CONTRÔLE CONTINU Nº1 SESSION : 2023/2024

CLASSE : TleD LE J-J

GOEF: 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

EXERCICE 1 : **4,25 points**

A- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère dans $\mathbb{C}$ L'équation (E) : $z^2 - 3e^{i\frac{3\pi}{8}}z + 2e^{i\frac{3\pi}{4}} = 0$.

1. Démontrer que l'une des racines carré de Δ de (E) est : $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} + i\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. **0,75pt**
2. a) Calculer les valeurs exacte de $cos\frac{\pi}{8}$ et $sin\frac{\pi}{8}$. **1pt**

   b) En déduire celles de $cos\frac{3\pi}{8}$ et $sin\frac{3\pi}{8}$. **0,5pt**
3. a) Résous alors l'équation (E) dans $\mathbb{C}$ **0,25pt**

   b) Soit A et B les points d'affixes respectives des solutions de (E) tes que : $|z_B| > |z_A|$. Montrer que A est milieu de [OB]. **0,5pt**

B- On considère les nombres complexe :

$$z_1 = \sqrt{2-\sqrt{2}} + i\sqrt{2+\sqrt{2}} \quad et \quad z_2 = sin\frac{\pi}{8} + icos\frac{\pi}{8}.$$

a. Ecrire sous forme algébrique z_1^2. **0,5pt**

b. En déduire la forme trigonométrique de z_1^2. **0,25pt**

c. Ecrire z_2 sous sa forme trigonométrique. Etablir que $z_1^2 = 4z_2^2$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : **4,25 points**

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i = 0$.

1. a) Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure. **0,5pt**

   b) déterminer les réels a et b tels que pour tout complexe z, on ait $z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i = (z - i)(z^2 + az + b)$. **0,5pt**
2. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$. **0,25pt**

   b) En déduire les solutions de (E) sous la forme trigonométrique. **0,75pt**
3. On considère le point A d'affixe $z_A = i$, le point B d'affixe $z_B = \frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ et le point C d'affixe z_C symétrique de z_B par rapport à O.

   a) Représenter sur un même graphique les points A ,B et C **0,75pt**

   b) déterminer le module et un argument du quotient $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$. **1pt**

   c) En déduire une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ et la nature du triangle ABC **0,5pt**

EXERCICE 3 : **3,75 points**

1. Linéariser $cosx\, sin^2 3x$. **0,5pt**
2. Ecrire $1 + i\sqrt{3}$ et $1 - i$ sous la forme trigonométrique et simplifier $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ **1,5pt**
3. déterminer les racines quatrième de $-8 - 8i\sqrt{3}$ et représenter leur point images Dans le plan complexe. **0,75pt**
4. Soit θ un nombre réel de l'intervalle $\left]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$. On considère le nombre complexe suivant :

   $\boldsymbol{z} = \frac{1+\mathrm{i}\tan\theta}{1-\mathrm{i}\tan\theta}$. Déterminer le module et un argument de z. **1pt**

.

EXERCICE 4 : **3,25 point**

I- soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{6}+\sqrt{2}+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})\ et\ z_2 = 4\sqrt{2}(-1+i)$

1. Calculer le module et un argument de z_2 **0,5pt**
2. On pose $U = \frac{z_2}{z_1}$
   a) Ecrire U sous la forme algébrique **0,75pt**
   b) Calculer le module et un argument de U **0,5pt**
   c) En déduire le module et un argument de z_1 **0,5pt**
3. Utiliser les résultats précédents pour donner les valeurs exactes de $cos\frac{\pi}{12}\ et\ sin\frac{\pi}{12}$ **0,5pt**

II- soit z un nombre complexe tel que $z = \frac{z+2-i}{z-i}$

1. On pose $z = x+iy$. Déterminer la partie réel et la partie imaginaire de z en fonction de $x\ et\ y$ **0,5pt**
2. déterminer l'ensemble des point M(z) tel que z soit un réel **0,25pt**
3. déterminer l'ensemble des point M(z) tel que $|z| = 1$ **0,25pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points

Situation :

M. Noubissi possède trois terrains 1 , 2 et 3

Le terrain 1 a une forme telle que la représentation dans le plan complexe rapporté á un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est un polygone dont les sommets A , B et C ont pour affixes respectives $e^{-i\frac{\pi}{2}}$ $,2\ et -3+i.$

Le terrain 2 a la forme telle que dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est l'ensemble des point M dont l'affixe z est tel que :
$|2iz+1-3i| = 10.$

Le terrain 3 a une forme telle que dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (unité graphique des axes 6cm) est l'ensemble des points M dont l'affixe z solution de l'équation $R_e(z) = 0$ où $z' = \frac{z-3+i}{z+2i}$. $z = x+iy.$

M. Noubissi veut clôturer chacun des trois terrains à l'aide d'un grillage vendu à 5000 Frs les 3m.

Tâches :

1) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 1 ? **1,5pt**
2) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 2 ? **1,5pt**
3) Combien va-t-il dépenser pour clôturer le terrain 3 ? **1,5pt**