REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA
Mle.7HH1GSFD112218074

Année scolaire : 2023-2024
Classe : 2^{nde} C_3
Durée : 3h Coefficient : 5
Prof : T. N. AWONO MESSI

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (4,5 points)

1. On considère les nombres réels : $a=\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\div\frac{15}{22}$; $b=\frac{13\times10^{21}\times(0,01)^2}{2\times10^{-2}\times(10^2)^{10}}$; $c=\sqrt{\frac{49}{400}+\frac{(\sqrt{3})^2}{10}}$ et l'encadrement : $2,15<x<2,18$
   (a) Montre en détaillant toutes les étapes de tes calculs que $a=b=c$. **1,5pt**
   (b) Détermine une valeur approchée de x en précisant son incertitude. **1pt**
2. On suppose que $\sqrt{3}$ est irrationnel. Montre par l'absurde que $3-2\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$. **0,75pt**
3. Soit x un réel strictement positif.
   (a) Montre que $\sqrt{x^2+1}-x=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$. **0,5pt**
   (b) Compare alors $\sqrt{x^2+1}-x$ et $\frac{1}{2x}$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (5 points)

I) ABC est un triangle.

1. Construis les points I,J,K et L définis par : $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BL}=-2\overrightarrow{AC}$. **1pt**
2. En Utilisant la relation de Chasles, démontre que $\overrightarrow{JK}=\overrightarrow{AB}$, ensuite que $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{AB}$. **1pt**
3. Donne en justifiant la nature du quadrilatère $CIKJ$. **0,5pt**

II) Soit $\mathscr{B}=(\vec{i},\vec{j})$ une base du plan vectoriel $\mathscr{V}$. Soit les vecteurs $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$; $\vec{v}=3\vec{i}+2\vec{j}$ $\vec{w}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}$; $\vec{p}=-2\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{q}=m\vec{i}+2\vec{j}$ où m est un réel.

1. Montre que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathscr{V}$. **0,5pt**
2. Détermine les coordonnées de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$. **1pt**
3. Justifie que $\vec{w}$ est un vecteur unitaire. **0,5pt**
4. Détermine le réel m pour que les vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{q}$ soient colinéaires. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3,25 points)

1. On donne : $P=\frac{1+x}{1-x^2}$.
   (a) Donne une expression simplifiée de P. **0,5pt**
   (b) Sachant que $1,11<x<1,12$, déduis-en l'encadrement de P. **0,5pt**
2. x et y sont deux réels qui vérifient : $\frac{4}{3}<x<4$ et $-5<y<-2$.

(a) Encadre $P = -3x + y$, puis $Q = xy$. **1pt**

(b) Montre que $\frac{5}{4} < \frac{y^2+1}{x} < \frac{39}{2}$. **0,75pt**

3. Montre par l'absurde que si $r \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Q}$, alors $r + x \notin \mathbb{Q}$. **0,5pt**

EXERCICE 4 (2,25 points)

*Pour chacune des affirmations suivantes, indique si elle est **vraie** ou **fausse** en justifiant la réponse.*

1. Le nombre $X = \frac{\left(8^{n+1}+8^n\right)^2}{\left(4^n - 4^{n-1}\right)^3}$ est un entier naturel. **0,75pt**

2. L'ensemble $\left\{\sqrt{3}; -2; 0,5; 4\right\}$ est inclus dans $\mathbb{Q}$. **0,5pt**

3. L'équation $(E) : |x+2| = 3$ a pour solutions les réels 1 et -1. **0,5pt**

4. L'inéquation $(I) : |2x-3| \leq 1$ a pour ensemble solution l'intervalle $[1;2]$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

M. ATEBA dispose de x **FCFA**. Il dépense la moitié pour son loyer et le tiers pour la scolarité de son fils **BRYAN**. La somme de ses dépenses est inférieure à 50.000 **FCFA** et supérieure à 45.000 **FCFA**.

M. ATEBA dispose d'un terrain de forme triangulaire. Il souhaite construire une maison de même plan que celui de son voisin **M. BELL**. Pour cela, il se rend chez un architecte. Ce dernier lui dit qu'il peut réaliser le même plan si l'aire de son terrain est comprise entre $360m^2$ et $430m^2$. De retour à la maison, **M. ATEBA** veut vérifier si son terrain remplit les conditions demandées.

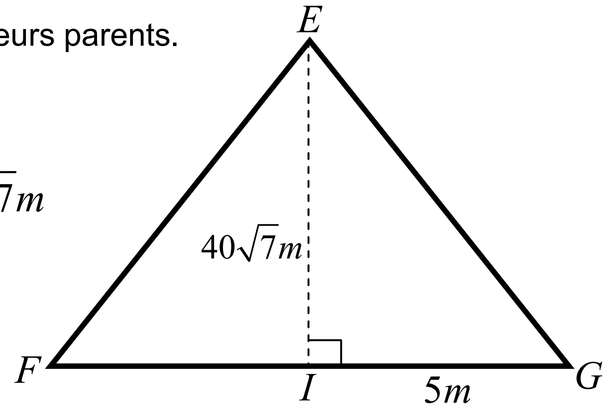
Deux élèves, **BRYAN** et **CHLOE** (fille de **M. BELL**) habitent actuellement au bord d'une rue rectiligne à $400m$ l'un de l'autre. Les parents de **CHLOE** lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de $300m$ de la maison. Ceux de **BRYAN** lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de $200m$ de la maison. Ils souhaitent déterminer la portion du bord de la rue où ils peuvent se rencontrer pour échanger sur des exercices de classe sans désobéir à leurs parents.

Données du terrain

$FI = y$; $IG = 5m$; $EI = 40\sqrt{7}m$

$2 < y < 3$

$2,645 < \sqrt{7} < 6,646$



Tâches :

1. Détermine la valeur maximale de la somme dont dispose **M. ATEBA**. **1,5pt**

2. **M. ATEBA** pourra-t-il réaliser son projet ? **1,5pt**

3. Détermine la portion de rue où les deux élèves peuvent se rencontrer. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt