



Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,75 points)

- A) 1. (a)** Ecris $(3+7i)^2$ sous la forme algébrique. 0,5pt
- (b)** Déduis-en les racines carrées du nombre complexe $\Delta = -40 + 42i$. 0,25pt
- (c)** Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 + (3-7i)z - 21i = 0$. 0,5pt
- 2.** On pose $P(z) = z^3 + (1-9i)z^2 - (20+13i)z + (-42+42i)$.
- (a)** Trouve les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z-2-2i)(az^2 + bz + c)$. 0,75pt
- (b)** Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0,5pt
- B)** Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Les points A, B, C et D ont pour affixes respectives : $z_A = -3$; $z_B = 2+2i$; $z_C = 7i$ et $z_D = -5+5i$.
- 1.** Place les points A, B, C et D . 0,75pt
- 2. (a)** Ecris sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. 0,5pt
- (b)** Déduis-en la nature du triangle ABC . 0,25pt
- 3.** Démontre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle $\mathcal{C}$ dont tu préciseras l'abscisse du centre et le rayon. 0,75pt

EXERCICE 2 : (4 points)

- A)** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.
- 1.** Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. 1pt
- 2.** Démontre que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. 0,5pt
- 3.** Détermine un encadrement de α à 10^{-2} près. 0,5pt
- B)** Calcule chacune des limites suivantes :
- a)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$; **b)** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$; **c)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{x - 3}$; **d)** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ 2pts

EXERCICE 3 : (3,25 points)

On considère la fonction définie f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x$.

- 1.** Etudie la parité de f et montre que f est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$. 0,5pt
- 2.** Montre que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 2 \sin x(1 - 2 \cos x)$. 0,5pt
- 3.** Etudie le signe de f' sur l'intervalle $[0; \pi]$. 0,75pt
- 4.** Dresse le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0; \pi]$. 0,5pt
- 5.** Construis la courbe $\mathcal{C}$ de f sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$. 1pt

EXERCICE 4 : (3 points)

Pour chacun des items ci-dessous, trois réponses a, b et c sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte. Ecris le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Les racines carrées de $-3 - 4i$ sont :

a) $-1 - 2i$ et $1 + 2i$; b) $-\sqrt{3} - 2i$ et $\sqrt{3} + 2i$; c) $1 - 2i$ et $-1 + 2i$. **1pt**

2. Dans $\mathbb{C}$, l'équation $(2 - i)z^2 - 4iz - 2 - i = 0$ a pour ensemble de solutions :

a) $\left\{-\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i; 2i\right\}$; b) $\left\{-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i; i\right\}$; c) $\left\{-\frac{6}{5} + \frac{8}{5}i; -2i\right\}$ **1pt**

3. Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$. Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f a, au voisinage de $-\infty$ une asymptote d'équation :

a) $y = -x + 1$; b) $y = x - 1$; c) $y = -x$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

L'unité graphique du plan complexe est le décimètre.

M. BONA possède trois terrains non encore exploités qu'il voudrait absolument sécuriser car il y a des personnes mal intentionnées qui utilisent ces espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer entièrement chacun de ses trois terrains. Le rouleau de $5m$ de ce fil lui est vendu à **3500 FCFA**. Il devra en plus remettre **15.000 FCFA** pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des terrains.

Le **terrain 1** est formé de l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz - 1 - 3i| = 8$.

Le **terrain 2** est de forme rectangulaire et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution z de l'équation $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 4 - 8i$, $\bar{z}$ étant le conjugué de z .

Le **terrain 3** quant à lui est formé de l'ensemble des points $M(x; y)$ d'affixe z du plan tels que le complexe $\frac{z + 2i}{z - 2i}$ soit imaginaire pur.

Tâches :

1. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 1. **1,5pt**

2. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 2. **1,5pt**

3. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 3. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt