de centre Ω d'affixe $z_\Omega = 2i$ et d'angle $\theta = -\frac{\pi}{2}$. ***0,75pt***
   (b) Déterminer l'image A' du point A d'affixe $z_A = 1-i$ par r. ***0,5pt***

Exercice 3 *(5 points)*

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.

1. On considère l'équation (E) : $z^3 - 2z^2 + 2(2-3i)z - 20 = 0$.
   (a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure. ***0,5pt***
   (b) Déterminer les autres solutions de l'équation (E). ***1,5pt***
2. Soient A, B et C trois points du plan d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = 3+i$ et $z_C = -1-3i$.
   (a) Déterminer l'affixe du barycentre G des points $(A,-1)$, $(B,1)$ et $(C,1)$. ***0,5pt***

(b) Déterminer l'ensembe des points M du plan tel que $-MA^2+MB^2+MC^2=12$.***0,75pt***

3. Soit $\mathcal{S}$ l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' telle que $Z'=(1+i\sqrt{3})Z+3\sqrt{3}-i\sqrt{3}$.

   (a) Donner la nature de $\mathcal{S}$ ainsi que ses éléments caractéristiques. ***1pt***

   (b) Déterminer l'image par $\mathcal{S}$ du cercle $(\mathcal{C})$ d'équation cartésienne $(\mathcal{C}) : (x-2)^2+(y+4)^2=16$. ***0,75pt***

<u>Exercice 4</u> ***(4,5 points)***

Soit la suite numérique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n-1}{2u_n+5}, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1. (a) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n \geq -\dfrac{1}{2}$. ***0,75pt***

   (b) Etudier les variations de la suite (u_n). ***0,75pt***

   (c) Déduire des questions précédentes que (u_n) converge puis calculer sa limite. ***0,75pt***

2. On désigne par (v_n) la suite définie par $v_n=\dfrac{2u_n+1}{u_n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$.

   (a) Démontrer que (v_n) est géométrique puis préciser la raison et le premier terme.***0,75pt***

   (b) Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n. ***1pt***

   (c) Etudier la convergence de la suite (u_n). ***0,5pt***

<u>II- EVALUATION DES COMPETENCES</u> :*(4.5 points)*

L'impédance acoustique (aussi appelée impédance acoustique spécifique, car est une grandeur intensive) Z_{ac} d'un milieu pour une onde acoustique caractérise la résistance du milieu au passage de cette onde. Bien que l'impédance acoustique du milieu soit une grandeur réelle pour les ondes acoustiques planes progressives, cela n'est plus vrai pour les ondes acoustiques planes stationnaires ou les ondes acoustiques divergentes. Dans le cas général, Z_{ac} est complexe : $Z_{ac}=R_{ac}+iX_{ac}$, avec R_{ac} la résistance acoustique et X_{ac} la réactance acoustique du milieu pour l'onde considérée. La masse volumique et la vitesse du son variant avec la température, c'est aussi le cas pour l'impédance acoustique caractéristique.

Un ingénieur lors d'une étude dans un milieu précis déclara que en fonction de la température t (en degrés), la résistance acoustique $R_{ac}=3\sqrt{2}\sin(7\pi t-21\pi)$ et la réactance acoustique $X_{ac}=3\sqrt{2}\cos(7\pi t+\theta)$ où θ est un argument du nombre complexe $Z=\dfrac{Z_1}{Z_2}$ avec $Z_1=\dfrac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ et $Z_2=1-i$. Il constate par ailleurs que l'impédance acoustique est imaginaire pure pour les ondes acoustiques divergentes.

1. Aider le technicien à déterminer la valeur de θ. ***1,5pt***

2. Déterminer une valeur de la température du milieu lorsque les ondes acoustiques sont divergentes. ***1,5pt***

3. Quelle est la plus grande valeur de l'impédance acoustique pour les ondes acoustiques planes progressives dans ce milieu. ***1,5pt***

LYCEE BILINGUE DE BIKOK
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Classe : TD
Epreuve de Mathématiques
Evaluation préliminaire
Durée : 3h **Coefficient** :4

<u>PARTIE B :</u> (évaluation des ressources) /15, 5 pts

<u>EXERCICE1</u> / 2, 5 pts

Soit $p(z) = 2z - 6z + 9z - 6z + 2$.

1. Comparer $\overline{p(z)}$ et $p(\bar{z})$, puis vérifier que $p\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{z^4}p(z)$. *0,5pt*
2. En déduire que si z_0 est racine de p alors $\overline{z_0}$,$\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\overline{z_0}}$ sont aussi racines de p. *0,75pt*
3. Calculer $p(1 + i)$. *0,5pt*
4. En déduire les solutions de l'équation $p(z) = 0$ sous la forme algébrique. *0,75pt*

<u>EXERCICE 2</u> / 4pts

Soit le polynôme $p(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12)$ où $z \in \mathbb{C}$.

1) Montrer que p admet une racine réelle à déterminer. *0,75pt*
2) Trouver les nombres complexes a, b et c tels que $p(z) = (z + 2)(az^2 + bz + c)$. *0,75pt*
3) Déterminer les racines carrées de $-5 - 12i$. *1pt*
4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (9i - 2)z - 6(3 + i) = 0$. 1*pt*
5) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $p(z) = 0$. *0,5pt*

<u>EXERCICE 3</u> / 5 pts

Soit $z_1 = (1 + i)^5(1 + i\sqrt{3})$ et $z_2 = \frac{1+i}{-i(1+i\sqrt{3})}$ deux nombres complexes.

1) Déterminer le module de z_1 et z_2. *1pt*
2) Ecrire sous formes algébrique les nombres complexes z_1 et z_2. *1pt*
3) On munit le plan du repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$. A tout point $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ on associe l'affixe $m = x + iy$ différent de $1 - i$, on pose $Z = \frac{m1+i\sqrt{3}}{m-1+i}$

a) Ecrire Z sous la forme algébrique. *1pt*
b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{C}_1$ des points M pour que Z soit un imaginaire pur. *0,75pt*
c) Déterminer l'ensemble $\mathcal{C}_2$ des points M tels que Z soit un réel. *0,75pt*
d) Construire $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ dans le repère $(O, \vec{u}; \vec{v})$. *0,5pt*

;

<u>EXERCICE 4</u> / 4 pts

Etudiez les limites suivantes : *1pt*$\times 4$

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}\right)$ (b) $\lim_{x\to0}\frac{\sin(2x)}{\sin(5x)}$

(c) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}$ (d) $\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$

PARTIE B : **(évaluation des compétences)** **/4, 5 pts**

Situation :

Le Gain ou la perte d'une entreprise industrielle en millions en fonction de la quantité de tonnes de produits vendus est donné par la fonction $f(t) = t^3 - t - 1$où représente la production en tonnes. Cette entreprise vend entre 0 et 2 tonnes de produits chaque mois. Ayant constaté que pour une certaine quantité de produit vendue il a réalisé une perte, il voudrait savoir s'il existe une certaine quantité de produit vendu qui peut rapporter un certain gain à l'entreprise.

Tâches :

1) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 1 million. *1,5pts*
2) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter aucun bénéfice. *1,5pts*
3) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 6 millions. *1,5pts*

« Un travail opiniâtre vient à bout de tout »

INSTITUT DES TECHNIQUES DES SCIENCES ET DES ENSEIGNEMENTS (ITSE)
BP : 5134 Yaoundé-Mendong
Tel : 222 31 83 48 / 677877015 / 699 78 48 35
EmailINSTITUT : itsesitse@yahoo.fr

Classe (s) : TD **Durée : 4H** **Examinateur: M NOAH**

EPREUVE HARMONISEE DE MATHEMATIQUES(NOVE2020)

COMPTENCES VISEES : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de la vie ou interviennent les fonctions d'une variable réelle.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5points)

EXERCICE 1 : *(5points)*

On donne les nombres complexes : A = $5\sqrt{2}(1+i)$ et B = $-5(1+i\sqrt{3})$

1- déterminer le module et un argument des nombres complexes : $A, B, \overline{A}$ et $\frac{1}{A}$ (2pts)

2- Soit Z le nombre complexe tel que : $AZ = B$; écrire Z sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique (2pts)

3-En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{13\pi}{12}$ et de $\sin\frac{13\pi}{12}$ (1pt)

EXERCICE2 (2 points)

1. Pour tout nombre complexe $z \neq 2 - \mathrm{i}$, on pose $Z' = \dfrac{z+1-2\mathrm{i}}{z-2+\mathrm{i}}$. On pose aussi $z = x + \mathrm{i}y$ et $Z' = x' + \mathrm{i}y'$.

a) Exprimer x' et y' en fonction de x et de y. **[1pt]**

b) Déterminer l'ensemble (Γ_1) des points $M(x; y)$ du plan tels que $Z' \in \mathbb{R}$. **[0.5pt]**

c) Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points $M(x; y)$ du plan tels que Z' soit imaginaire pur. **[0.5pt]**

EXERCICE3 (6points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 2$.

1. Dresser le tableau de variations de f.
2. Déterminer les images par f de $[-1; 3[$; $[2; +\infty[$, $\mathbb{R}$
3. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{7}{4}$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.

4.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0; 2]$.

b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de la solution de cette équation qui est dans $[0; 2]$.

5. Soit g la restriction de f à $]-\infty; -\frac{1}{2}[$.
Montrer que g est une bijection de $]-\infty; -\frac{1}{2}[$ vers un intervalle J que l'on précisera. Puis, dresser le tableau de variation de la bijection réciproque g^{-1}.

EXERCICE4 (2 ,5points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \sqrt{1+x}$ et $a \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Déterminer les dérivées première et seconde de g sur $[0; +\infty[$.
2. Vérifier que $\forall x \in [0; a]$, $\frac{1}{2\sqrt{1+a}} \leq g'(x) \leq \frac{1}{2}$.
3. En appliquant l'inégalité des accroissements finis à la fonction g sur $[0; a]$; démontrer que : $1 + \frac{a}{2\sqrt{1+a}} \leq \sqrt{1+a} \leq 1 + \frac{a}{2}$.

PARTIE A EVALUATION DES COMPETENCES (4 ,5points)

Monsieur Talla possède une agence de déménagement chaque jour lorsqu'il associe le nombre de manœuvre à la somme à payer pour un déménagement, il obtient la fonction $f(x) = 4000\left(\frac{x^2+5x+4}{x}\right)$ qui représente le coût d'un déménagement avec x le nombre de manœuvre. Il souhaite savoir le nombre de manœuvre qu'il lui faut pour que la somme à payer soit minimale. Aide-le.

1. Quel est l'intervalle sur laquelle la fonction g est positive?
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x la fonction g est minimale? donner le nombre dérivé de x en ce point et étudier la dérivabilité de g en -1
3. Déterminer le nombre de manœuvre pour lequel le coût d'un déménagement est minimal

MINESEC
LYCEE BILINGUE DE BAMESSO
Département de Mathématiques

Année Scolaire 2021-2022
Classe : Tle D
Durée : 04h00min , Coefficient : 4

ÉVALUATION INTERMEDIARE N°2 DU TRIMESTRE 1
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Partie A- Évaluation des Ressources 15,5 points

Exercice 1 : 4 points
On considère l'équation (E) : $z^3 - 9z^2 + (22+12i)z - 12 - 36i = 0$

1. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_1 et une solution réelle z_2. **1 pt**

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) **0,75 pt**

3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3$; $z_B = 2i$ et $z_C = 6 - 2i$.

a- Placer les points A , B et C dans le repère. **0,75 pt**

b- Montrer que $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est réel. Que peut-on déduire ? **0,75 pt**

4. Linéariser $cos^3 2x$ **0,75 pt**

Exercice 2 : 3 points

1. Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x)$. **0,5 pt**

2. Étudier les branches infinies des courbes des fonctions suivantes :

$f_1(x) = \dfrac{x^4 + 2}{2x^2 + 5}$; $f_2(x) = \sqrt{2x + 4} - 1$ **0,75 pt + 0,5 pt**

3. h est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 - 4x + 5$.

a) Justifier que h est continue sur $[-2; 3]$. **0,25 pt**

b)Montrer que l'équation $h(x) = 8$ admet au moins une solution dans $[-2; 3]$ **1 pt**

Exercice 3 : 5 points
Soit f et g deux fonctions numériques d'une variable réelle définies respectivement par :
$f(x) = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$; $g(x) = x^3 - 3x - 3$;

1. Étudier les variations de g. **0,75 pt**

2. En-déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$ que l'on note α. **0,5 pt**

3. Montrer que $2,10 < \alpha < 2,11$ et que $f(\alpha) = \dfrac{6\alpha + 9}{\alpha^2 - 1}$ **0,75 pt**

4. Déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

5. Montrer que pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f, $f'(x) = \dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$. **0,5 pt**

6. En-déduire les variations de f. **0,5 pt**

7. Montrer que la courbe représentative de f admet trois asymptotes dont on précisera les équations. **1 pt**

8. Dresser le tableau de variations de f. **0,5 pt**

Exercice 4 : **3,5 points**

On donne les nombres complexes $z_1 = 2 - 2i$ et $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Déterminer le module et un argument des nombres complexe z_1 et z_2. **1 pt**

2. a) Écrire Z sous la forme algébrique. **0,5 pt**

b) Écrire Z sous la forme trigonométrique. **1 pt**

c) En-déduire la valeur exacte de $cos\frac{5\pi}{12}$ et de $sin\frac{5\pi}{12}$. **0,5 pt**

3. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz - 2 + 2i| = 4$. **0,5 pt**

Partie B- Évaluation des Compétences 4,5 points

Le plan est muni d'un repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité 10 mètres et $\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes tels que $i^2 = -1$. et z un nombre complexe sous sa forme algèbrique $z = x + iy$.

TELLA possède 2 terrains agricoles dont il aimerait les clôturer afin de les protéger des animaux sauvages à l'aide des fils barbelés vendus à 900FCFA le mètre.

Le terrain 1 est un rectangle dont les dimensions x et y sont tels que $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\overline{z} = 4 - 8i$.
Le terrain 2 est déminité par l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan complexes tels que $|z - 4 + 2i| = 3$.

Pour cultiver ses sur ses terrains, TELLA utilise une machine fabriquée par une entreprise E. Cette entreprise peut produire en un mois entre 0 et 50 machines. Le bénéfice mensuel de cette entreprise exprimé en milliers de francs est modélisé par la fonction b, définie pour t machines fabriquées par
$b(t) = t^3 - 96t^2 + 2484t - 10000$.

Tâches :

1. Calculer le coût de la clôture pour le terrain 1. **1,5 pt**

2. Calculer le coût de la clôture pour le terrain 2. **1,5 pt**

3. Calculer le bénéfice maximal mensuel de l'entreprise E . **1,5 pt**

Présentation :0,5pt

EPREUVE DE MATHEMATIQUES				
Contrôle Continu : **No2**	Année 2020/2021	Classe : T^{le} DTi	Coefficient : 4	Durée : 4heures
Examinateur : TINWO Joseph				

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES/15PTS

EXERCICE 1 /6pts

On considère l'application p de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $p(z)=z^3-(2-4i)z^2-(18+3i)z-9-45i$ et on donne les points A ; B ; C et D d'affixes respectives $-3i$; $5-i$; -3 et $1+5i$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$: unité graphique 1 cm.

1) a) Montrer que $p(z)$ possède une racine réelle ; (0,75pt)

b) Justifier que le nombre complexe $5+2i$ est une racine carrée du nombre complexe $21+20i$; (0,5pt)

c) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que :

$\forall z\in\mathbb{C}$, on ait $p(z)=(z+3)(az^2+bz+c)$ (1pt)

d) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z)=0$; (0,75pt)

2) a) Placer les points A ; B ; C et D dans le repère ci-dessus ; (1pt)

b) Donner l'écriture exponentielle du nombre complexe $\dfrac{z_D}{z_B}$; puis en déduire la nature de la figure OBD ; (1pt)

c) Donner l'écriture algébrique du nombre complexe $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}\div\dfrac{z_A-z_D}{z_C-z_D}$; puis justifier que les points A ; B ; C et D ne peuvent appartenir à un même cercle. (1pt)

EXERCICE 2 /4pts

1. On considère la suite numérique $\left(V_n\right)_{n\in IN}$ définie par : $0<V_0<1$ et $\forall n\in IN$, $V_{n+1}=\sqrt{0,5V_n+0,5}$;

a) Indiquer les trois premiers termes de cette suite ; (1,5pt)

b) Montrer par récurrence sur n que : $\forall n\in IN$, $0<V_n<1$; (0,75pt)

2. On donne les sommes $S_1=1+3+5+7+....+(2n+1)$ et $S_2=2+4+6+8+....+(2n-2)$;

a) Ecrire S_1 et S_2 avec le symbole Σ ; (1pt)

b) Montrer par récurrence sur n que : $\forall n\in IN$, $2+4+6+8+....+(2n-2)=n(n-1)$. (0,75pt)

EXERCICE 3 /5pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. On considère les fonctions numériques suivantes : $f:x\mapsto 2+\dfrac{4x+5}{x^3-1}$ et $g:x\mapsto -8x^3-15x^2-4$.

1. a) Vérifier que $g\left(-2\right)=0$ et factoriser $g\left(x\right)$; (0,5pt)

b) Dresser le tableau de signe de g ; (0,5pt)

2. Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition ; (1pt)

3. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$; $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\left(x^3 - 1\right)^2}$; (0,5pt)

4. Dresser le tableau de variation de f ; (0,75pt)

5. a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]-1\ ;\ -0,5[$; (0,5pt)

   b) En déduire une valeur approchée de α à 10^{-1} près et le signe de $f(x)$; (0,5pt)

6. Etudier les branches infinies de la courbe (C_f) de f ; (0,75pt)

7. Tracer la courbe (C_f) dans le repère ci-haut mentionné ; (1pt)

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES /5pts

L'entreprise **HILMA** créée pour le recensement de la population Camerounaise est ouverte de lundi à Vendredi. Le salaire journalier des ouvriers est 2000 FCFA ; celui des techniciens de 2500 FCFA et celui des cadres de 5000 FCFA pour un salaire journalier moyen de 2450 FCFA. La masse salariale journalière de cette entreprise s'élevait à 122500 FCFA, mais pour des raisons économiques dues à la crise sanitaire de la Covid-19, la direction a réduit cette masse salariale journalière à 95000 FCFA. Cette diminution se repartie comme suit : une baisse de 25% sur le salaire journalier des ouvriers, de 20% sur le salaire journalier des techniciens et de 20% sur le salaire journalier des cadres.

Cette entreprise a constaté qu'au 1er janvier 1992, la ville de **Catakaré** possédait 20000 habitants et à partir de cette année 1992, la population de cette ville augmente de 5% par an.

Le T-shirt de travail de cette entreprise était étiqueté dans un magasin à 45000 FCFA ; mais a subi une baisse de $a\%$ et tout travailleur à **HILMA** bénéficiant d'une remise de $(a-5)\%$ sur le nouveau prix peut enfin payer ce T-shirt à 30600 FCFA.

Tâche 1 : Quel est l'effectif total de chaque catégorie de travailleur de l'entreprise **HILMA** ? **1,5pt**

Tâche 2 : Quelle sera la population de la ville de **Catakaré** au 1er janvier 2021 ? **1,5pt**

Tâche 3 : Quelles sont les valeurs possibles de a ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

« La réussite, c'est au bout de l'effort! »

	MINESEC - COLLÈGE BILINGUE NOTRE REINE DE LOURDES **Année scolaire 2019-2020**			
	Département	**Examen**	**Classe**	**Date**
	MATHEMATIQUES	Devoir Harmonisé N° 2	**T^{le}D**	16/11/2019
	Durée	**Coefficient**	**Visa de l'AP**	**Visa de PE**
	4H	4		

EXERCICE 1 : 5points

1. On donne les nombres complexes $p = 1 - i,\ q = 1 - i\sqrt{3}\ et\ z = \frac{p^5}{q^4}$.
   a) Calculer le module et un argument de $p,\ q\ et\ z$. **1,5pt**
   b) Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de z. **1pt**
   c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}\ et\ \sin\frac{\pi}{12}$. **1pt**
2. Linéariser $\sin^4 x$. **0,75pt**
3. Exprimer $cos5x$ de $cos\ x$ et $sin\ x$ en utilisant la formule de Moivre. **0,75pt**

EXERCICE 2 : 5points

Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{U_n + 1} \end{cases}$.

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4. **0,5pt**
2. Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_{2n}$.
   a) Déterminer V_0 et V_1. **0,25pt**
   b) Montrer que pour tout entier naturel n, $V_{n+1} = \dfrac{2(V_n+1)}{V_n+3} = 2 - \dfrac{4}{V_n+3}$. **0,75pt**
   c) Montrer par récurrence de pour tout entier naturel n, $0 \le V_n \le 1$. **0,5pt**
   d) Vérifier que pour tout entier naturel n, $V_{n+2} - V_{n+1} = \dfrac{4(V_{n+1} - V_n)}{(V_{n+1}+3)(V_n+3)}$ et en déduire que la suite (V_n) est croissante. **1pt**
   e) Que peut-on déduire des questions 2.c) et 2.d) ? Calculer la limite de la suite (V_n). **0,5pt**
3. Soit (W_n) la suite définie par $W_n = \dfrac{U_n+2}{U_n-1}$.
   a) Montrer que la suite (W_n) est géométrique. Préciser sa raison. **0,5pt**
   b) Exprimer W_n, puis U_n en fonction de n. **0,5pt**
   c) Calculer la limite de la suite (U_n). **0,5pt**

Problème 10pts

Partie A :

Soit (E) l'équation :$z^3-(5+7i)z^2-(4-25i)z-12i+30=0$ où z est un nombre complexe.

1. Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 **0,5pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation(E). **1pt**
3. Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{u},\vec{v})$, on considère les points A,B et C D'affixes respectives $3;2i\ et\ 2+5i$. S est la similitude directe de centre A qui transforme B en C.
   - **a)** Montrer que l'écriture complexe de S est : $z'=(1-i)z+3i$, puis déterminer l'angle de S. **0,75pt**
   - **b)** Soit D l'image de C par S. Déterminer l'affixe du point D. **0,5pt**
   - **c)** Quelle est la nature du triangle ACD ? **0,75pt**
   - **d)** Déterminer l'image par S du cercle de centre C et de rayon 3cm. **0,5pt**
4. Soit f l'application qui, à tout nombre complexe z different de $-2i$, associe $f(z)=\frac{z-2+i}{z+2i}$
   - **a)** On pose $z=x+iy$, x et y étant deux réels, exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ en fonction de $x\ et\ y$. **1pt**
   - **b)** En déduire la nature de l'ensemble des points d'affixe z, tels que $f(z)$ soit un réel. **0,5pt**

Partie B:

1. Résoudre dans C l'équation $4z^2-12z+153=0$. **0,75pt**
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé$(O;\vec{u};\vec{v})$, d'unité graphique 1cm. On considère les points $A,B,C\ et\ P$ d'affixes respectives :
   $z_A=\frac{3}{2}+6i$; $z_B=\frac{3}{2}-6i$; $z_C=-3-\frac{1}{4}i\ et\ z_P=3+i$ et le vecteur $\vec{W}$ d'affixe $z_{\vec{W}}=-1+\frac{5}{2}i$
   - **a)** Déterminer l'affixe z_Q du point Q image du point B par la translation t de vecteur $\vec{W}$. **0,75pt**
   - **b)** Déterminer l'affixe z_R du point R, image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$. **0,75pt**
   - **c)** Déterminer l'affixe z_S du point S, image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. **0,75pt**
3.
   - **a)** Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un parallélogramme. **0,5pt**
   - **b)** Calculer $\frac{z_R-z_Q}{z_P-z_Q}$ et en déduire la nature précise du parallélogramme $PQRS$. **0,75pt**
   - **c)** Justifier que les points $P\ ,Q,R\ et\ S$ appartiennent à un même cercle dont on précisera l'affixe de son centre et son rayon. **0,75pt**

Lycée Classique et Moderne de Garoua
Département de Mathématiques
B.P. 178

Année Scolaire:2020-2021
évaluation: 1
Classe: Tle D
Durée: 3 h Coefficient: 4

Epreuve de Mathématiques

PATIE A: Evaluation des réssources **15,5pts**

Exercice1 **4pts**

Noter le numero de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne reponse choisie parmi les quatre proposées.

1. Le nombre complexe $(4+3i)^3$ est égal à:
   a) $172+117i$, b) $-44+117i$, c) $-44+171i$ d) $44+177i$ **1pt**

2. Le module du nombre complexe $Z = \frac{(8+8i\sqrt{3})^20}{(1+i)^4}$ est égal à:
   a) 2^{78}, b) 2^{16}, c) 2^{24} d) 2^{82} **1 pt**

3. La somme $S = 1+i+i^2+...+i^{100}$ est égal à:
   a) 0, b) i, c) $1+i$ c) 1 **1 pt**

4. Une racine carrée du nombre complexe $u = 2(1-i\sqrt{3})$ est égal à:
   a) $1-i\sqrt{3}$, b) $\sqrt{3}-i$, c) $-1+i\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}+i$ **1 pt**

Exercice 2 **3,5pts**

On considère le nombre complexe $Z = \sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$.

1. Montrer que $Z^2 = -4\sqrt{3}+4i$. **0,5pt**
2. Déduire le module de Z^2 puis celui de Z. **0,75pt**
3. Determiner un argument de Z^2 puis en déduire celui de Z . **1,25pt**
4. Ecrire Z sous la forme trigonomètrique et en déduire les valeurs exactes de $cos(\frac{5\pi}{12})$ et $sin(\frac{5\pi}{12})$. **1pt**

Exercice 3 **3,5pts**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$. A tout nombre complexe z distinct de 1, on associe le nombre complexe $Z = \frac{1+z}{1-z}$. Soit $M(x,y)$ un point du plan. On pose $z = x+iy$ et $Z = X+iY$.

1. Montrer que $X = \frac{1-x^2-y^2}{(1-x)^2+y^2}$ et $Y = \frac{2y}{(1-x)^2+y^2}$. **1pt**
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que Z est un nombre réel. **0,75pt**

3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que Z est un nombre imaginaire pur. **0,75pt**

4. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $|z+3-2i| = 2$. **1pt**

Exercice4 **4,5pts**

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^3 - (6+4i)z^2 + (8+14i)z - 12i = 0$.

1. Démontrer que l'equation (E) admet une solution réelle que L'on déterminera. **1pt**

2.a) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que $z^3 - (6+4i)z^2 + (8+14i)z - 12i = (z-2)(az^2 + bz + c)$. **0,75pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ léquation $z^2 - (4+4i)z + 6i = 0$. **1pt**

c) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) . **0,5pt**

3.a) On considère les points $A(2); B(1+i); C(3+3i)$. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallèlogramme. **0,75pt**

b) Déterminer l'affixe du point G barycentre du système $\{(A, 2); (B, -1); (C, 1)\}$. **0,5pt**

c) Placer dans le plan complexe muni du repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ les points $A, B, C, DetG$. **1pt**

PARTIE B: Evaluation des compétences **4,5pts**

M. AMADOU possède un champ triangulaire dont le sommet A a pour affixe $1+5i$ et les deux autres sommets sont les solutions de l'équation complexe $z^2 - (2+4\sqrt{2}+2i)z + 4\sqrt{2} + i(2+4\sqrt{2}) = 0$. Il souhaite sécuriser son terrain par un fil barbelé qui coute $225fcfa$ le mètre et dispose de $42000fcfa$. Sa fille AICHA élève en classe de TleD lui dit qu'elle pense que l'angle de sommet A mesure 60°. Son ami M.MBELLA lui propose $1000000fcfa$ pour l'achat de son terrain; M.AMADOU lui dit qu'il peut vendre son terrain à $5000fcfa$ le mètre.

Taches

1. L'argent de M.AMADOU sera-t-il suffisant pour couvrir tout son terrain du fil barbelé? **1,5pt**

2. Sa fille a-t-elle raison? **1,5pt**

3. M.MBELLA peut-il acheter tout le terrain de M.AMADOU? **1,5pt**

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE DE LA VALLEE
BP: 17353 DOUALA
Tél : 679 757 193/699 551 899

E-mail:cosval0@yahoo.fr

Discipline – Travail – Succès

A /S 2020- 2021

Département de Mathématiques

EVALUATION DE MI-TRIMESTRE 1

EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	DATE	HORAIRE
MATHEMATIQUES	T^{le}D	4	3H	…/11/2020	-

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5pts

Exercice 1 4pts

Soit $(u_n), n \in IN$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2+3u_n}{2+u_n} \end{cases}$

1. Démontrer que : $\forall n \in IN, 0 \leq u_n \leq 2$. Que peux-tu dire de la suite (u_n) ?
2. Etudier les sens de variation de la suite (u_n)
3. La suite (u_n) est convergente ou divergente ? justifier.
4. Soit $(v_n) n \in IN$, la suite définie par $v_n = \frac{-2+u_n}{1+u_n}$
   a) Montrer que pour tout entier naturel n, $v_n \neq 1$
   b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont-on déterminera la raison et le premier terme.
   c) Donner l'expression de v_n en fonction de n.
   d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
5. Vérifier la conjecture de la question 3 par calcul.

Exercice 2 : 3.5pts

I- Le plan complexe est munit d'un repère orthonormé (O, I, J). Les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A = -1 + i$, $z_B = 2 + i$, $z_C = -1 - i$

1. Calculer les distances AB, AC et BC 0.75pt
2. En déduire que le triangle ABC est rectangle en A 0.5pt
3. Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. 0.5pt

II- Soit z le nombre complexe différent de 1. On pose $Z = \frac{2iz+1}{z-1}$ et on note z = x + iy avec x et y des nombres réels. Soit M un point du plan d'affixe z.

1. Mettre Z sous la forme algébrique. 0.75pt
2. Trouver l'ensemble (E) des points M tels que Z soit un réel. 0.5pt
3. Trouver l'ensemble (F) des points M tels que Z soit imaginaire pur. 0.5pt

Exercice 3 : 4.5 pts

Soit n un entier naturel, démontrer les propositions suivantes par récurrence :

1. a) Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^\star$, $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ 1pt
   b) Déduire la valeur de $S = 40^3 + 41^3 \ldots + 100^3$ 0.5pt
2. Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $2^n > 5(n+1)$ 1pt
3. Pour tout entier naturel $k \in \mathbb{N}^\star$, $\sum_{a=1}^{k} a^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ 1pt
4. Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^\star$, $\sum_{k=1}^{n} k.2^{k-1} = (n-1).2^n + 1$ 1pt

Exercice 3 : *4.5 pts*

On considère les suites (u_n) et (v_n) et définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et $\begin{cases} u_{n+1} = 0.7u_n + 0.8v_n \\ v_{n+1} = 0.8u_n + 0.7v_n \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1- a) Calculer v_1, v_2, u_1 et u_2 1pt

b) Les suites (u_n) et (v_n) sont-elles arithmétiques ? Géométriques ? 0.5pt

2. a) Montrer que la suite (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = u_n + v_n$ est géométrique. 0.5pt

b) En déduire le terme général de (a_n). 0.5pt

3. a) Montrer que la suite (b_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $b_n = u_n - v_n$ est géométrique. 0.5pt

b) En déduire le terme général de (b_n). 0.5pt

4. En déduire des questions précédentes les termes généraux de (u_n) et (v_n). 0.5pt
5. Les suites (u_n) et (v_n) sont-elles convergentes ? 0.5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES *4.5pts*

Monsieur Nono, nouvellement nommé au ministère du transport au début de l'année 2020 et voulant se rapprocher de son lieu de service, décide de louer un nouvel appartement. Il se rapproche d'un service immobilier qui lui propose deux appartements disponibles dans un même immeuble dont les modalités sont les suivantes :

Appartement 1 : 50000 FCFA par mois et le prix mensuel de l'année suivante augmente chaque année de 4% par rapport au prix mensuel de l'année précédente.

Appartement 2 : 50000 FCFA par mois et le prix mensuel augmente chaque année de 3000 FCFA.

Monsieur Nono possède un tonneau qui contient initialement 100 litres de vin. Chaque jour, son fils retire un litre du contenu du tonneau qu'il remplace par un litre d'eau. Grand collectionneur d'œuvre d'art, M Nono possède un objet précieux qui malheureusement perd 7% de sa valeur par an.
Pour quel montant faut-il en acquérir aujourd'hui afin que sa valeur dans 10 ans soit encore de 12000 francs ?

Tâche 1 : Que vaut cet objet précieux aujourd'hui sachant que sa valeur dans 10 ans sera de 12000 francs ? 1,5pt

Tâche 2 : Combien le tonneau contient-t-il de vin pur après 100 jours ? 1.5pt

Tâche 3 : Quel est le contrat le plus avantageux s'il désire faire 6 ans en location ? 1,5pt

EVALUATION HARMONISEE N°2

Evaluation des ressources 15.5pts

Exercice 1 : 2.5 + 2 = 4.5pts

I. Questions à choix multiples. Attention notation dans $\mathbb{Z}$ toute mauvaise réponse enlève 0.25pt

1. Soit z un nombre complexe tel que $|z| = \sqrt{2}$ et $Argz = \frac{3\pi}{4}$ La forme algébrique de z est :

a. $1 + i$ **b.** $-1 + i$ **c.** $1 - i$ **d.** $-1 - i$

2. Soit A, B, C et D quatre points du plan complexe d'affixes respectives z_A, z_B, z_C et z_D. $mes(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ est égale à : **a.** $arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}\right)$ **b.** $arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)$ **c.** $arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_A - z_B}\right)$ **d.** $arg\left(\frac{z_C - z_D}{z_A - z_B}\right)$

3. Soit z un nombre complexe tel que $z \neq -3$. On pose $z' = \frac{z-3}{z+3}$ L'ensemble des points M d'affixe z tel que z' soit un imaginaire pur est :

a. un cercle **b.** une droite **c.** une droite privée d'un point **d.** un cercle privé d'un point

4. Une racine carrée de $-8 + 6i$ est : **a.** $1 + 3i$ **b.** $1 - 3i$ **c.** $-1 + 3i$ **d.** $-1 - 3i$

5. Soit $a = 1 + i\sqrt{3}$ $b = 2 - 2i$ et $c = \frac{a}{b}$ La forme exponentielle de c est :

a. $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{12}}$ **b.** $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ **c.** $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ **d.** $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{7\pi}{12}}$

II. On considère la suite définie par $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{1 + (u_n - 1)^2}$

1. Démontrer que la suite (u_n) est minorée strictement par 1. **0.75pt**

2. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante. **0.75pt**

3. Déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite. **0.5pt**

Exercice 2 : 4.5pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, u, v). Soit s la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe son image M' d'affixe z' tel que $z' = (1 + i)z + 2 - i$

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de s. **1pt**

2. On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$

a. Exprimer x' et y' en fonction de x et y. **1pt**

b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (L') image de la droite (L) d'équation cartésienne $y = -2x$ par s. **0.75pt**

3. Soit P et Q deux points d'affixes respectives $z_P = 2 + 2i$ et $z_Q = 4$ s' la similitude qui laisse invariant le point Q et qui transforme le point P en O.

a. Montrer qu'une écriture complexe de s' est $z' = (1 - i)z + 4i$ **1pt**

b. Donner les éléments caractéristiques du cercle (C') image du cercle (C) de centre R d'affixe $z_R = 2 - 2i$ et de rayon $2\sqrt{2}$ **0.75pt**

Exercice 3 : 3pts

Soit P le polynôme de la variable complexe z défini par $P(z) = z^3 - 5(1 + i)z^2 + 18iz + 10(1 - i)$

1. Calculer $P(1 + i)$ et conclure **0.5pt**

2. Mettre $P(z)$ sous la forme $P(z) = (z - 1 - i)(z^2 + az + b)$ où a et b sont à déterminer. **0.5pt**

3. a. Calculer $(1 + i)^2$ **0.25pt**

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$ **0.5pt**

4. Dans le plan complexe muni d'un repère, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1 + i$, $z_B = 3 + i$ et $z_C = 1 + 3i$.

a. Donner la nature exacte du triangle ABC. **0.5pt**

b. Démontrer que les points A, B et C appartiennent à un cercle dont on précisera le centre et le rayon. **0.75pt**

Exercice 4 : 3pts

On considère la suite des nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel n, $z_{n+1} = (1 + i)z_n$ On pose pour tout entier naturel n, $U_n = |z_n|$

1. Calculer u_0. **0.25pt**

2. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0.5pt**

3. Exprimer u_n en fonction de n puis calculer $\lim u_n$ quand n tend vers $+\infty$. **0.75pt**

4. **a.** Déterminer la forme algébrique de z_1. **0.5pt**

b. Déterminer la forme trigonométrique de z_1. **0.5pt**

c. Déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$ **0.5pt**

EVALUATION DES COMPETENCES

COMMANDO a travaillé pendant 30 ans comme agent de liaison dans une entreprise des biens et services. Il raconte avec beaucoup d'ironie que son premier salaire mensuel était insignifiant qu'il a fini par l'appeler A_0. Dans les accords que **COMMANDO** a eus avec son patron, il devait obtenir une augmentation fixe sur son salaire chaque année. Dans ses souvenirs, **COMMANDO** sait que son salaire à la dixième année était de 53 000frs et que avant son départ en retraite, le comptable de la boite lui a présenté le cumul de tous ses salaires pendant les 30 années, une somme totale de 23 040 000frs. Une fois la retraite actée, **COMMANDO** a reçu une prime de bonne séparation d'un montant de 1 500 000frs qu'il a immédiatement placé dans une banque à un taux d'intérêt annuel connu de tous les épargnants. Après deux années, **COMMANDO** sait qu'il a un capital de 1 749 600 dans cette banque. Pour régler les problèmes d'eau dans le village, **COMMANDO** fait creuser un puits par l'entremise d'une entreprise qualifiée. Pour atteindre la nappe phréatique qui est à 2 046m, cette entreprise creuse 2m le premier jour, 4m le deuxième jour, 8m le troisième jour, 16m le quatrième jour et ainsi de suite.

1. Quel est le taux d'intérêt utilisé dans cette banque par les épargnants ? **1.5pt**
2. Déterminer le montant du premier salaire mensuel de **COMANDO.** **1.5pt**
3. Combien de jours faut-il à cette entreprise pour atteindre la nappe phréatique ? **1.5pt**

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, deux grandes parties A et B , toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 14,5 PTS

Exercice 1 : 03,75 points

Le plan complexe **P** est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On définit l'application **f** de **P** dans **P** qui à tout point $M(x, y)$ d'affixe z associe le point $M'(x', y')$ d'affixe z' tel que :

$\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$. On donne $(\mathcal{C})$: $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$

1. Déterminer l'écriture complexe de **f**. **0,75 pt**
2. Soit **g** la transformation ayant pour écriture complexe : $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3}(1 - i)$.
   (a) Déterminer la nature de **g** . **0,25 pt**
   (b) Déduire les éléments caractéristiques de **g**. **0,75 pt**
   (c) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathcal{C})$. **0,5 pt**
   (d) déterminer une équation et la nature de l'ensemble des points $M(x, y)$ d'affixe z tels que : $| z - 2\sqrt{2} |=| z - 2 + 2\sqrt{2}i |$. **0,75 pt**
3. Déterminer une équation de l'image de $(\mathcal{C})$ par **f** . **0,75 pt**

Exercice 2 : 03 points

On considère la suite $(U_n)_n$ de nombres réels définie par : $U_0 = 1$, $U_1 = 3$ et la relation de récurrence : $\forall n \geq 1$; $U_{n+1} = \frac{4}{3}U_n - \frac{1}{3}U_{n-1}$. On pose $\forall n \geq 1$, $V_n = U_{n+1} - U_n$.

1. Calculer V_0 et V_1 . **0,5 pt**
2. Démontrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique . **0,75 pt**
3. Préciser les caractéristiques de $(V_n)_n$ (raison et premier terme). **0,25 pt**
4. On pose , $\forall n \geq 0$, $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{n-1}$.
   (a) Exprimer S_n en fonction de n . **0,5 pt**
   (b) En déduire l'expression de U_n en fonction de n . **0,75 pt**
   (c) Étudier la convergence éventuelle de la suite $(U_n)_n$. **0,25 pt**

Exercice 3 : 03,25 points

Soit le polynome P de variable complexe z défini par : $P(z) = z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 2z + 5 = 0$.

1. Établir que pour tout nombre complexe z , $P(\overline{z}) = \overline{P(z)}$. **0,5 pt**
2. En déduire que *si* z_0 est une racine de P , alors $\overline{z_0}$. **0,25 pt**
3. Calculer $P(i)$ et conclure . **0,5 pt**
4. Déduire une autre racine de P . **0,25 pt**

5. (a) Déterminer deux nombres réels a et b tels que $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$. **0,75 pt**

   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$. **0,5 pt**

6. résoudre alors l'équation $P(z) = 0$. **0,5 pt**

Exercice 4 : 04,5 points

$(U_n)_n$ est une suite de nombres réels définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 6} \;\; ; \;\; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Calculer U_1 et U_2 . **0,5 pt**
2. Montrer (en utilisant la récurrence) que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq 3$. **0,75 pt**
3. Montrer que $(U_n)_n$ est une suite croissante . **0,75 pt**
4. En déduire que $(U_n)_n$ converge . **0,5 pt**
5. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $3 - U_{n+1} \leq \dfrac{3 - U_n}{3}$. **0,75 pt**
6. Déduire que $0 \leq 3 - U_{n+1} \leq (\dfrac{1}{3})^n$. **0,75 pt**
7. En déduire la limite de la suite $(U_n)_n$. **0,5 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES :04,5 PTS

Mr Idrissou possède un terrain situé dans une **banlieue** , ayant la forme d'un cercle de rayon **r** , qu'il aimerait vendre . Il trouve un acheteur qui décide d'acheter le **mètre carré à 25000 Frs** . Le rayon **r** de ce terrain est tel que **ir** est l'unique solution de l'équation :
(E) : $z^3 - 30iz^2 - 300z - 1000i = 0$.
Après la vente de son terrain , **Mr Idrissou** utilise **2 .000 000 Frs** et décide **D'épargner le reste** d'argent issu de la vente . Son frère **Abdoul** travail dans une banque pratiquant un taux d'interet composé de $3,5\%$ l'an . Pour ce faire il décide de placer ses **5 .500 000 Frs** dans deux banques . Il place **2 500000 Frs** dans la banque de son frère et le reste qui est de **3 000 000** dans une autre banque pratiquant un taux d'intérêt composé de $4,5\%$.
Mr Idrissou observe dans la cour sa fille **Inna** et ses **5 amis** qui jouent aux jeux dit **de course rectangulaire** . **Inna** trace un rectangle au centre duquel elle trace un petit cercle . Elle divise le groupe en deux équipes de trois trois joueurs . **I , J et K** d'une part et **E , F et G** d'autre part . Au départ du jeu tous les **6** amies sont à l'intérieur du cercle . **Inna (I)** donne le sifflet à son père pour donner le coup d'envoi . L'objectif est de courir après le coup de sifflet et de se positionner sur les sommets du rectangle , la première équipe à atteindre les sommets a gagné . Le plan étant assimilé à un plan complexe , à la fin de la première manche **Inna** relève les abscisses de points de son équipe, ce qui donne : $z_I = 8 + 4i$, $z_J = -2 + 2i$ et $z_K = -1 - 3i$ puis elle s'exclame directement que son équipe a gagnée .

Taches :

Tache 1 : Combien a dépensé **Mr Idrissou** après la vente de son terrain . **1,5 pt**

Tache 2 : Aider **Mr Idrissou** à déterminer le nombre d'années de placement à partir duquel la somme d'argent acquise dans la banque de son frère dépassera celle acquise dans la seconde banque . **1,5 pt**

Tache 3 : Aider **Mr Idrissou** à comprendre pourquoi sa fille s'exclame . **1,5 pt**

Présentation : **1 pt**

MINESEC	ANNEE SCOLAIRE 2020-2021
LYCEE DE NSAM-EFOULAN	CLASSE : Tle D DUREE : 3H
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES	TRIMESTRE1 EVALUATION N°2

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 Points

Exercice 1 : 5 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions est exacte ; indique la. Aucune justification n'est demandée.
***NB :** une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève 0.5 point. L'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*
Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

1) Soit $Z_1 = \sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $Z_2 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$. La forme exponentielle de $i\frac{Z_1}{Z_2}$ est :

   $a)\ \sqrt{3}e^{i\frac{19\pi}{12}}$ $b)\ \sqrt{12}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ $c)\ \sqrt{3}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ $d)\ \sqrt{3}e^{i\frac{13\pi}{12}}$

2) Une solution de l'équation $2Z + \bar{Z} = 9 + i$ est:
   $a)\ 3$ $b)\ i$ $c)\ 3 + i$
3) Soit n un entier naturel. Le nombre complexe $(\sqrt{3} + i)^n$ est imaginaire pur si et seulement si :

   $a)\ n = 3$ $b)\ n = 6k + 3, k\epsilon\mathbb{N}$ $c)\ n = 6k, k\epsilon\mathbb{N}$

4) Soient A et B deux points d'affixes respectives i et -1. L'ensemble des points M d'affixe Z verifiant $|Z - i| = |Z + 1|$ est :
   $a)$ La droite (AB) $b)$ Le cercle de diamètre $[AB]$
   $c)$ La droite perpendiculaire à (AB) passant par O
5) On désigne par B et C deux points du plan dont les affixes respectives b et c verifient l'égalité $\frac{c}{b} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
   $a)$Le triangle OBC est isocèle en O
   $b)$Les points $O, B\ et\ C$ sont alignés
   $c)$Le triangle OBC est isocèle et rectangle en B

Exercice 2 : 4.5 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.on considère les points A et I d'affixes respectives $Z_A = \sqrt{3} + 2i\ \ et\ Z_I = i$

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre I et rayon $r = 2$.
1) Montrer que le point A appartient au cercle $(\mathcal{C})$ **(0.75pt)**
2) Soit R la transformation qui à tout point d'affixe $Z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $Z' = x' + iy'$ où $x\ ;y\ ;x'et\ y'$sont des nombres reels tels que $\begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = 1 + x \end{cases}$
   On désigne par B l'image du point A par R.
   a) Exprimer Z' en fonction de Z **(0.75pt)**
   b) Caractériser alors la transformation R **(1pt)**
   c) Montrer que $Z_B = -1 + i(1 + \sqrt{3})$ **(0.5pt)**

3) Calculer l'affixe du point C symétrique du point A par rapport au point I **(0.75pt)**

4) Quelle est la nature du triangle ABC ? **(0.75pt)**

Exercice 3 :6 points

I) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On pose

$Z_0 = 8\ et\ \forall\ n\epsilon\mathbb{N}, Z_{n+1} = \frac{3-i\sqrt{3}}{4}Z_n$ On note A_n le point d'affixe Z_n

1) Écrire $\frac{3-i\sqrt{3}}{4}$ sous forme exponentielle **(0.5pt)**

2) Représenter graphiquement les points $A_0,\ A_1,\ A_2\ etA_3$ **(1pt)**

3) Démontrer par récurrence que $\forall n\epsilon\mathbb{N}, Z_n = 8(\frac{\sqrt{3}}{2})^n e^{-i\frac{n\pi}{6}}$ **(1.5pt)**

II) On considère l'expression suivante

$S_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n\times(n-1)}$

1) Déterminer $S_1, S_2\ et\ S_3$. **(0.75pt)**

2) Démontrer par récurrence que $\forall n\epsilon\mathbb{N}^*, S_n = \frac{n}{n+1}$ **(1.5pt)**

3) Donner la valeur exacte de **(0.75pt)**

$$A = \frac{1}{9\times 10} + \frac{1}{10\times 11} + \frac{1}{11\times 12} + \cdots + \frac{1}{29\times 30}$$

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES 4,5 Points

Après la vente de son terrain, M KAMDEM décide de faire un placement de 1 000 000 fcfa. La banque lui propose deux formules à intérêts composés,

- Soit 10% d'intérêts annuels et une prime annuelle de 100 000fcfa
- Soit 15%d'interets annuels et une prime mensuelle de 1 000fcfa

Avec le reste d'argent de la vente, il décide de faire quelques donations. Il remet à sa maman la moitié de son argent plus 100 000fcfa, à son papa il donne la moitié de ce qui lui reste plus 100 000fccfa et à sa tante la moitié de ce qui lui reste après son papa et sa maman plus 100 000fcfa. Il lui reste alors la somme de 100 000fcfa.

Le papa de M KAMDEM est propriétaire d'une agence de presse à la charge de la publication d'un journal hebdomadaire. Il fait appel à un financier qui estime à 1200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2% chaque semaine pour les éditions suivantes. Il remarque alors qu'après 5 mois il sera à 1324 ventes et à 1615 ventes après 15 mois.

1) Quelle est la meilleure formule pour M KAMDEM dans cette banque ? **(1.5pt)**
2) Quelle somme d'argent avait M KAMDEM après la vente de son terrain ? **(1.5pt)**
3) A partir de combien de semaines le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1500 journaux **(1.5pt)**

Minesec
Délégation Régionale de L'ouest
Lycée de Bandjoun
Département de Mathématiques

Année Scolaire : 2020 – 2021
Classe : Tle D
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Examinateur : Ngouabou Paguen Arielle

Partie A : Évaluation des ressources :

Exercice 1. ***(4,5 points)***

On considère le polynôme P à variable complexe définie par

$$P(z) = z^3 - (6+6i)z^2 + 2iz + 15 - 5i$$

1. *Montrer que P admet un imaginaire pure $z_1 = bi$ que l'on déterminera.* *[0,75 point]*
2. *Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que*

$$P(z) = (z-i)(az^2 + bz + c)$$

[0,75 point]

3. *Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.* *[1,25 points]*
4. *A , B et C sont des points du plan complexe d'affixes respectives $\alpha = i$; $\beta = 3+i$; $\gamma = 3-i$*
   (a) *Calculer le rapport $\frac{\gamma-\beta}{\alpha-\beta}$ et en déduire la nature du triangle ABC* *[1,25 points]*
   (b) *Donner l'écriture complexe de la rotation de centre B qui transforme A en C.* *[0,5 point]*

Exercice 2. ***(5,5 points)***

1. *Soit le nombre complexe $z = x + iy$. On considère le nombre complexe $Z = \frac{z+2i}{z-2}$ avec $z \neq 2$.*
   (a) *Déterminer $Re(Z)$ et $Im(Z)$.* *[0,75 point]*
   (b) *Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que Z soit un imaginaire pur.* *[0,5 point]*
   (c) *Déterminer l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que Z soit un réel.* *[0,5 point]*
2. *Soit f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ du plan complexe associe le point M' d'affixe z' tels que :*

$$\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$$

   (a) *Déterminer l'expression de z' en fonction de z.* *[0,75 point]*
   (b) *Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.* *[1,5 points]*
   (c) *Soit (C) le cercle de centre $A(1;1)$ et de rayon $\sqrt{2}$ et (D) la droite d'équation $2x - 2y - 4 = 0$. Détermine (C') et (D') images respectives de (C) et (D) par f.* *[1,5 points]*

Exercice 3. ***(4 points)***
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 2$$

1. *Dresser le tableau de variation de f.* *[1 point]*
2. *Déterminer les images par f de $[-1;3[$; $]-\infty;-\frac{1}{2}]$ et $\mathbb{R}$.* *[0,75 point]*
3. *Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0;2]$.* *[0,75 point]*
4. *Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.* *[0,5 point]*
5. *Soit g la restriction de f à $[2;+\infty[$.*
   (a) *Montrer que g est une bijection de $[2;+\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera.* *[0,5 point]*
   (b) *Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque g^{-1}.* *[0,5 point]*

LYCÉE DE BANDJOUN

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES :
Une moto placée à un point M se déplace sur une route notée (d). Marie décide d'étudier son mouvement sur un intervalle de 0 à 4h de temps. L'abscisse de la moto à l'instant t est donnée par

$$f(t) = -t^3 + t^2 + 8t + 1$$

sa vitesse par

$$v(t) = f'(t)$$

et son accélération par

$$a(t) = v'(t) = f''(t)$$

Marie se rappelle que sur un intervalle de temps , le mouvement est accéléreé si $v(t) \times a(t) \geq 0$ et retardé si $v(t) \times a(t) \leq 0$.

Tâche 1. ***(2 points)***
Démontrer que l'abscisse de M est nulle à un unique instant $t_0 \in [0;4]$ (vous préciserez exactememt l'intervalle de deux nombres consecutifs où t_0 appartient.)

Tâche 2. ***(1,5 points)***
Déterminer l'abscisse et l'accélération de la moto à l'instant où sa vitesse est maximale.

Tâche 3. ***(1,5 points)***
Déterminer les intervalles sur lesquels le mouvement de la moto est accéléré ou retardé.

Présentation : *[1 point]*

MINESEC
DÉLÉGATION RÉGIONALE DE L'OUEST
LYCÉE DE BANDJOUN
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

ANNÉE SCOLAIRE : 2021 – 2022
CLASSE : TERMINALE D ET TI
DURÉE : 4 HEURES
COEFFICIENT : 4

EXAMINATEUR : NZOUEKEU MBITKEU PATRICE

CETTE ÉPREUVE ÉTALÉE SUR DEUX PAGES EST CONSTITUÉE DE DEUX PARTIES. LA QUALITÉ DE LA RÉDACTION, LA PRÉSENTATION ET LA CLARTÉ DES RAISONNEMENTS ENTRERONT POUR UNE PART IMPORTANTE DANS L'APPRÉCIATION DES COPIES.

LYCÉE DE BANDJOUN

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : *[15,5 points]*

Exercice 1. ***(2,75 points)***

On considère la transformation f qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que :

$$\begin{cases} 2x' = x - y\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 2y' = x\sqrt{3} + y + 1 \end{cases}$$

1. *Donner l'écriture complexe de f.* *[0,5 points]*
2. *En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.* *[0,75 points]*
3. *Déterminer l'équation de la droite (D') image de $(D) : y = x + 1$ par f.* *[0,75 points]*
4. *On considère dans $\mathbb{C}$ la suite des nombres z_n tel que :*

$$\begin{cases} z_0 = i \\ z_{n+1} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)z_n \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $z_n = e^{i(\frac{\pi}{2}+\frac{5n\pi}{6})}$ *[0,75 point]*

Exercice 2. ***(5,25 points)***

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{I}, \overrightarrow{J})$. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) : z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$$

1. *Montrer que l'équation (E) est équivalente à $(z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3}) = 0$.* *[0,75 point]*
2. *Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).* *[0,75 point]*
3. *On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 3 ; $2 + i\sqrt{3}$; 7 et $11 + 4i\sqrt{3}$.*
   (a) *Démontrer que le triangle IAB est équilatéral.* *[0,5 point]*
   (b) *Soit r la rotation de centre le point F et d'angle $\frac{\pi}{3}$ d'écriture complexe :*

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)$$

Déterminer l'affixe du point F et montrer que $r(C) = D$. En déduire que le triangle DFC est équilatéral. *[1,5 points]*

(c) *Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h qui transforme I en D et B en C.* *[1 point]*

(d) *Déterminer l'expression complexe de la transformation $S = h \circ r$.* *[0,75 point]*

Exercice 3. ***(7,5 points)***

Soit la fonction

$$f : x \mapsto x + \sqrt{|x^2 - 1|}$$

et (C_f) sa courbe représentative.

1. *Écrire f sans symbole de valeur absolue.* *[1 point]*
2. *Étudier la continuité de f en -1 et en 1.* *[0,5 point]*
3. *Étudier la dérivabilité de f en -1 et en 1 puis conclure.* *[$(0,75 \times 2 + 0,5)$ point]*
4. *Démontrer que (C_f) admet deux asymptotes que l'on précisera.* *[1 point]*
5. *Calculer la dérivé f' de f.* *[1 point]*
6. *Dresser le tableau de variation de f.* *[1 point]*
7. *Construire (C_f) dans un repère orthonormé.* *[1 point]*

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : *[4,5 points]*

Situation *:*

M. NZOUEKEU a un jardin triangulaire dont les sommets sont repéré par les solutions de l'équation

$$z^3 + 6iz^2 + (-15 + 4i)z - 2(4 + 7i) = 0$$

admettant une solution imaginaire pure. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le mètre coûte 1025 *FCFA.*

Mme NGOUABOU a une plantation dont la forme est celle de l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que

$$|z - 2 + 3i| = \frac{15}{2}$$

Elle souhaite clôturer en faisant deux rangés de fil barbelé dont le mètre coùte 350 *FCFA sachant qu'elle dispose* 34000 *FCFA.*

M. DJIONGO quant à lui possède un terrain situé en plein quartier administratif dont la forme est celle de l'ensemble des points M d'affixe $z \neq -1 + 2i$ tel que

$$\frac{z - 2 + 4i}{z + 1 - 2i}$$

soit imaginaire pure. Il souhaite l'hypothéquer avec une voiture dont la valeur est estimée à 1200000 *FCFA. Sachant que son terrain a une valeur de* 15000 *FCFA le mètre carré,*

Tâches *:*

1. *Quelle somme dépensera M. NZOUEKEU pour clôturer son jardin ?* *[1,5 points]*
2. *L'argent de Mme NGOUABOU sera-t-il suffisant pour protéger cette plantation ?* *[1,5 points]*
3. *M. DJIONGO réussira-t-il à être propriétaire de ce véhicule ?* *[1,5 points]*

Tout ce qui mérite d'être fait, mérite d'être bien fait.

LYCÉE DE BANDJOUN

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE DE LA VALLEE
BP: 17353 DOUALA
Tél : 679 757 193/699 551 899
E-mail:cosval0@yahoo.fr

Discipline – Travail – Succès

A /S 2020- 2021

Département de Mathématiques

EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1

EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	DATE	HORAIRE
MATHEMATIQUES	T^le^D	4	4H	…/12/2020	-

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5pts

Exercice 1 4pts

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 - (3+2i)\,z^2 + (1+4i)z + 1 - 2i = 0$.

1-a) Démontrer que (E) admet une solution réelle et une solution imaginaire pure que l'on déterminera. 0,5pt

b) Résoudre (E). 0,75pt

2) Soient les points A, B et C d'affixes respectives $1, i$ et $2+i$.

a) Déterminer le module et un argument de $Z = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. 0,75pt

b) En déduire la nature du triangle ABC. 0,5pt

3) Déterminer z_G l'affixe du centre de gravité G du triangle ABC. 0,5pt

4) Linéariser : $sin^6 x$ et $cos^2 x sin^4 x$ 1pt

Exercice 2 4pts

Le plan est muni du repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$. On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.
Pour chacune des propositions ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse. 0.5pt× 8

1) Pour tout entier naturel n, $(1+i)^{4n} = (-4)^n$.
2) Pour tout nombre réel $\alpha, 1 + e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha}cos\alpha$.
3) On considère l'équation (E) : $(z-4)(z^2 - 4z + 8)$. Les points dont les affixes sont les solutions de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8.
4) Soit j le nombre complexe défini par : $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. $1 + j + j^2 = 0$.
5) Soient E, F et G trois points d'affixes respectifs Z_E, Z_F et Z_G. Le triangle EFG est rectangle si et seulement si $\frac{Z_F - Z_E}{Z_G - Z_E} = e^{i\frac{\pi}{3}}$
6) Soient M un point du plan d'affixe z. L'ensemble des points du plan tels que : $|\overline{z} - 2 + 3i| = |-z + 5 - i|$ est une droite.
7) Soit n un nombre entier naturel. Si n est un multiple de 3, alors le nombre complexe $\left(1 - i\sqrt{3}\right)^n$ est imaginaire pur.
8) Soit $S_n = sin\frac{\pi}{n} + sin\frac{2\pi}{n} + \cdots + sin\frac{(n-1)\pi}{n}$. $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. En posant $Z_n = cos\frac{\pi}{n} + i\, sin\frac{\pi}{n}$, une expression simplifiée de S_n est $S_n = \frac{1}{tan\frac{\pi}{2n}}$.

Exercice 3 : 4.5pts

On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + n - 1$
Soit la suite (V_n) définie, pour tout entier naturel n par $V_n = 4U_n - 6n + 15$
1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique 0.5pt

2) Préciser sa raison et calculer son premier terme V_0. 0.5pt

3) exprimer V_n en fonction de n. 0.25pt

4) Démontrer par récurrence pour tout entier naturel n que : $U_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$. 0.75pt

5) La suite (U_n) est-elle convergente ? 0.5pt

6) Montrer que U_n peut se mettre sous la forme $U_n = t_n + w_n$ où (t_n) est une suite géométrique et (w_n) une suite arithmétique. 0.5pt

7) Calculer $T_n = t_0 + t_1 + \cdots + t_n$ et $W_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$. 1pt

8) En déduire $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$. 0.5pt

Exercice 4 : 3 pts

(U_n) est la suite géométrique définie par son premier terme $U_0 = 4$ et de raison $\frac{1}{2}$. (V_n) est une suite arithmétique de premier terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $r = \frac{\pi}{2}$. Pour tout entier naturel n, on appelle z_n, le nombre complexe de module U_n et dont l'argument est V_n.

1) Exprimer U_n et V_n en fonction de n, déduire z_n 1pt

2) Déterminer les nombres complexes z_0, z_1, z_2 et z_3 1pt

3) Pour tout naturel n, on pose $Z_n = z_0 \times z_1 \times z_2 \times \ldots\ldots\ldots \times z_n$; produit des $(n+1)$ premiers termes de la suite (z_n). Exprimer en fonction de n un argument de Z_n et montrer que si n est impair alors Z_n est un réel 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5pts

A sa mort un père laisse à chacun de ses trois progénitures une parcelle bornée. Avant sa il a rédigé sur un testament comment chacun des trois devrez retrouver les bornes qui délimite sa parcelle. Selon son testament, en considérant les positions des poteaux électriques situer aux points *O*, *I* et *J* comme un repère d'un plan complexe, chacun d'eux : Ainé, Cadet et Benjamin, retrouvera les affixes des points images bornes qui délimitent sa parcelle en résolvant respectivement les équations :

$(E_1) : z^3 + \left(3\sqrt{3} + 5i\right) z^2 + 2\left(-1 + 3i\sqrt{3}\right) z + 8i = 0,$

$(E_2) : z^3 - \left(7 + i\sqrt{3}\right) z^2 + 4\left(5 + i\sqrt{3}\right) z - 32 = 0$ et

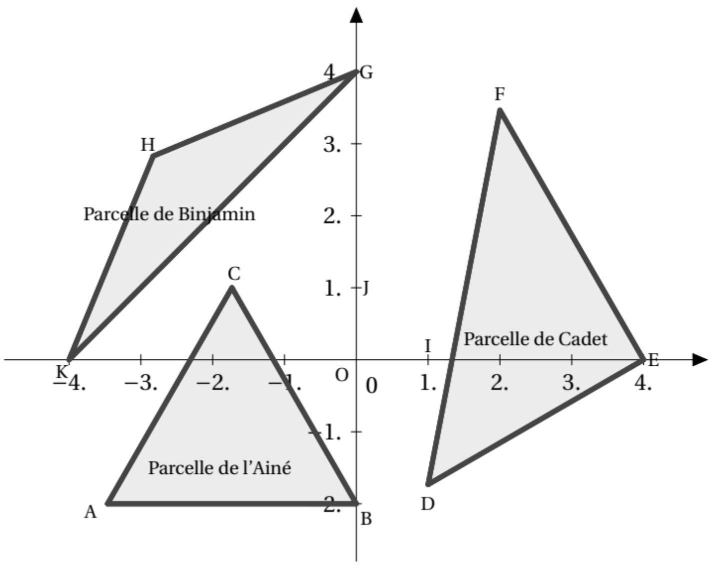
$(E_1) : z^3 + 2\left[\left(2+\sqrt{2}\right) - \left(2+\sqrt{2}\right) i\right] z^2 - 16i\left(1+\sqrt{2}\right) z - 32\sqrt{2}\,(1+i) = 0$

Tâches à faire :

1) Déterminer la surface de la parcelle de l'Ainé. **1,5pt**

2) Déterminer la surface de la parcelle du Cadet. **1,5pt**

3) Déterminer la surface de la parcelle du Benjamin. **1,5pt**



GROUPE DE REPETITIONS LES ARCHANGES DU SAVOIR

Dans la même collection :

- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4 ; SEQ 5-6 TERMINALE C
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 TERMINALED
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 TERMINALE A
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 Première C
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 Première D
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 Première A
- Mon recueil de sujets de mathématiques SEQ 3-4; SEQ 5-6 Troisième

Nos services :

- **Cours de répétitions en groupe et à domicile**
- **Preparations aux concours officiels**

Whatsapp : 671379231